

硕士学位论文

颗粒物质导电特性研究

**A STUDY ON CONDUCTION CHARACTER  
OF GRANULAR MATERIALS**

李儵然

哈尔滨工业大学

2013 年 6 月

国内图书分类号: O459  
国际图书分类号: 539.87

学校代码: 10213  
密级: 公开

## 理学硕士学位论文

# 颗粒物导电特性研究

硕士研究生: 李脩然

导师: 姜泽辉 教授

申请学位: 理学硕士

学科: 光学

所在单位: 物理系

答辩日期: 2013 年 6 月

授予学位单位: 哈尔滨工业大学

Classified Index: O459

U.D.C: 539.87

Dissertation for the Master Degree in Science

**A STUDY ON CONDUCTION CHARACTER  
OF GRANULAR MATERIALS**

|                                       |                                |
|---------------------------------------|--------------------------------|
| <b>Candidate:</b>                     | Li Xiaoran                     |
| <b>Supervisor:</b>                    | Prof. Jiang Zehui              |
| <b>Academic Degree Applied for:</b>   | Master of Science              |
| <b>Speciality:</b>                    | Optics                         |
| <b>Affiliation:</b>                   | Department of Physics          |
| <b>Date of Defence:</b>               | June, 2013                     |
| <b>Degree-Conferring-Institution:</b> | Harbin Institute of Technology |



## 摘 要

颗粒物质随处可见，与人们的日常生活息息相关，但它不属于人类所熟知的物质类型之一，例如固体，液体，气体。颗粒物质是指大量固体颗粒（直径大于 100 微米）的集合体，表现出与普通物质不同的行为，很多现象目前还不能用一个统一的理论来描述。由于颗粒物质在人类的生产生活中扮演着十分重要的角色，其现象涉及到各个领域，如自然灾害中的山体滑坡、沙尘暴，日常生活中的粮仓效应、交通堵塞等，因此颗粒物质的研究有重要的意义。

对颗粒物质的力学性质，工程和物理学界已进行了较多研究，而对颗粒物质的导电特性，目前的研究较少。颗粒物质导电特性的研究处在一个新兴的阶段，其导电机理还没有完全解释清楚。颗粒物质的导电特性不仅与单个颗粒本身的导电性质有关，还与颗粒体系内部颗粒之间的相互接触与相互作用有关，因此颗粒物质的导电特性与颗粒物质的力学性质密切相关。因此，探讨颗粒物质的力学性质和导电特性是必要的。

在本文的工作中，测量了外部扰动下导电颗粒堆的电阻，实验结果显示，冲击扰动，颗粒堆的厚度，以及加载压力对颗粒堆的电阻有重要影响。实验发现颗粒堆受到冲击扰动后其电阻以指数的形式恢复平稳。颗粒堆的电阻与颗粒堆的厚度呈线性增长的关系，当外加恒定加载时，线性指数与加载之间呈现复杂函数关系。对颗粒堆进行连续加载时，颗粒堆的电阻与加载压力之间满足负幂率关系，其中幂指数  $b$  随颗粒堆厚度的增加而减小。分析了颗粒堆电阻的变化与颗粒堆内部力链和结构的变化关系，为颗粒物质内部力链重组、应力传播、导电机制提供了一些线索。

**关键词：**颗粒物质；导电特性；冲击扰动；加载；幂率关系



## Abstract

Granular materials are everywhere and in close relation to people's daily life. However, granular materials are not one of the materials that we are quite familiar with, such as solids, liquids, and gases. Granular materials are an aggregation of a host of solid particles that can move independently, and exhibit behaviors different from those of normal materials. Granular materials play an important role in people's daily lives, and their phenomena touch upon various fields, such as landslide, sandstorm in natural disasters, silo effect, traffic jam in social life, which makes the study of granular important.

The mechanical properties of granular materials have been extensively studied in the communities of engineering and physics. The study of the electrical conductivity of granular material is in an emerging stage, and the conductive mechanism hasn't been explained completely. The electrical conductivity of a granular system depends not only on the property of each individual particle but also on the contacting and mutual interaction of them. Therefore, understanding the relationship between the mechanical and conductive properties of granular materials is necessary.

In this work, the electrical resistance of piled conductive grains is investigated by applying external disturbing. Our experiments show that the disturbing strength, pile thickness and loading pressure have a significant influence on the pile electrical resistance. The pile resistance is found to be exponentially recovered from moment that an impact disturbing is applied. On the other hand, the resistance increases linearly with pile thickness, while the proportionality coefficient shows complex dependence on the load. In addition, the pile resistance changes with the continuously loading in a power-law form, in which the power exponent  $b$  reduces with pile thickness. Discussions on the obtained experimental results are made by combining the resistance and the changes of force chains induced by loading, and provide some clues for understanding the force chain reorganization, force transmission, conductive mechanism in granular materials.

**Keywords:** granular materials, electrical property, disturbing, load, power-law



## 目 录

|                                     |     |
|-------------------------------------|-----|
| 摘 要 .....                           | I   |
| Abstract .....                      | II  |
| 目 录 .....                           | III |
| 第 1 章 绪论 .....                      | 1   |
| 1.1 前言 .....                        | 1   |
| 1.2 本文的研究目的和意义 .....                | 2   |
| 1.3 颗粒物质的力学特性 .....                 | 3   |
| 1.3.1 粮仓效应 .....                    | 3   |
| 1.3.2 沙堆静止角与压力凹陷 .....              | 4   |
| 1.3.3 振动时的颗粒物质 .....                | 6   |
| 1.3.4 颗粒物质的流动特性 .....               | 9   |
| 1.3.5 成拱和力链 .....                   | 10  |
| 1.4 颗粒物质导电特性的研究现状 .....             | 12  |
| 1.4.1 基于 Branly 效应的金属颗粒导电特性研究 ..... | 12  |
| 1.4.2 力学扰动对颗粒物质导电特性的影响 .....        | 15  |
| 1.4.3 数值模拟颗粒物质导电特性 .....            | 17  |
| 1.5 本文研究目标和内容 .....                 | 17  |
| 1.6 本章小结 .....                      | 18  |
| 第 2 章 冲击扰动对颗粒堆导电特性的影响 .....         | 19  |
| 2.1 实验方案 .....                      | 19  |
| 2.1.1 颗粒物质的选择 .....                 | 19  |
| 2.1.2 测量方法的选择 .....                 | 19  |
| 2.1.3 实验装置 .....                    | 20  |
| 2.1.4 采样率的选择 .....                  | 21  |
| 2.2 实验步骤 .....                      | 22  |
| 2.3 实验结果 .....                      | 23  |
| 2.4 分析与讨论 .....                     | 24  |
| 2.5 本章小结 .....                      | 26  |
| 第 3 章 颗粒堆电阻与厚度的关系 .....             | 26  |
| 3.1 连续导体的电阻 .....                   | 26  |
| 3.2 赫兹接触理论及接触电阻 .....               | 26  |

|                             |    |
|-----------------------------|----|
| 3.3 颗粒堆电阻的测量 .....          | 30 |
| 3.4 结果及分析 .....             | 32 |
| 3.5 加载下颗粒堆的电阻 .....         | 33 |
| 3.6 分析与讨论 .....             | 35 |
| 3.7 本章小结 .....              | 38 |
| 第 4 章 颗粒堆电阻随加载的变化 .....     | 39 |
| 4.1 对颗粒堆的加载实验 .....         | 39 |
| 4.2 实验结果 .....              | 40 |
| 4.3 幂率指数与颗粒堆厚度的关系 .....     | 42 |
| 4.4 本章小结 .....              | 46 |
| 结论与展望 .....                 | 47 |
| 参考文献 .....                  | 48 |
| 攻读硕士学位期间发表的论文及其它成果 .....    | 53 |
| 哈尔滨工业大学学位论文原创性声明和使用授权 ..... | 54 |
| 致 谢 .....                   | 55 |

## 第 1 章 绪论

### 1.1 前言

欧洲人习惯把巴西果等干果与燕麦片混合起来作为早餐，食用时，就从容器中倒出一些来，人们发现最先倒出来的往往是最大的巴西果，而最后倒出来的都是燕麦片，这就是著名的“巴西果效应”。振荡两种颗粒的混合物，颗粒会发生分离，较大的颗粒会出现在上表层，小颗粒会出现在底部，这种现象只有在颗粒数较多的情况下才会出现，关于这种古老效应的动力学机制至今仍众说纷纭。单个颗粒属于固态，其运动规律可以用牛顿力学来描述，但是大量颗粒组成的集合体就不能简单用固态来描述了。大量颗粒的集合体被称作颗粒物质，颗粒物质的物理性质较一般的三态复杂，它可以像固体一样以一定的形状静处一处，有承受剪切力的能力，当达到一定的条件时，它又可以像液体一样流动，表现出流体的特性<sup>[1]</sup>，颗粒物质不能用普通物质三态的任一状态来描述，也可以说，颗粒物质集固、液、气三态的特点于一身。

颗粒物质一般是指尺度在 1 微米以上的大量固体颗粒物的集合体。在这个尺度上，颗粒的重力势能相对较大，温度引起的热运动或布朗运动可以忽略。细分来说，直径处于 1-100 微米之间的被称为粉末(powder)，100-5000 微米之间的为颗粒(granular)，5000 微米以上的为块体(bulk solid)，它们都属于颗粒物质的范畴。较大颗粒物质的行为主要受重力、碰撞和摩擦力影响，而粉体颗粒物质主要受液桥力、范德华力和电磁力等粘性力的影响。尺寸在 100 微米以上的颗粒是颗粒物理的研究主体，在这个范围内，小到沙土，大到矿石，甚至巨大的浮冰都可以是研究对象。包括社会生活中的交通流、散态物料运输、泥石流、雪崩等现象，也是颗粒物理的研究对象。

除了水之外，颗粒物质是人类接触最频繁的物质之一，涉及了各个领域，如食品、医药、交通、能源、土木工程、防灾减灾、地球物理学、化学工业、粉末冶金工业等。在日常生活中，颗粒物质可以说是无处不在，人们对颗粒物质的认识当然也是从生活中而来，早在我国的南北朝时期就有对颗粒物质这样的描述了：“簸之扬之，糠粃在前，洮之汰之，砂砾在后”，这里说的是如何用簸箕通过摇、晃、颠等手法使谷皮、砂砾等杂物从粮食中分离出来。日常生活及自然界中经常可以观察到一些与颗粒物质有关的现象，比如：粮仓效应、“巴西果”效应、加压膨胀、成拱现象、雪崩、泥石流、沙尘暴等。这些现象目前还不能用传统理论给出统一解释。颗粒物质在工农业生产中扮演着重要的角色，与人们的生活息息相关。自然界中的

山体滑坡、沙丘演化、浮冰、雪崩、沙尘暴、地球板块运动等自然现象可以作为颗粒物质来研究，这在自然灾害的预报方面有重要意义。日常生活中的粮食、咖啡、糖、盐等生活物资也是颗粒物质，每天都有大量的消耗，其存储和运输对人们的日常生活也有重大影响，生产技术中的矿石、建材、药品、化工品等也为颗粒物质，对它们的处理存在着各种各样的问题，由于人们对颗粒物质各种物理性质的不了解，目前处理这些问题的工业技术水平还很低。据不完全统计，全世界食品、药品、工业原料及其他各种颗粒物每年的产量达数百亿吨之多，对这些物质的生产、加工、运输及储存，每年消耗的能量多达全球总能量的约十分之一。由此可见，研究颗粒物质并阐明其物理特性对于人们的生产生活、经济发展来说至关重要，颗粒物理中的一个小进步就可能给这个世界带来一大步的进步。

## 1.2 本文的研究目的和意义

近二十年以来，颗粒物质吸引了大批物理学者的兴趣，得到广泛的研究<sup>[1-4]</sup>，已经成为当今物理学的前沿热点之一，颗粒物质的流动问题被 *Science* 杂志列为本世纪须解决的一百个难题之一。虽然单个颗粒的物理性质十分简单，但是大量颗粒的集体行为却极其复杂，由于颗粒之间存在摩擦和非弹性碰撞，颗粒物质是一个典型的能量耗散体系，大量颗粒作为一个整体表现出“软物质”的特性<sup>[5]</sup>，最直接的证据就是声波在颗粒体系中的传播速度比在构成颗粒的物质中的速度慢近于 50 倍，弹性模量也要比构成颗粒的物质小 3 个数量级。人们对颗粒物质的了解仍然很有限，描述颗粒物质的基本理论尚未建立，即使对静态的颗粒体系也不能给出适当的方程来描述。

工程和物理学界已对颗粒物质的力学性质进行了较广泛地研究，而颗粒物质的传导特性，如热传导、声传播及导电性等，所做的研究较少，而力学特性和传导特性除了与组成颗粒本身的物理性质有关，还与颗粒物质内部颗粒之间的相互接触与相互作用有关。颗粒体系内部颗粒之间的相互接触与相互作用形成了力链，力链是构成颗粒体系内部结构的主体。表面上看起来静止的颗粒堆，其内部的力链也在发生着重组，伴随着旧力链的消失和新力链的形成，只是我们很难观察到。19 世纪末，Calzecchi-Onesti 发现一个小小的冲击扰动可以使导通的金属屑恢复绝缘状态<sup>[6]</sup>，这让人们意识到，颗粒体系的结构可以通过传导特性来体现，而且传导特性的观测不会明显影响到颗粒堆结构的变化。物理学家们着手与颗粒物质导电特性的研究还是在近几年，目前已经做了一些研究工作，但是对颗粒物质的导电机理还没有完全搞清楚。本课题的研究目的是通过测量颗粒堆电阻来了解颗粒物质体系的导电机理，并试图通过研究颗粒堆电阻的变化来窥探颗粒物质堆积内部力链和结构的变化，为

颗粒物质奇特现象的物理解释提供线索。

### 1.3 颗粒物质的力学特性

#### 1.3.1 粮仓效应

将水盛放于容器中，水会充满容器的各个角落，不管容器是方的还是圆的，将沙子装于容器中，不管容器是什么形状的，沙子也会适应容器的形状，在这一点上颗粒物质与液体是有相似之处的。水对容器底部的压强为  $p=\rho gh$ ，随着水柱高度的增加容器底所受到的压强越来越大，而对于颗粒物质来讲，却没有这样的现象，当颗粒堆的高度达到某个值时，容器底部的压强达到饱和，即使颗粒继续增加，底部压强也不会再增加，这个现象被称为“粮仓效应”<sup>[4]</sup>。在人类的劳动经验中也体现着对这一现象的处理，水坝大堤的底部需要加固，而装粮食的粮仓的底部却不用特别加固，沙漏之所以被用作计时器是因为沙子从孔中漏出的速度比水均匀，不会因沙子高度的改变而改变。早在 1895 年，德国工程师 Janssen 根据连续介质模型对颗粒堆底部压强公式进行了推导<sup>[4]</sup>，所得结果至今也还为人们所接受。

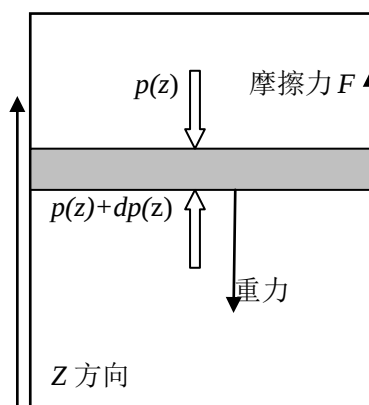


图 1-1 圆筒粮仓底部压强计算示意图

圆筒粮仓剖面图如图 1-1 所示，仓筒半径为  $R$ ，假设仓筒内部的颗粒的横向应力和纵向应力有如下关系， $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = K\sigma_{zz}$ ，其中  $K$  为应力转向系数，即颗粒中横向应力转变成纵向应力的系数，一般约为 0.3， $z$  处的压强  $p(z) = \sigma_{zz}$ ，设颗粒与器壁的最大静摩擦力系数为  $\mu$ ，对于高度为  $dz$  的体积元，假设靠近器壁的各处受到的摩擦力达到最大，其一周所受到的总的器壁摩擦力的大小为

$$F = 2\mu K p(z) \pi R dz \quad (1-1)$$

式中  $\mu$ ——颗粒与器壁的最大静摩擦力系数；

$R$ ——仓筒半径(m)；

$K$ ——应力转向系数；

$p(z)$ —— $z$  处的压强( $\text{N/m}^2$ )。

力平衡方程为

$$-\rho\pi R^2 g dz - p(z)\pi R^2 + [p(z) + dp(z)]\pi R^2 + 2\mu K p(z)\pi R dz = 0 \quad (1-2)$$

式中  $\rho$ ——颗粒密度( $\text{Kg/m}^3$ );

$g$ ——重力加速度( $\text{m/s}^2$ )。

等号两边同时除以 $\pi R^2 dz$ ，并移项处理得

$$\frac{\partial p}{\partial z} + \frac{2\mu}{R} K p = \rho g \quad (1-3)$$

求解方程得

$$p(z) = p_s [1 - \exp(-z/\lambda)] \quad (1-4)$$

式中  $\lambda$ ——特征高度，其中 $\lambda = R/2\mu K(\text{m})$ ;

$p_s$ ——堆底的饱和压强， $p_s = \rho g \lambda (\text{N/m}^2)$ 。

由上式可看出，当 $z < \lambda$ 时， $p(z) = \rho g z$ ，即颗粒堆积较浅时，仓筒底部压强与颗粒高度成正比，这类似于液体压强计算公式；当 $z > \lambda$ 时， $p(z) \rightarrow \rho g \lambda = p_s$ ，即颗粒堆积高度大于特征高度时，仓筒底面压强趋于饱和。应力转向系数  $K$  一般约为 0.3，一般颗粒与器壁的最大静摩擦系数 $\mu$ 通常不超过 0.5，由此可推算出特征高度 $\lambda$ 一般为仓筒半径  $R$  的 3~4 倍。Vanel 等人做了相关的实验得到了与 Janssen 理论推导相近的结果<sup>[7]</sup>。

粮仓底部的压力之所以会缺失，而不像液体那样随液体高度增加而增大，是因为，液体间没有剪切应力，而颗粒物质间具有剪切应力，颗粒的重量通过颗粒与筒壁之间的静摩擦力转移到了筒壁上，所以仓筒底部的受力负担就不再增加了。但是这种现象不是颗粒柱必然产生的一种现象，这跟颗粒柱所处的受力环境是有关系的，当将传统的粮仓做一定的改进时，人们发现了颗粒柱对仓底不同的特性。

有实验<sup>[8]</sup>研究仓筒底和筒壁分开的粮仓系统底部受力情况，实验中把仓底做成活塞的样式与筒壁脱离，筒壁不与仓底相连后，筒壁不再承担颗粒的重量，只起到了固定颗粒柱形状的作用，颗粒的重量和筒壁的重量都加在了仓底的上面，实验发现仓底受到的压力与颗粒高度成线性增长的关系，在这种结构的粮仓中颗粒物质表现出的现象被称作反粮仓效应<sup>[9]</sup>，这其中没有 Janssen 应力饱和现象。彭政等人通过实验研究表明此种应力不饱和粮仓系统<sup>[10]</sup>也满足 Janssen 在连续介质理论下给出的应力转向比为常数的假设。

### 1.3.2 沙堆静止角与压力凹陷

从一点向下倾倒沙子会形成沙堆，持续倾倒沙堆会越来越大组后形成一个大沙

堆，随着沙的倾倒，沙堆不是越来越尖，它的倾角一致没有较大的改变，从小沙堆到大沙堆，虽然规模一直在变，但它们的形状都是相似的。大规模的沙堆究竟是怎样形成的呢？有研究表明，当沙堆的规模足够大时，沙堆会出现“静止角”和“崩塌角”<sup>[4]</sup>即当沙堆的角度达到某个值时，沙堆会出现崩塌的现象，倾角变小，当小到某个角度时，崩塌就会停止，沙堆就在那个角度上保持静止。再继续增加沙子，沙堆的倾角再次变大，达到“崩塌角”后再次崩塌，而后再次静止，如此反复，沙堆的规模就越来越大了。人们测量发现，静止角和崩塌角相差约为两度。

一堆瓜果呈沙堆状放置，什么位置的瓜果最容易被压坏呢？直观地看来，处于堆底中间的瓜果的上方放置的瓜果最多，应该是最容易被压坏的。但是事实并非如此，虽然底部中间位置的瓜果上方放置的瓜果是最多的，但是它承载的压力并不是最大的，有实验表明沙堆底部存在着“压力凹陷”<sup>[11]</sup>，即周围颗粒受到的压强比中间颗粒的大，此现象的示意图如图 1-2 所示：

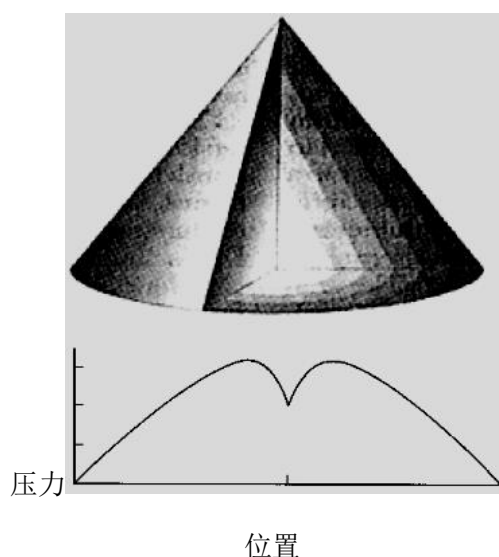
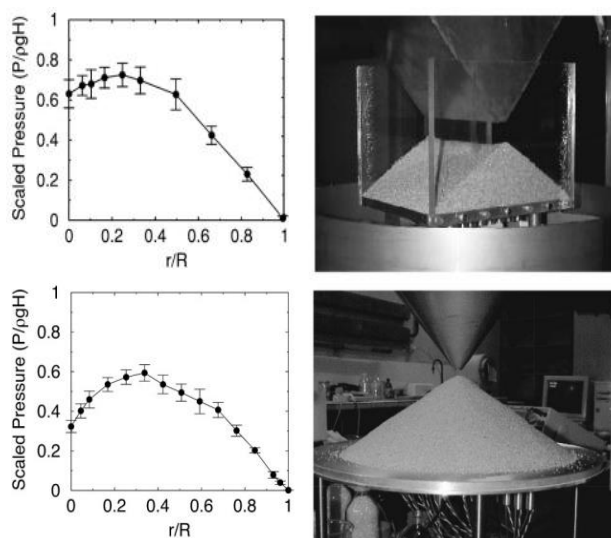
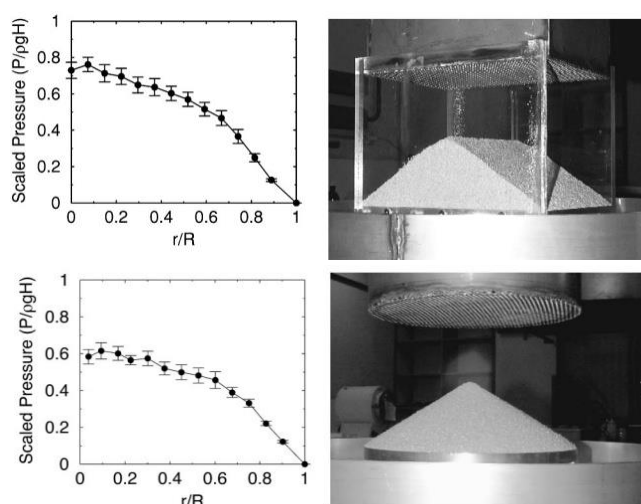


图 1-2 沙堆底部压力凹陷示意图<sup>[12]</sup>

制备沙堆的方式可分为点源式和雨落式，点源式就是将沙子从一点向下撒落形成锥形沙堆，若是沿一直线向下撒落沙子则能形成楔形沙堆；雨落式就是从以平面向下撒落沙子形成沙堆，以圆形平面撒落可以形成锥形堆，以方形平面撒落可以形成楔形堆。有实验表明<sup>[13]</sup>，以点源式制备的沙堆，不管是锥形堆还是楔形堆，沙堆底部都存在压力凹陷，如图 1-3 所示；而雨落式制备的沙堆底部没有明显的压力凹陷现象，如图 1-4 所示。这说明沙堆对其构成历史有记忆效应，不同的构造方式使沙颗粒间所形成的应力构造不同。


 图 1-3 点源式和线源式制备的沙堆底部存在压力凹陷<sup>[13]</sup>

 图 1-4 雨落式制备的沙堆底部不存在压力凹陷<sup>[13]</sup>

### 1.3.3 振动时的颗粒物质

静态的颗粒物质体系具有一些与我们所熟知的物质形态所不一样的性质，当用外力振动颗粒物质体系时，颗粒物质表现出的物理现象更加丰富多彩了。对于颗粒物质在振动时的特性的研究<sup>[14,15,16]</sup>，涉及到颗粒对流、振动斑图、颗粒分离、颗粒运动整体性等多个方面，国内外的学者们已经做了大量的工作。最常见的振动方法是将颗粒物质放置于水平振动台上，对其施加竖直方向的振动，一系列的实验研究<sup>[17,18,19]</sup>表明，对于一定的颗粒物质，当振动的频率和振幅不太大时，颗粒表面不会发生较大的改变，振动加速度较大时，颗粒体系内部会发生对流和成堆现象，并且颗粒表面会形成形态不同的斑图。

有实验表明,颗粒体系的对流受器壁摩擦力的影响较大<sup>[18]</sup>,在粗糙程度不同的器壁中,颗粒会发生从下往上、从上往下、双对流圈、多对流圈等不同的对流现象。

Falcon 等人用具有自由表面的颗粒物质进行振动时,发现适当的低振幅下,颗粒物质表面会出现起皱现象,增大振幅后大皱堆会分裂成多个小堆,会出现晶格状的多边形斑图,增大振动频率会出现稳定的表面驻波,如图 1-5 所示,他们认为这是由于颗粒物质缝隙中的空气的作用导致的,因为在真空下,这种现象就消失了<sup>[19]</sup>。

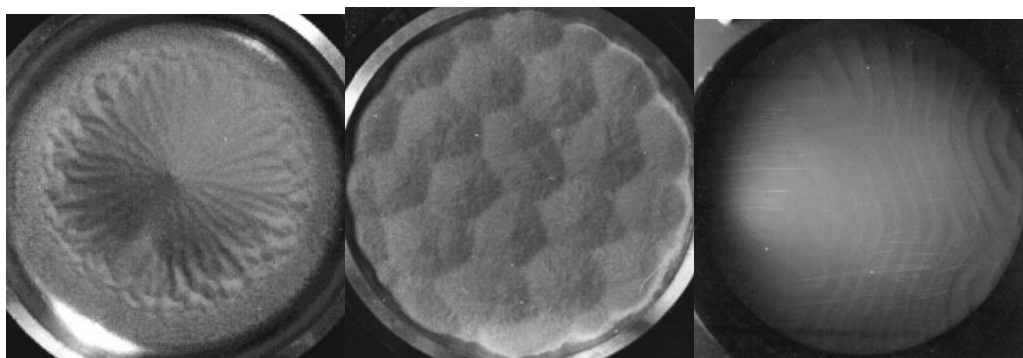


图 1-5 振动幅度不同及频率不同时产生的振动斑图<sup>[19]</sup>

不同颗粒的混合物在振动时会发生分离,早在我国古代南北朝时期人们就用簸箕上下颠簸来使簸箕中的谷物分离,在欧洲也是很早就发现了“巴西果效应”。然而物理学家开始对振动时颗粒物质特性的研究,近年来才得到展开。振动的形式一般采用竖直方向的振动,对于两种颗粒的混合颗粒系统,通常出现大颗粒在上小颗粒在下的分离现象<sup>[20]</sup>,被称为“巴西果效应”。但是在一定条件下,还可以产生小颗粒在上大颗粒在下的现象,被称为“反巴西果效应”,吸引了很多研究者的兴趣<sup>[21,22,23]</sup>。近日,有学者研究了在转筒中的两种颗粒混合物,在转筒中也会出现颗粒的分离<sup>[24]</sup>,即“巴西果效应”,研究发现,适当改变大小颗粒的密度可以使转筒中出现“巴西果效应”和“反巴西果效应”。继续调整振动的频率和振幅,当达到某个临界值时,还可以得到大颗粒在中间层小颗粒在上下层的三明治式分离<sup>[25]</sup>。

固体球在液体中的状态有三种,分别是漂浮、悬浮、下沉,具体处于哪一种状态要看固体球密度 $\rho_0$ 与液体密度 $\rho_1$ 之比:

$$\rho_0/\rho_1 < 1, \text{上浮};$$

$$\rho_0/\rho_1 = 1, \text{悬浮};$$

$$\rho_0/\rho_1 > 1, \text{下沉}。$$

当把球放在小颗粒床中进行振动实验时,也发现了类似打球在液体中表现的三种状态,阎学群<sup>[26]</sup>等人发现大球密度 $\rho_0$ 与小颗粒的密度 $\rho_2$ 比值存在一个临界值 C,根据临界值 C 可以来控制大球的浮沉,这个值比 1 小,浮沉的规律与液体中的相反:

$\rho_0/\rho_2 > C$ , 上浮;

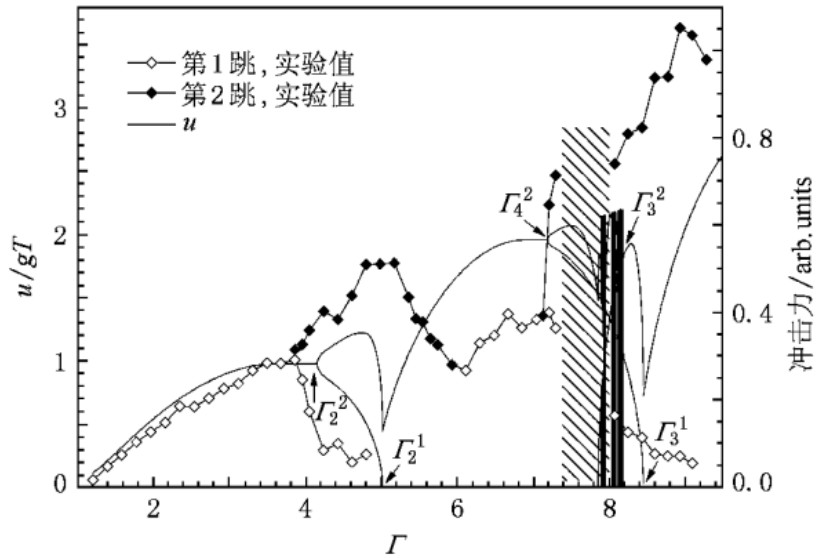
$\rho_0/\rho_2 = C$ , 悬浮;

$\rho_0/\rho_2 < C$ , 下沉。

因为颗粒物质在振动时会产生对流现象, 所以振动时, 大球在颗粒床中除了受到重力、摩擦力、振动产生的驱动力外还受到颗粒物质对流的影响。实验发现, 在真空容器中不会出现大球下沉的现象, 这说明颗粒振动时产生的对流使空气中产生一定的负气压, 使大球出现下沉的现象。

对颗粒物质施加周期性的振动时, 颗粒物质内部存在着大量的非弹性碰撞, 这对振动台施加的能量产生着巨大的耗散, 当能量的输入与耗散达到某种平衡时, 振动颗粒床中会出现稳定的对流圈、表明驻波、振动斑图等现象, 除此之外, 颗粒还会协同起来整体运动, 出现聚集态。姜泽辉等人的实验研究<sup>[27,28,29]</sup>发现采用横截面积较小的容器作为颗粒床时, 颗粒体系的对流等流化现象能够得到有效的抑制, 当颗粒床足够厚时, 其底部更容易出现聚集态, 而且这种聚集态是很稳定的, 在一定的振动加速度范围内, 颗粒床对底部的冲击力是倍周期的。令约化加速度  $\Gamma = (2\pi f)^2 A/g$ , 其中  $f$  和  $A$  分别为所施加振动的频率和振幅,  $g$  为重力加速度, 颗粒体系对容器底部的冲击力随着  $\Gamma$  的增大是倍周期的<sup>[28]</sup>。

聚集态的颗粒体系是一个强耗散体, 振动台面对其施加的动能会在颗粒间大量的非弹性碰撞和摩擦下迅速耗散掉, 所以这时的颗粒体系可以看做一个弹性恢复系数相当小的整体, 所以可以用完全非弹性蹦球模型来描述这个整体。颗粒体系在振动的过程中主要受到器壁摩擦力和空气阻力的作用, 对完全非弹性蹦球的进一步研究<sup>[29,30]</sup>发现, 引入器壁摩擦力和空气阻力后, 完全非弹性蹦球模型可以对受振颗粒床中的倍周期分岔行为给出较合理的描述, 图 1-6 为理论值与实验值的比较。

图 1-6 受振颗粒床倍周期分岔理论计算与实验值的比较<sup>[30]</sup>

### 1.3.4 颗粒物质的流动特性

单个颗粒的运动规律遵循牛顿运动定律，当大量颗粒的集合体运动起来的时候情况变得复杂，由于单个颗粒间的非弹性碰撞和摩擦，颗粒体系处于能量耗散的状态。颗粒物质在流动时如果单个颗粒间互不接触，即比较稀疏，那么颗粒流

类似流体的流动，其流量  $Q = \rho v S$ ， $\rho$  为颗粒密度， $v$  为流动速度， $S$  流经的截面积；如果颗粒流动时处于比较密集的状态，则颗粒间的碰撞和摩擦损耗着颗粒体系整体的动能，使颗粒流的流动呈现出一些较复杂的行为，如堵塞、密度波、瓶颈效应等<sup>[31,32]</sup>。

早在古代人们就选择用沙漏作为计时器而不用水滴计时，因为沙子从漏斗口中流出的速度比较均匀，不会像水滴一样随着漏斗中水面高度的变化而发生快慢的变化。调节漏斗的开口可以改变沙子的流速，颗粒流量  $Q$  与开口尺寸  $D$  的关系<sup>[33]</sup> 为  $Q = C \rho g^{1/2} (D - kd)^{5/2}$ ，其中  $C$  为描述颗粒摩擦情况的参数，光滑颗粒的  $C$  为 0.64，非光滑的颗粒的  $C$  实验测得近似为 0.58， $g$  为重力加速度， $\rho$  为颗粒的体密度， $d$  为颗粒的尺寸。当括号内  $D - kd = 0$  时，流量  $Q$  为 0，这表示当开口尺寸是颗粒尺寸的某一倍数时，颗粒流停止，发生堵塞。进一步的研究表明，颗粒流量不仅与开口尺寸有关系还与一些其他因素有关，如开口的角度，颗粒的尺寸，初始流量等。

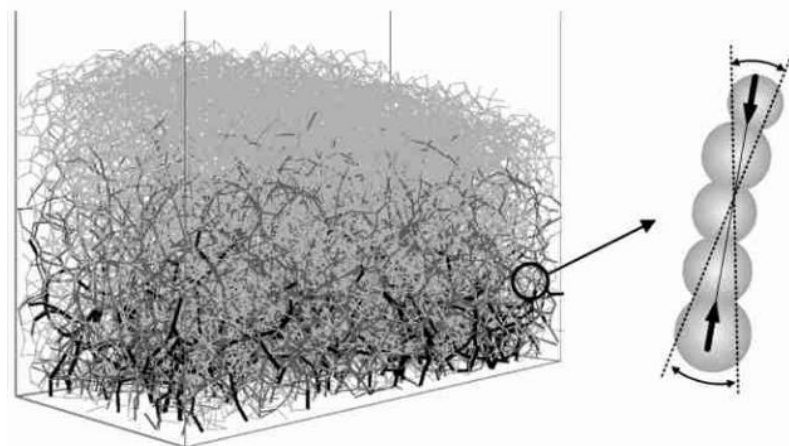
Maloy<sup>[34]</sup>等人的实验研究表明，在开口直径为 1mm 的时候，颗粒尺寸  $d$  的大小对颗粒流的影响为： $d < 40\mu\text{m}$ ，颗粒流静止； $40\mu\text{m} < d < 300\mu\text{m}$ ，颗粒流为断续流； $d > 300\mu\text{m}$ ，颗粒流为连续流。在这个尺度下，与重力相比颗粒受到空气的影响较大，颗粒的大小不同导致颗粒间的空气容量不同，空气对颗粒流产生的作用也不同，

颗粒较大时, 空气可以通过颗粒间较大的缝隙渗透到颗粒物质内部, 削弱颗粒间的摩擦和挤压成拱, 促使连续流动的产生。厚美瑛<sup>[35]</sup>等人的研究发现, 斜面上流动的二维颗粒流, 在减小其开口到约为颗粒尺寸的 4 倍左右时, 会发生堵塞现象。在达到堵塞之前, 其开口存在一个临界值  $d_c$ , 在临界值  $d_c$  处, 颗粒流开始从最初的稀疏态像密集态转变, 较初始流量来说, 颗粒的流量变小。有学者对此问题进行了进一步的研究<sup>[36,37]</sup>, 通过分别研究初始流量、通道宽度、颗粒流速等因素, 发现这些因素都会影响  $d_c$  的大小。Leonardo 研究了重力驱动下, 倾斜角度  $\theta$  对斜面流的影响<sup>[38]</sup>, 发现两个有意义的角度  $\theta_r$  和  $\theta_u$ ,  $\theta < \theta_r$  时, 没有流动产生;  $\theta_r < \theta < \theta_u$  时, 稳定流产生;  $\theta > \theta_u$  时, 非稳定流产生。研究颗粒流从稀疏到密集的转变以及堵塞等规律, 对于处理泥石流、工业运输、交通流等领域的问题有重要的应用价值。

### 1.3.5 成拱和力链

对颗粒物质施加作用力时, 颗粒内部数个颗粒之间会形成拱, 作用力会沿着各力拱传播, 这就是颗粒物质中的力链, 它会沿着力链发生改向, 在颗粒物质内部形成力链网络。目前, 在颗粒物质的研究领域中, 出现了多尺度研究的观点<sup>[39,40]</sup>, 认为颗粒体系可以分为微观的单颗粒尺度、宏观体系尺度, 以及居于中间的细观尺度, 即数个颗粒构成的力链尺度。其中力链是由单颗粒组成, 力链是颗粒接触力的传播路径, 又决定颗粒宏观体系的结构和稳定, 所以力链网络决定着颗粒体系的复杂的本构关系。

颗粒物质内部的应力分布是不均匀的, 参与形成力链的颗粒受力强, 处于力链之外的颗粒受力弱甚至不受力, 力链也是有强有弱, 强力链荷载能力强, 弱力链上的荷载小一些。孙其诚<sup>[41]</sup>等人通过计算机模拟颗粒物质静态堆积, 模拟实验表明, 在自重作用下颗粒堆积内部的颗粒被挤压成拱形, 模拟结果如图 1-7 所示。其中粗壮的线条表示强力链, 结果显示强力链多分布在颗粒体系的底部, 数量比较少, 但是承担了颗粒体系的大部分重量, 弱力链数目比较多, 几乎均匀分布与颗粒体系, 辅助强力链达到整个体系的结构稳定。目前对于颗粒物质堆积内部的接触力无法进行无干扰检测, 力链除了与颗粒表面的摩擦系数、形态等参数有关外, 还对边界条件和初始条件敏感, 例如, 沙堆的压力凹陷就与其形成历史密切相关。

图 1-7 静态颗粒堆积内部的力链构型<sup>[41]</sup>

为了直观地观测到颗粒物质内的力传输情况，Aste 等人利用具有光弹性的颗粒构成颗粒堆积，对其施加压力后，观测到了颗粒堆内部的力链网络<sup>[42]</sup>，如图 1-8 所示。图中显示的是两种不同大小的颗粒混合物，颗粒的光亮度与其所承载的力是成比例的，可以看出，少部分的颗粒承载了大部分的力，竖直方向施加的应力被拓展到多个方向，形成传输力网。

图 1-8 两种尺寸的光弹性颗粒混合物中的力链分布情况<sup>[42]</sup>

## 1.4 颗粒物质导电特性的研究现状

### 1.4.1 基于 Branly 效应的金属颗粒导电特性研究

19 世纪末，在 Maxwell 的电磁场理论出版后，Hertz 清楚地演示了电磁波在自由空间内的产生，他指出，电磁波可以让开口的金属环内产生电流。几乎在同一时期，Calzecchi-Onesti 在装有金属屑的玻璃管两端加上可变化的电动势，发现金属屑管的导电性能有了可观的增强。到 1890 年，Édouard Branly 深入系统地研究了金属屑管附近的电磁波对其电阻的影响。他发现将金属屑松散地装置在两头带有电极的玻璃管中时，这个装置的初始电阻非常大达到几百万欧姆的级别，这是由于金属屑表面有一层薄薄的氧化膜，当在玻璃管的附近激发电火花时，装置的电阻突然间转变为几个欧姆。这种导电状态会一直持续，直到给玻璃管一个轻轻的冲击<sup>[43]</sup>才会消失，这种现象被称为 Branly 效应。人们称这种金属屑玻璃管装置为粉末检波器 (coherer)，Branly 现象早期就被应用于无线电通讯检波，近些年在颗粒物质领域人们也做了不少研究，包括给金属颗粒物质通上电流研究直流 Branly 效应。

对金属颗粒堆积通以电流，测试堆积的电压，通过绘制电压-电流曲线，S.Dorbolo 等人发现了回滞效应<sup>[44]</sup>。改变堆积两侧的电极板的材料，同样出现了这种现象，这说明堆积的电阻仅取决于颗粒之间的接触。

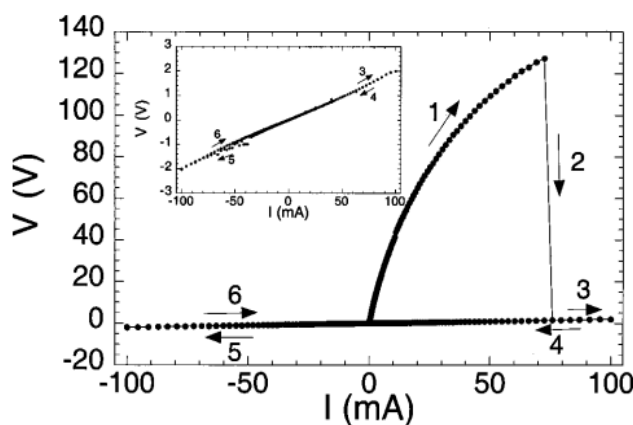


图 1-9 金属颗粒堆积的回滞效应曲线<sup>[44]</sup>

如图 1-9 所示，在第一阶段，电流较小，通过颗粒堆的电流和极间电压具有关系类似半导体接触时的指数定律： $V = V_0 \{1 - \exp(-I/I_0)\}$ ，其中  $I_0$  是特征电流， $V_0$  是极限电压。在第二阶段，电流达到临界值  $I_0$  时，曲线陡然下落，堆积的电阻下降了两个数量级，这类似于电介质的击穿。随后的过程中，电压和电流一直保持线性的关系，直到对系统施加轻轻的敲击，导电状态才被打破。击穿可以理解为相邻小球间

的电介质的击穿，即金属颗粒球表面的几个纳米的氧化层<sup>[7]</sup>。

三维颗粒堆积内部复杂性高，为了使问题的复杂性降低，Dorbolo 又研究了随机排布的二维五角铝片堆积在电流作用下的行为<sup>[45]</sup>，同样发现了回滞效应，如图 1-10 所示。随着电流的增大，电压曲线沿着图中所示箭头 1 开始变化，可以看到曲线上有的部分可逆，有的部分不可逆，有部分是线性的，有部分是是非线性的，而且每次实验得到的  $V-I$  回线都不相同，具体形态与颗粒堆的导电历史有很大的关系，这说明颗粒堆具有记忆效应。两个接触的颗粒间有一层氧化膜，他们将此看做一个二极管和一个电阻的串联，整个颗粒堆就是这种接触网络。电压曲线的非线性部分可以用  $V = [V_0(1 - \exp(-i/i_0))] + R_r I$  来描述， $R_r$  为堆积的固有电阻。而电压曲线的线性部分，他们认为这是由于颗粒间接触点的微焊接引起的。

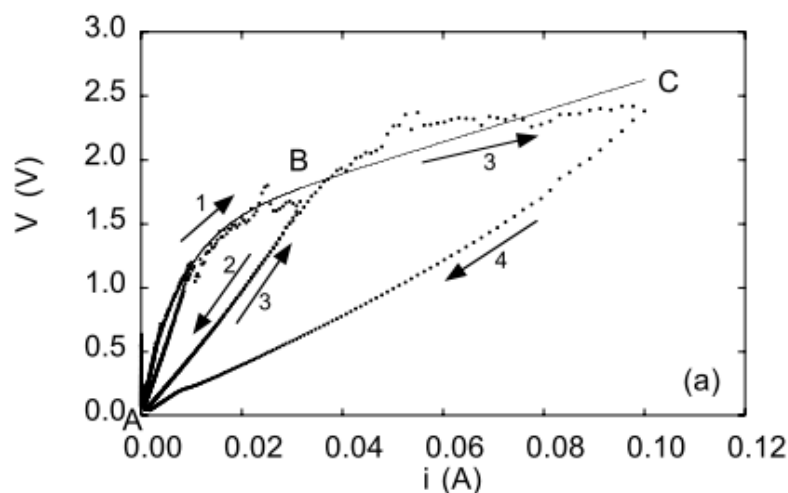
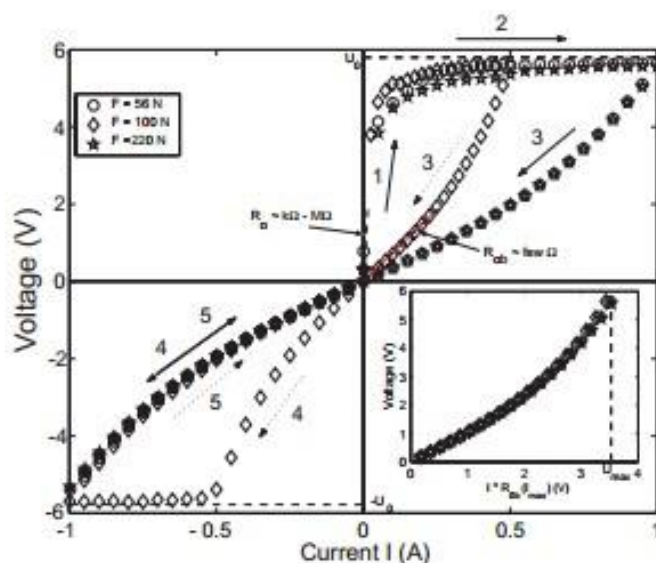
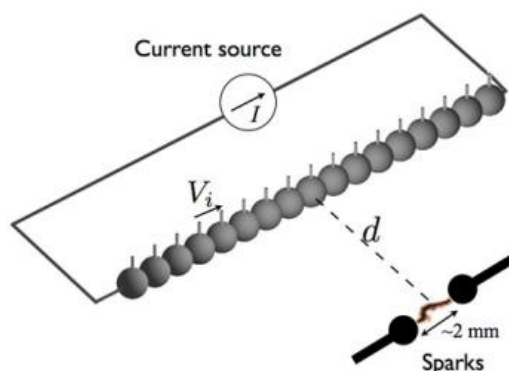


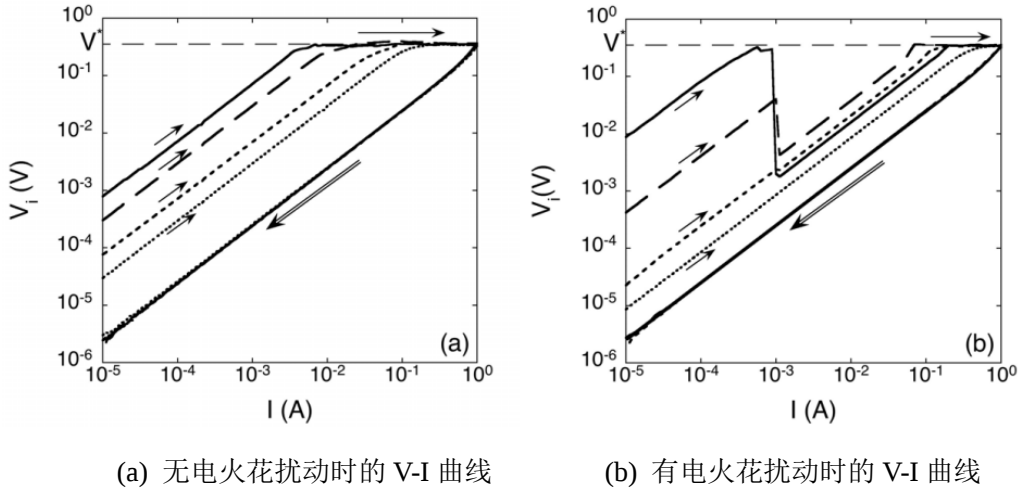
图 1-10 注入循环电流获得的  $I-V$  曲线<sup>[45]</sup>

颗粒堆积中的接触网络结构复杂，为了使问题简单化，Eric Falcon 等人将一维的钢球链作为研究对象，研究了对其外加静压力情况下的导电特性<sup>[46]</sup>，较之二维、三维系统中的复杂接触网络，此实验中只需考虑颗粒接触点的影响。他们发现当电流增大时，球链状态由绝缘态向导电态转变，而且电压电流的关系是非线性的、回滞的，如图 1-11 所示。他们发现回滞路径只与所加的电流有关，与外加静压力无关。整个颗粒链的饱和电压随着电极间小球的个数增加而增大，但是每两个小球间存在饱和电压  $U_c = U_0/(N-1)$ ，约为 0.4V。此实验的结论与颗粒堆积的研究结果相似，将导电状态的转变归结于相邻接触点由于电热作用形成了微焊接，从而增加了导电接触面积。


 图 1-11 不同静压力不同电流下的 I-V 回滞曲线<sup>[46]</sup>

S. Dorbolo 等人继研究了三维、二维颗粒堆积的电性质后，又研究了一维金属颗粒链在外加电场激发下的导电特性<sup>[47]</sup>，装置示意图见图 1-12。发现当在与球链相距  $d$  处设置电火花激发电场时，初始电阻值较大的球-球链的电压出现了大幅的降低，之后同样出现了类似的  $V-I$  回滞曲线，而初始电阻较小的球-球链并没有受到影响，如图 1-13b)所示。通过测量电火花扰动后的球-球链的电阻  $R_{sp}$ ，将整个实验现象归结为：初始电阻远大于  $R_{sp}$  的链受电火花的影响较大，初始电阻远小于  $R_{sp}$  的链不受电火花影响，处于  $R_{sp}$  附近的链或多或少受到电火花影响。通过改变金属球链和电火花之间的距离，他们发现  $R_{sp}$  与距离  $d$  粗略成比例。


 图 1-12 每个小球上都带有电极的金属球链装置<sup>[47]</sup>

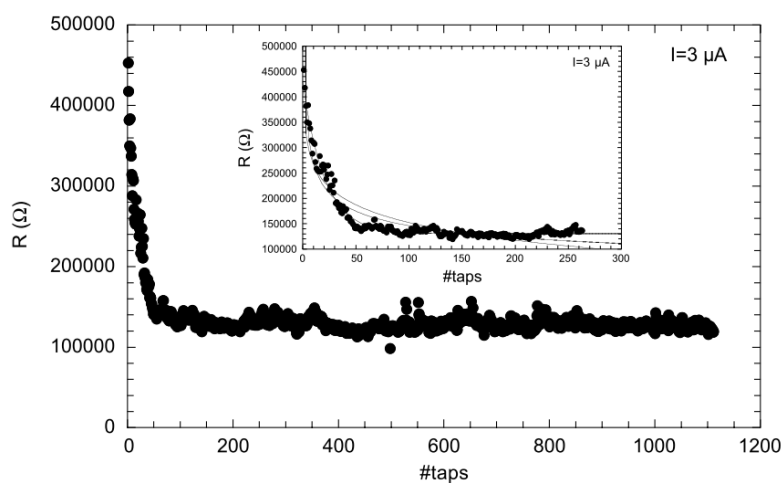
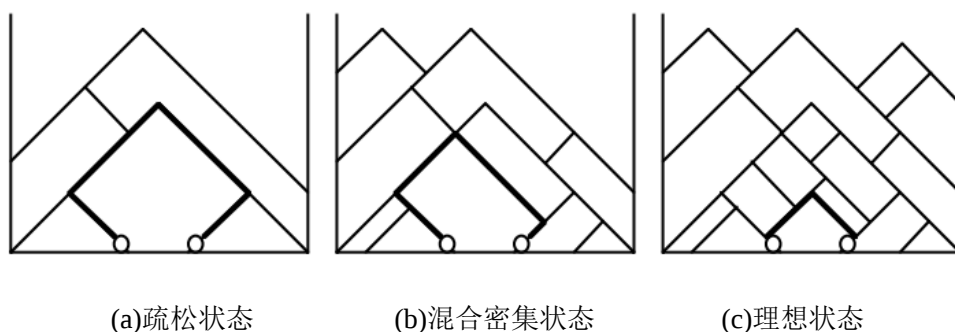
图 1-13 四条球-球链的 V-I 曲线<sup>[47]</sup>

在以上的研究基础上，一维金属颗粒链的导电特性得到了进一步的研究<sup>[48]</sup>。实验通过测量电流从金属球链中通过时的  $V-I$  曲线，分析得到金属球间接触面的直径大小随着电流的增长是线性增长的。电流从金属球链中通过，在金属球的交界处，电流受到压缩，由此发生的热效应，使金属球表面的交界处受到加热和软化，改变了金属球的自然接触状况，增大了接触面积。金属球链附近的电火花激发的电磁波使金属球链内产生诱导电流，研究发现，电火花距离金属球链的距离与金属球间的接触面积的半径  $r$  有一定的关系，正比与  $1/r^2$ ，反过来，通过控制电火花的位置可以控制金属球的接触面积，这在颗粒物质声传播的研究方面会有一些应用。

#### 1.4.2 力学扰动对颗粒物质导电特性的影响

颗粒堆的堆积密度、几何机结构是由颗粒间的相互作用决定的，颗粒堆积里数个颗粒之间相互作用形成拱形结构，被称作力链，力链的分布决定着颗粒堆的堆积密度、几何机结构，而这些对颗粒堆的导电特性有重大的影响。Dorbolo 等人发现金属颗粒堆的电学涨落和敲击次数有关系<sup>[49]</sup>，如图 1-14 所示。通过引入一种聚集模型<sup>[50]</sup>，他们发现电阻和敲击次数  $n$  符合 e 指数关系  $R(n) = R_c + A \exp(-Bn)$ ，其中  $R_c$  为颗粒堆饱和电阻， $n$  为敲击次数。

由图 1-14 可以看出，电阻在敲击的初期下降地很快，他们认为敲击的过程是颗粒内部力链网络形成的过程。在一个典型的复杂力链网络中，导电路径一般沿着力链长度最短的方向，如图 1-15 所示。


 图 1-14 敲击次数和金属颗粒电阻的关系<sup>[49]</sup>

 图 1-15 不同聚集状态的导电路径<sup>[49]</sup>

电阻的大小与导电路径有关，密度的较大的颗粒堆内部力链多而密，存在较短的导电路径。但是颗粒堆的密集程度是有一定的上限的，当颗粒堆密度达到最大时，最短导电路径将不再变化，所以颗粒堆的电阻最终不再随敲击而变化，达到稳定，如图 1-14 所示，电阻值  $R$  的走向逐渐变得平稳。球形颗粒具有聚集成六边形结构的倾向，平板上会出现许多颗粒球的聚集状态，这致使此研究结果对于颗粒物质导电特性的描述不具备普适性。为了研究颗粒形状对金属颗粒堆导电特性的影响，用二维五角星颗粒重复该扰动实验<sup>[51]</sup>后，发现电阻的变化杂乱无章，没有明显的规律性。

颗粒物质内部分布着很多力链，力链的长短和多少都是不确定的，不同堆积密度的颗粒物质肯定有着不同的力链分布。存在力链的地方即有颗粒的相互作用，则定有颗粒的紧密接触，这些力链就构成了颗粒物质的导电路径。外加敲击扰动时，会影响颗粒的排布，就存在着力链的重组，也即改变了颗粒物质内部的导电路径，外在表现在电阻的改变。敲击会使颗粒堆积变得更紧密，导电路径变短，电阻变小。

但是一定的颗粒堆，其紧密程度是有一个极限的，当敲击一定次数后，颗粒的紧密程度趋于一定，电阻也趋于一个饱和电阻，不再继续减小。敲击扰动方式是通过改变颗粒堆内部的导电路径获得电阻的改变，不同于改变金属颗粒的接触面积，研究的是颗粒堆积的动态导电特性。这种研究方式使颗粒堆积的导电特性同颗粒堆积内部力链的形成和分布联系了起来，有望通过颗粒堆积的动态导电特性来了解其内部的力学结构和变化，解释颗粒物质领域的各种奇特现象，但是，目前把这两者结合起来的研究很少。

### 1.4.3 数值模拟颗粒物质导电特性

颗粒物质的导电性和导热性都属于颗粒物质的传导特性，都与颗粒的几何形态和排布有关，二者的研究有很大程度的相似性，不少文章探索了颗粒物质传导性质的数学模型<sup>[52-57]</sup>，并在小颗粒数范围内进行了数值模拟。颗粒层被看做多孔材料来处理，关于多孔材料的传导性，过去已有多种处理方法，有限元模型(FEM)，离散元模型(DEM)等。众多方法将颗粒的尺寸和颗粒间的孔隙率联系到多孔材料的传导率计算里<sup>[58-61]</sup>，考虑颗粒的几何和排布信息，颗粒物质的电导率已建立了分析模型。目前众多的研究模型只考虑了单一颗粒尺寸的情况，但是大多数颗粒物质具有较宽的尺度分布，包含渗透理论的统计方法常被应用到孔隙结构传播问题的处理中，局部区域内随机排布数个连接单元，来等效材料的孔隙率。这种方法在预测多种疏密度不同的复合材料的电阻<sup>[59-61]</sup>时都得到了较合理的结果。

在电火花激发粉末检波器方面的最新研究<sup>[62-64]</sup>确立了几个影响金属颗粒发热和电击穿的重要过程和参数，研究表明电火花给金属颗粒投递的能量通过焦耳热的形式传播，体系中传递的焦耳热能量可以通过测量放电电流和金属颗粒的阻抗来测定。最近，Ervin Beloni, Priya R. Santhanam 等人<sup>[65]</sup>，运用离散元模型(DEM)模型计算了颗粒物质在电火花激发下的电阻，他们假设每个接触链的接触电阻在激发下都有一个电阻跃变，此跃变被假设为相邻颗粒之间空气缝的击穿，这些小接触链的电阻跃变构成了整个电阻网络的变化。他们的计算结果和实验值有较好的匹配。

关于颗粒物质电导率的数学模拟计算，目前模型的建立还是不够纯熟，颗粒几何参数、颗粒间隙，颗粒材料组分等参数还是具有一定的理想化，应用范围有很大的局限性。颗粒物质体系是由大量个体组成的一个复杂系统，建立一个贴合实际的数学模型也将是一项复杂的工作，且其实用性有待思考。

## 1.5 本文研究目标和内容

单个颗粒的电阻由颗粒的电阻率决定，是固定不变的，但是众多颗粒的集合体

的电阻就变得复杂了。颗粒物质的电阻不仅与颗粒材料的弹塑性系数、电阻率有关，甚至还与颗粒的表面形貌，颗粒在体系中的排布状态(密度，压实状态，有/无序结构、力链的存在)有关。颗粒的几何形态和受力分布决定着颗粒间的接触网络，这个接触网络就是导电路径，所以颗粒物质内部的结构变化会对颗粒体系的电阻造成很大的影响。因此，研究颗粒物质的导电特性应该同时包含着力学和电学方面的影响因素。

颗粒体系内部应力分布不均匀，以链式的方式存在，颗粒体系内部杂乱无章地分布着许多力链力网。敲击和加载都会使原有力链破坏、新力链产生，颗粒体系内部结构发生重组。既然颗粒体系具有如此的敏感性，那么如何才能在不扰动颗粒体系结构的情况下探测到颗粒体系内部的结构变化呢？电学方法不仅可以避免扰动到颗粒体系结构，还可以反映出颗粒体系的时时变化。由颗粒相互接触所构成的力链正是电流通过的导电路径，力链的变化即体现在颗粒体系电阻的变化上，所以，本课将把力学因素和电学因素结合起来研究颗粒物质，以颗粒物质的电阻为观测手段。主要研究内容有：

- 1、建立了电阻测量系统，构造导电颗粒堆，对其进行冲击扰动，观察电阻的变化规律，以期从中总结出颗粒体系内部结构重组的规律；
- 2、测量颗粒堆的电阻，探究颗粒堆电阻与厚度的关系，并将颗粒物质电阻与连续介质电阻进行比较。
- 3、于圆筒形容器中构造颗粒堆，研究颗粒堆电阻受轴向加载的影响。

## 1.6 本章小结

本章首先由人们发现的一些奇特现象引出了颗粒物质的概念，随后对颗粒物质在颗粒物理中的准确定义进行了介绍。颗粒物质是除了水之外人类接触最多的物质类型，其包含的范围比较广，从太平洋几千米的浮冰到谷物、沙子都属于颗粒物质的范畴，所以研究颗粒物质具有广泛的应用背景和重要意义。然后介绍了颗粒物质的各种奇异力学特性（包括粮仓效应、沙堆压力凹陷、振动斑图及倍周期运动、颗粒流的转变、力链）和电学特性的研究现状。随后指出力链是决定颗粒物质结构和形态的关键因素。力链在颗粒物质内构成接触网络，接触网络是力的传播路径，同时也是电的传播路径，所以颗粒体系的导电特性包含着力学方面的影响因素，二者是具有紧密联系的。由此出发，最后介绍了本文的研究目标，本文把电学和力学方面结合起来，研究颗粒物质导电特性。

## 第2章 冲击扰动对颗粒堆导电特性的影响

颗粒物质是一个结构复杂的体系，其内部颗粒之间相互接触相互作用形成力链，构成接触网络维持颗粒体系的结构稳定，稍加扰动就会造成“牵一发，动全身”的效果。颗粒物质具有对扰动的敏感性和非线性，当受到力的扰动时颗粒物质内部力链发生着重组，但是很难被观察到。若将颗粒体系通上电，那么力链就是导电路径，力链的重组就会在颗粒体系的电阻变化上表现出来而被观测到。本章构造导电颗粒堆，对其进行力学扰动，观察电阻的变化规律，来研究颗粒体系内部结构重组的规律。

### 2.1 实验方案

本节主要介绍了实验材料，测量方法，以及实验装置及其在实验中的设置。

#### 2.1.1 颗粒物质的选择

金属颗粒物质为最常见的导电颗粒物质了，但是金属颗粒表面易形成氧化层，在导电过程中，由于电流的热效应，金属颗粒的氧化层会发生击穿，颗粒间发生微焊，这使颗粒间的接触状况发生改变，从而影响颗粒体系的电阻。随着导电时间的延长，颗粒间的微焊接会更加强烈，那么，在导电过程中颗粒堆就算不受到力学扰动其本身电阻也会发生变化。金属颗粒的这种性质不利于单纯观察力学扰动对颗粒物质电阻的影响，竹炭颗粒质地坚硬，具有较好的导电性，表面不存在氧化层，所以实验中我们选用竹炭颗粒构造导电颗粒堆。但是竹炭颗粒表面会粘附一些碳粉之类的杂质，所以每次实验前需要对竹炭颗粒进行清洗。

#### 2.1.2 测量方法的选择

测量电阻的方法有很多，直接测量法、伏安法、惠更斯电桥法等，本实验选用伏安法来研究颗粒物质的导电特性，颗粒堆的电阻可以根据欧姆定律来计算。用万用表对竹炭颗粒堆进行电阻测试，发现其电阻从几百欧到几十欧变化不等。通过颗粒堆的电流不宜过大，否则电流热效应显著，会使颗粒堆的温度过高，影响电阻的测量，也存在安全隐患，然而通过颗粒堆的电流较小时，信号微弱，测量结果不准确，为了避免测量电流信号，本实验采用恒压源法连接电路。

电源电压设置为恒定值 3V，将颗粒堆与  $100\Omega$  定值电阻串联入电路，颗粒堆与定值电阻共同分担电源电压，由于定值电阻的存在，不管颗粒堆的电阻如何变化，电路中的电流都不会太大。由于颗粒堆的部分要经常装卸，所以不适宜直接测量颗

粒堆的电阻，将数据采集并联在定值电阻上的话，电路的结构就会相对稳定。颗粒堆电阻变化时，电路中的电流会发生变化，定值电阻两侧的电压也会发生变化，将数据采集器接入电脑，并在电脑上安装数据采集软件，设置采集器采集定值电阻两端的电压，则可以在电脑上观测到颗粒堆电阻的动态变化。

数据采集器采集的是定值电阻两端的电压，电路中的电流为

$$I = V_0 / R_0 \quad (2-1)$$

式中  $R_0$ ——电路中串联的定值电阻( $\Omega$ );

$V_0$ ——定值电阻两端的电压(V)。

本实验设置稳压源的电压  $U$  为 3.0V 那么，颗粒堆两侧的电压即为

$$V = U - V_0 \quad (2-2)$$

式中  $U$ ——电源电压(V);

$V$ ——颗粒堆两侧电压(V)。

根据欧姆定律，可得颗粒堆的电阻值为

$$R = \frac{U - V_0}{V_0} R_0 = R_0 \left( \frac{U}{V_0} - 1 \right) \quad (2-3)$$

式中  $R$ ——颗粒堆电阻( $\Omega$ );

本实验设置稳压源的电压  $U$  为 3.0V，电路中的定值电阻  $R_0$  为  $100\Omega$ ，所以颗粒堆的电阻大小为：

$$R = \frac{300}{V_0} - 100 \quad (2-4)$$

可见， $R$  与  $V_0$  呈反比，实验得到的是定值电阻两端的电压值  $V_0$ ，将测量结果代入式(2-3)即可得颗粒堆电阻值。

### 2.1.3 实验装置

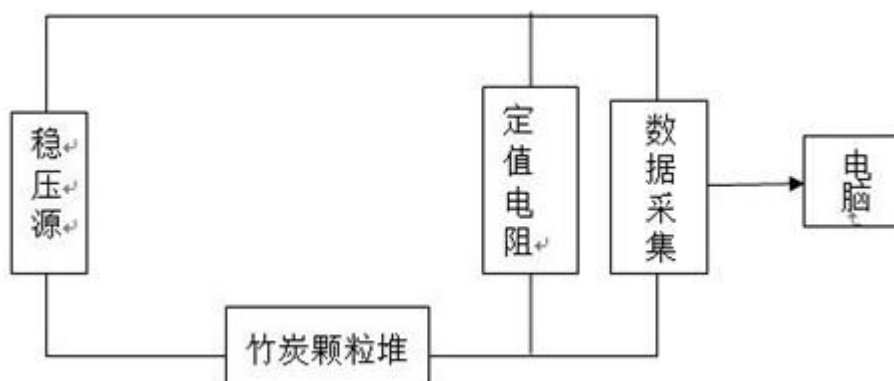


图 2-1 实验装置图

实验装置的连接如图 2-1 所示。其中稳压源选用 DH1719A-2 型单路稳压稳流电源，连接电源和定值电阻，对电源进行测试，发现有一定的噪声，如图 2-1 所示，但是电源的稳定性很高。测算电源噪声的幅值约为 0.75mV，对信号的细节影响不大。实验中盛放竹炭颗粒的容器为有机玻璃方形盒和圆柱筒，连接颗粒堆的两根导线上分别焊有片状电极。

数据采集器采用的是 YE6231 动态数据采集盒，由 USB 连接线连接至电脑，电脑中安装了 YE7600 动态数据采集分析系统软件。此软件具有和动态数据采集盒匹配的采集通道，可以连续记录信号，采样频率范围较广，0.1Hz~96kHz，在软件上打开单踪示波视图窗口，就可以在电脑上观察到动态变化的电压信号。

### 2.1.4 采样率的选择

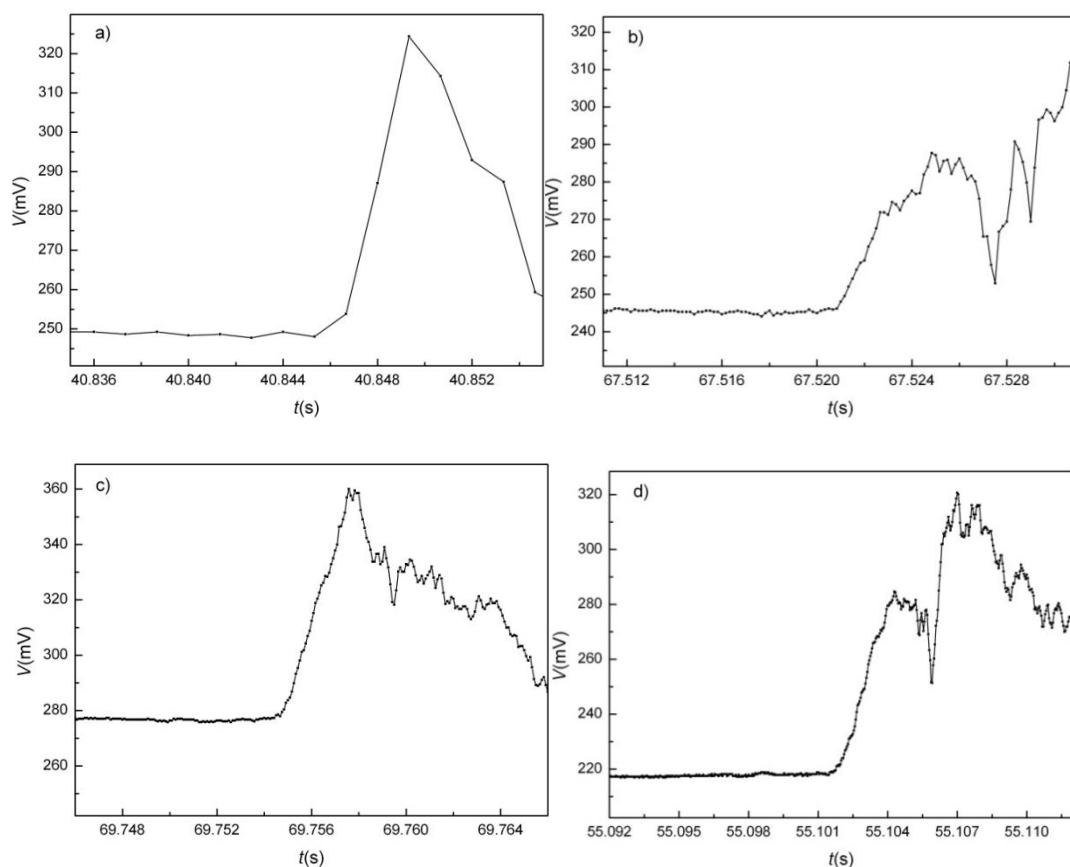


图 2-2 时间步长为 0.02s 内不同采样率的信号

a) 0.75kHz, b) 6kHz, c) 12kHz, d) 24kHz.

采样频率关系着信号对扰动细节的再现，采样频率过小，部分细节会缺失，采样频率过大，数据采集量冗长，文件数据量大。对不同采样频率进行试验，如图 2-2

所示，图中截取的分别是采样频率为 0.75kHz、6kHz、12kHz、24kHz 时，信号由平稳到初次跳变的 0.02s 内的细节，发现：图 2-2a)的数据点较少，曲线呆板，不能够很好的反映变化细节；图 2-2b)较之图 a)表现力好一些，但是数据曲线还是有一些呆板，不够连续；图 2-2d)的信号中有些数据点聚集在一起，也不能很好的显示变化细节，而且数据量冗长；最后发现，图 2-2c)中采样率为 12kHz 时，信号对颗粒堆导电细节的表现性比较好，而且数据量不太冗长，所以，本次扰动实验中数据采集器的采样率选择 12kHz。

## 2.2 实验步骤

实验前将竹炭颗粒用清水洗净，除去表面粘附的浮尘，晾干后放置于密封的洁净塑料桶中待用。将稳压源电压设置为 3.0V，按照实验装置图连接好各装置并将数据采集软件安装好后，实验装置的连接就固定不变了，每次实验时只要对颗粒堆重新构造以及对数据采集软件加以设置就可实现电阻的监测。

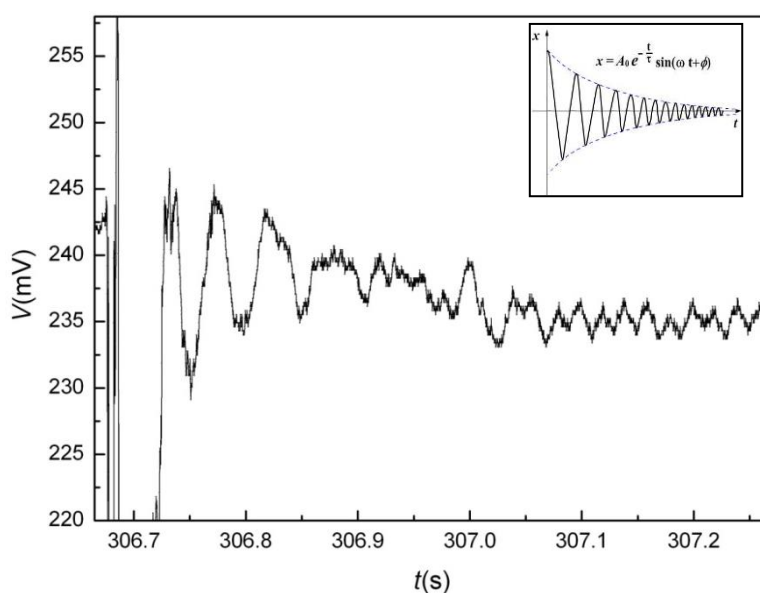


图 2-3 敲击容器采集到的电压信号

对颗粒堆施加扰动时，Dorbolo<sup>[49]</sup>是通过敲击放置颗粒堆的容器来制造扰动，然而，容器受到敲击时，容器本身就会出现受迫振动现象，敲击消失后，随后容器发生阻尼振动，并且这个振动现象会持续一定的时间，这会造成对颗粒堆的持续扰动，影响观测颗粒堆内部力链重构的细节。敲击容器采集到的信号和阻尼振动曲线的对比如图 2-3 所示。

由图 2-3 可以看出敲击容器实验采集到的信号的波动中明显地存在阻尼振动的形式，这说明以上对敲击容器所带来影响的分析是正确的，所以本次实验中的扰动采取直接扰动颗粒而不是容器。本实验采用重物下落的方法对颗粒堆进行单次直接扰动，观察扰动对颗粒堆电阻的影响，具体操作步骤如下：

- 1、按照图 2-1 连接实验装置；
- 2、将两片状电极贴于方形盒两对立侧壁；
- 3、将洗净的竹炭颗粒装载于方形盒内，摇晃数下，静置；
- 4、按下电源工作开关并设置电源电压为 3.0V，打开数据采集软件，建立数据采集项目，设置采样频率，打开单踪视波视图显示窗口；
- 5、按下稳压源上的电压输出按钮，并点击软件上的开始采集数据按钮；
- 6、将 100g 小砝码从 10cm 高度下落于颗粒堆中心处；
- 7、观察电脑显示器上的信号变化，直到信号趋于平稳，停止数据采集。

## 2.3 实验结果

每次实验都以同样的方式重新装载颗粒，颗粒的数量不变。进行了多次实验后，得到了具有代表性的变化曲线，如图 2-4 所示。

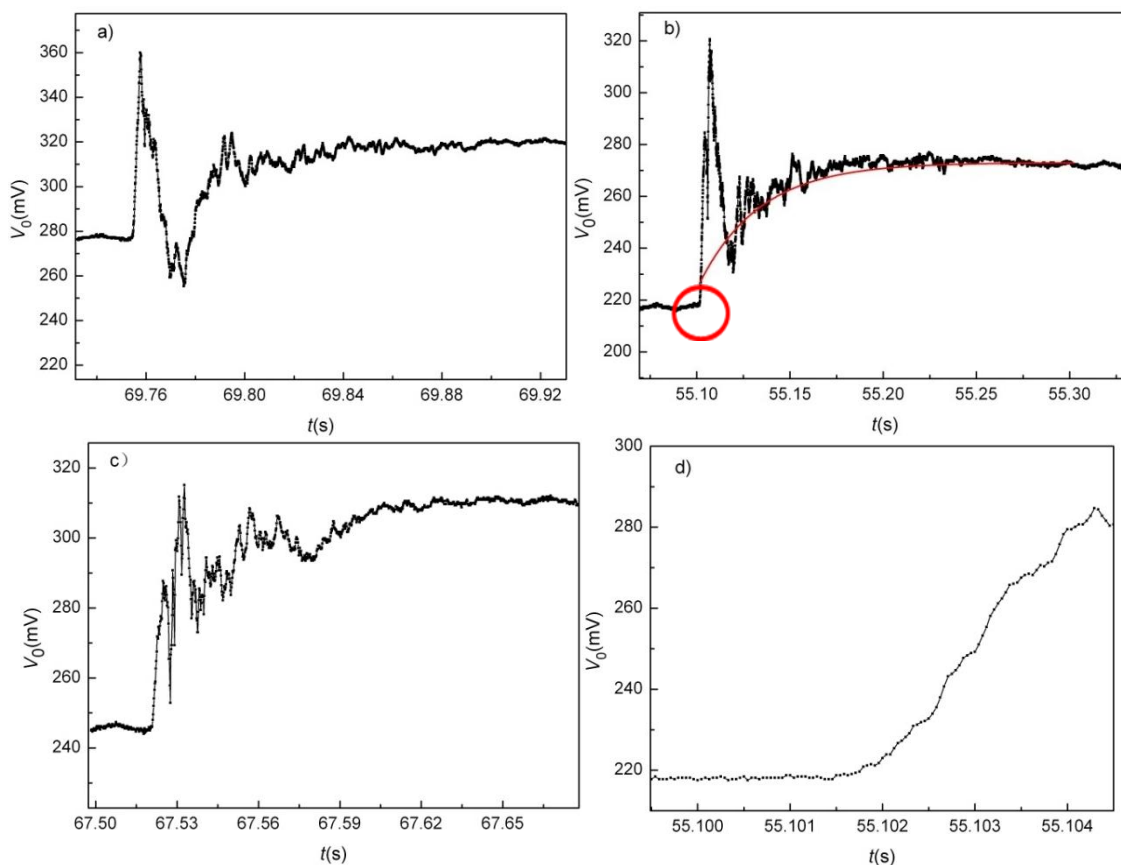


图 2-4 冲击扰动下采集电压  $V_0$  的变化

图中曲线平稳处有规律的小波动是电路中的噪声。图 2-4 表示的是  $V_0$  的变化，根据式(2-4)可知颗粒堆的电阻  $R$  与  $V_0$  呈反比关系，所以  $V_0$  的变化可以表现颗粒堆电阻的变化。图 2-4a)、b)、c)为冲击扰动下颗粒体系的典型变化曲线，b)中红色圈中部分为首次跳变，其细节图如图 2-4d)所示。

通过观察信号曲线，可以发现以下几个现象：

- (1) 颗粒堆的初始电阻值各不相同；
- (2) 在受到重物下落的冲击扰动时，颗粒堆的电阻值会发生跳变，首次跳变朝着电阻变小的方向，跳变值的大小不定；
- (3) 跳变之后会有一个恢复稳定的过程，时长接近 0.2s，此过程中的变化是非线性的，但是总体的趋势接近 e 指数函数；
- (4) 电阻波动值越来越小直到恢复稳定，稳定值的大小很难预测，可能比原来的稳定值大也可能比原来的稳定值小。
- (5) 首次跳变的过程中信号呈 e 指数形式增强。

## 2.4 分析与讨论

针对上述实验结果，分析与讨论如下：

- (1) 颗粒堆的初始电阻值各不相同，恢复稳定后的电阻值大小不确定。

颗粒体系是大量离散颗粒构成的复杂体系，尽管每次制堆时的方法相同，体系内部的力链结构也千差万别，力链形成了颗粒堆导电的路径，所以电阻也各不相同，这与颗粒堆的形成历史和环境有关。对颗粒堆施加扰动，相当于改变了颗粒堆的形成历史，所以稳定后的电阻也各不相同。

- (2) 在受到重物下落的冲击扰动时，颗粒堆的电阻值会发生跳变。

受到扰动后，颗粒堆电阻值会发生跳变，且首次跳变总是朝着电阻变小的方向，说明颗粒堆在受到冲击扰动时，颗粒体系内部的结构发生了力链重排，电压信号的上下波动体现的就是旧力链的断裂和新力链的重组。电阻变小说明颗粒堆在受到竖直方向的冲击力时，导电性能变好，那么说明水平方向的导电路径变多或变强。这说明颗粒物质内部发生了应力转换，竖直方向施加的应力被转换到水平方向，与侧壁垂直，这说明粮仓效应中对应力方向转换的假设是正确的。粮仓效应中仓筒底面压力的饱和就是由于颗粒内部的应力转换，使得颗粒对仓底压力消失。

- (3) 跳变之后会有一个恢复稳定的过程，时长接近 0.2s，此过程中的变化是非线性的，但是总体的趋势接近 e 指数函数。

季顺迎等人<sup>[66]</sup>对冲击载荷下颗粒物质的缓冲性能进行了试验研究，通过观察其

筒底部的作用力信号时程曲线,我们可以发现,在他们的实验中,质量为 189g 的重物从 50cm 高度自由下落到高度为 5cm 的细粒玻璃颗粒堆时,缓冲时间约为 0.001s。他们的研究表明,颗粒的非规则程度越高缓冲性能越好,粗颗粒的缓冲性能比细颗粒好,厚度更高的颗粒堆有更好的缓冲性能。本实验中用于冲击的重物仅为 100g,下落高度为 10cm,重物的冲击力相对较小,而且本实验中的竹炭颗粒堆厚度达 20cm,竹炭颗粒的尺寸和非规则程度都相对较高,由此可以推算,本实验中冲击力的时长将远小于 0.001s,所以,本实验中由于重物下落对颗粒堆产生的冲击力的时长可忽略不计,重物下落对颗粒堆的扰动可以作为单次扰动处理。颗粒堆电阻跳变后恢复稳定的时长接近 0.2s,这远大于 0.001s,由以上分析可知,冲击力被颗粒体系完全耗散掉,电阻恢复稳定的过程完全可以看做是颗粒堆受扰动后内部力链自组织的过程。观察信号恢复平稳的过程,可以发现信号以 e 指数形式趋于平稳,这是颗粒体系受到扰动后内部自组织的体现。颗粒堆的电阻为什么以 e 指数形式恢复平稳,此过程中颗粒堆内部力链重组的机制是什么样的还有待研究。

颗粒体系是一种非平衡态的复杂的耗散体,对于体系的复杂性和演化方式等问题,人们发展了混沌、分形、协同学、元胞自动机、自组织临界性等理论来描述。自组织临界性较多地被用来描述自然和社会中的复杂现象,如沙堆崩塌的自组织临界性问题,经济学中的自组织临界性问题等。颗粒堆是一个复杂体系,受到单次扰动后其体系的自动演化行为能不能用自组织临界性来描述,本实验观察到的现象对于此问题的研究有一定的借鉴意义。

#### (4) 首次跳变的过程中信号呈 e 指数形式增强。

本次实验中的采样频率为 12kHz,从每一秒采集的大量数据中,我们可以得到颗粒堆受到扰动后变化的详细细节。图 2-2 是颗粒堆受到扰动后从初始平稳状态到首次跳变的过程,信号增强表明颗粒堆的导电性能变好,颗粒堆内部的导电路径增多。由图可以看到,首次跳变的过程中信号呈指数形式增强。这表明了颗粒堆内部导电路径增多的过程,这个过程体现的是颗粒物质的动力学特征。对于颗粒物质的力学特征,过去常用的连续体力学理论已不能适用,因为颗粒的分散性及颗粒内部瞬间的碰撞、波动等动力学特性与连续体力学中的均匀、连续等假设条件冲突,导致实际与理论计算不相符,随着计算机模拟技术的发展和进步,新的数值方法-离散元法(Discrete Element Method)被开发出来,用来计算颗粒物质力学领域的问题<sup>[67,68]</sup>。颗粒体系中诸多力链相互交接支撑外载荷,力链的构型和局部强度在受到外载荷时演化,利用离散元法能够对颗粒物质内部力链构成及演化进行全面分析,能提取到实验获取不到的颗粒体系内部的演化信息。

## 2.5 本章小结

本章主要介绍了冲击力对颗粒堆电阻的影响。实验利用重物自由下落到颗粒堆中心,选择 12kHz 的采样率对颗粒堆电阻的变化过程进行了数据采集。通过观察实验现象发现了颗粒堆在受到冲击力扰动后,其电阻的变化特点,发现电阻跳变的过程及恢复稳定的过程都呈  $e$  指数形式变化,这个过程体现了颗粒堆内部导电路径(力链)的重组机制。



## 第3章 颗粒堆电阻与厚度的关系

导体的电阻可以理解为电流流经导体时所受到的阻碍，其大小与导体材料、长度、粗细、温度等因素有关，符合电阻定律。其中导体的电阻与其长度是呈正比的，这可以理解为长度越大材料对电流的阻碍越多。当导体材料是离散的颗粒物质时，颗粒堆内每个颗粒本身的电阻是符合电阻定律的，但颗粒体系的宏观电阻与什么因素有关呢，下面的实验主要研究了颗粒堆的电阻与其厚度的关系。

### 3.1 连续导体的电阻

电阻是描述物质导电性的重要物理量，电阻值大小一般与温度、材料、长度还有横截面积有关。根据电阻计算式

$$R = \rho H/S \quad (3-1)$$

式中  $\rho$ ——导体材料的电阻率( $\Omega \cdot m$ );

$H$ ——导体材料的长度(m);

$S$ ——导体材料的横截面积( $m^2$ )。

导体的电阻与材料长度呈线性关系。对于横截面积一定的导体，其长度可以表示为

$$H = V/S = M/(\rho_0 S) \quad (3-2)$$

式中  $M$ ——导体的质量(Kg);

$\rho_0$ ——材料的密度( $Kg/m^3$ )。

将(3-2)式代入(3-1)式可得：

$$R = \rho M/(\rho_0 S^2) \quad (3-3)$$

其中  $\rho$ 、 $\rho_0$  是由材料决定的，是定值。对于横截面积确定的一段导体， $S$  当然也是定值，那么，横截面积一定的导体的电阻  $R$  是与导体的质量  $M$  成正比的。

### 3.2 赫兹接触理论及接触电阻

刚性球和弹性平面间的接触是一类经典问题，是用来解释更复杂的接触问题的基础。在探究此问题之前，先讨论最基本的直接接触问题，即对一个弹性平面表面施加一束应力后计算平面的形变。考虑一个由弹性介质填充的无限大平面，其表面受到应力后会发发生形变，将此平面设为  $xy$ -平面， $z$  轴方向与所施加的力的方向一致，如图 3-1 所示：

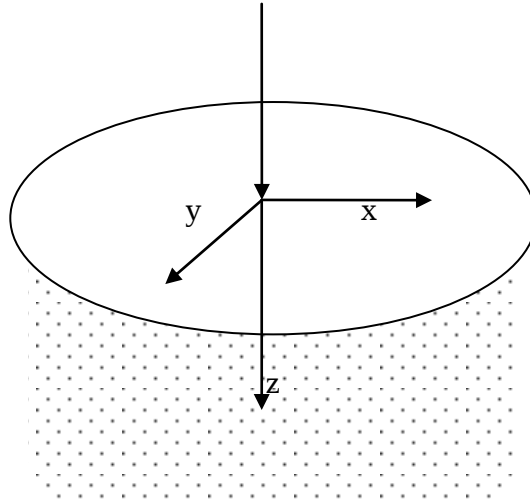


图 3-1 力作用于弹性平面

根据弹性力学理论<sup>[69]</sup>，我们可以得到表面形变位移的解析式：

$$u_x = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[ \frac{xz}{r^3} - \frac{(1-2\nu)x}{r(r+z)} \right] F_z \quad (3-4)$$

$$u_y = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[ \frac{yz}{r^3} - \frac{(1-2\nu)y}{r(r+z)} \right] F_z \quad (3-5)$$

$$u_z = \frac{1+\nu}{2\pi E} \left[ \frac{2(1-\nu)}{r} + \frac{z^3}{r^3} \right] F_z \quad (3-6)$$

式中  $E$ ——杨氏模量；

$\nu$ ——泊松比；

$u$ ——形变位移(m)；

$F_z$ —— $z$  方向分力(N)。

其中  $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ 。

使  $z = 0$ ，则可得到在表面处的形变：

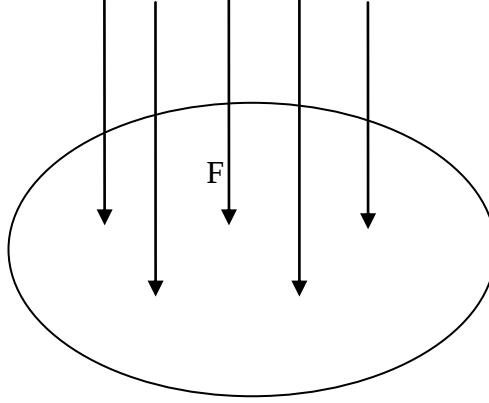
$$u_x = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \frac{x}{r^2} F_z \quad (3-7)$$

$$u_y = -\frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{2\pi E} \frac{y}{r^2} F_z \quad (3-8)$$

$$u_z = \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \frac{1}{r} F_z \quad (3-9)$$

其中  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ 。

如果力作用在一定的区域范围内，如图 3-2 所示：



如图 3-2 多束力作用于平面

那么形变结果将是单束力分别作用的结果总和，假设在作用区域附近平面形变的梯度很小，此区域还可以近似看做是平的，此区域内连续分布的压强为  $p(x,y)$ ，那么表面形变量可以记为：

$$u_z = \frac{1}{\pi E^*} \iint p(x', y') \frac{dx' dy'}{r} \quad (3-10)$$

$$r = \sqrt{(x - x')^2 + (y - y')^2} \quad (3-11)$$

$$E^* = \frac{E}{(1 - \nu^2)} \quad (3-12)$$

压强在区域内连续分布，则可以表示为：

$$p = p_0 \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2} \quad (3-13)$$

式中  $p_0$ ——区域中心处的压强(N/m<sup>2</sup>)；

$a$ ——作用区域半径(m)。

那么，轴向形变为：

$$u_z = \frac{\pi p_0}{4 E^* a} (2a^2 - r^2), \quad r \leq a \quad (3-14)$$

作用区域内的合力的表达式为：

$$F = \int_0^a p(r) 2\pi r dr = \frac{2}{3} p_0 \pi a^2 \quad (3-15)$$

半径为  $R$  的钢性球与弹性平面的接触，如图 3-3 所示：

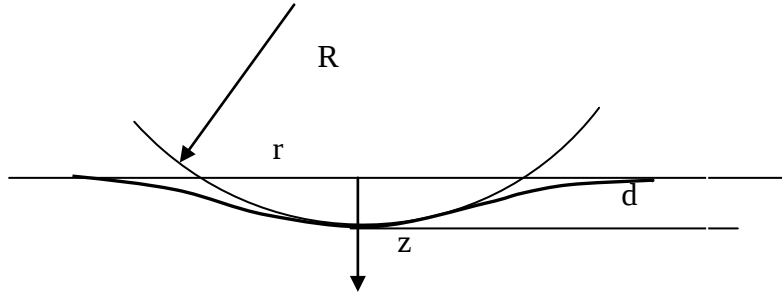


图 3-3 钢性球与弹性平面的接触示意图

利用几何关系可得刚性球与弹性平面接触区域中心点的位移<sup>[70]</sup>为：

$$u_z = d - \frac{r^2}{2R} \quad (3-16)$$

根据式(3-14)及式(3-16)，可得：

$$\frac{\pi p_0}{4E^*a} (2a^2 - r^2) = d - \frac{r^2}{2R} \quad (3-17)$$

将  $r = 0$ ，代入式(3-16)，可得：

$$d = \frac{\pi p_0 a}{2E^*} \quad (3-18)$$

当  $r = R$  时，可得：

$$a = \frac{\pi p_0 R}{2E^*} \quad (3-19)$$

由式(3-18)和式(3-19)可得：

$$a^2 = Rd \quad (3-20)$$

$$p_0 = \frac{2}{\pi} E^* \left( \frac{d}{R} \right)^{1/2} \quad (3-21)$$

将式(3-19)，式(3-21)代入式(3-15)，可得：

$$F = \frac{4E^*}{3} R^{1/2} d^{2/3} \quad (3-22)$$

由式(3-20)和式(3-22)可得接触区域的半径：

$$a = \left( \frac{3FR}{4E^2} \right)^{2/3} \quad (3-23)$$

那么接触区域的面积

$$S = \pi \left( \frac{3FR}{4E^2} \right)^{2/3} \quad (3-24)$$

由于电阻与接触面积呈反比，所以可推算出

$$R \sim NF^{-2/3} \quad (3-25)$$

其中  $N$  为常数项。

### 3.3 颗粒堆电阻的测量

将竹炭颗粒填充于圆柱形容器，改变填充颗粒的多少，构造出质量不同的颗粒堆，颗粒堆的质量表征了颗粒堆的厚度，测量不同大小颗粒堆的电阻，研究颗粒堆电阻与质量的关系。所用实验材料、实验装置及参数设置与第二章中所介绍的一样，只是颗粒堆的制备有所不同。将导电颗粒物质竹炭填充于玻璃圆柱筒内，圆柱筒形状均匀，横截面直径确定，为 15cm，每次填充不同质量的颗粒于圆筒内，颗粒柱上下底面安置有与圆筒横截面相当的片状电极。每次测量后都将颗粒全部倒出重新填充，填充颗粒时用漏斗将颗粒导入圆筒，填充方式为点源式，毕竟是为人为操作，不能保证每次装载颗粒的行为都一样，为了保证数据的科学性，分别进行了 10 次制堆和测量，把测得的电压值代入公式 2-2 得到颗粒堆的电阻值。对于颗粒堆电阻的测量，实验装置的连接与第二章所介绍的相同，具体实验步骤如下：

- 1、按照图 2-1 连接实验装置；
- 2、将一片电极于玻璃筒底部放置平稳，导线贴于筒内壁(为了不影响颗粒的装载)；
- 3、将漏斗放置于玻璃筒口，并从漏斗向筒内倾倒一定质量的颗粒，然后将另一片电极轻放于颗粒堆上面；
- 4、按下电源工作开关并设置电源电压为 3.0V，打开数据采集软件，建立数据采集项目，设置采样频率，打开单踪视波视图显示窗口；
- 5、按下稳压源上的电压输出按钮，并点击软件窗口上的开始采集数据按钮；
- 6、采集 10s 后，停止数据采集，按下稳压源上的电压输出按钮。
- 7、将电极拿开，颗粒倒出，重复制堆。

实验分别测量了数个不同质量的颗粒堆，颗粒堆的质量即代表了颗粒堆的厚度。对每个质量的颗粒堆都进行了重复 10 测量，根据式 2-2 计算得电阻值，将实验结果统计如表 3-1 所示：

表 3-1 不同质量颗粒堆的电阻

| $M/\text{Kg}$ | 10 次测量的电阻 |        |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0.2           | 60.09     | 65.65  | 89.27  | 80.83  | 49.63  | 79.75  | 125.39 | 77.41  | 51.29  | 60.09  |
| 0.3           | 118.66    | 94.05  | 113.37 | 126.59 | 102.02 | 109.79 | 127.79 | 107.33 | 115.21 | 82.93  |
| 0.4           | 127.62    | 124.38 | 69.97  | 115.21 | 102.70 | 102.43 | 123.21 | 108.91 | 102.25 | 116.37 |
| 0.5           | 143.51    | 163.39 | 190.14 | 138.66 | 148.34 | 142.52 | 102.02 | 238.60 | 105.34 | 127.96 |
| 0.6           | 130.59    | 184.63 | 161.78 | 125.23 | 142.33 | 151.05 | 120.59 | 127.10 | 130.85 | 154.97 |
| 0.8           | 154.02    | 136.59 | 177.01 | 165.72 | 177.26 | 163.16 | 163.85 | 147.73 | 153.59 | 197.32 |
| 0.9           | 187.91    | 210.56 | 174.47 | 169.30 | 180.90 | 198.51 | 222.23 | 269.00 | 184.36 | 175.48 |
| 1.0           | 159.29    | 195.86 | 194.12 | 178.29 | 181.16 | 181.16 | 155.75 | 155.75 | 179.07 | 237.08 |
| 1.2           | 220.86    | 237.84 | 217.80 | 217.46 | 213.15 | 204.88 | 221.89 | 209.92 | 247.62 | 188.74 |
| 1.4           | 295.78    | 267.20 | 261.88 | 248.43 | 300.00 | 265.41 | 266.30 | 221.54 | 226.80 | 297.88 |
| 1.6           | 255.45    | 228.23 | 253.36 | 261.01 | 235.20 | 251.29 | 222.23 | 272.67 | 294.74 | 271.75 |

计算每个质量的颗粒堆电阻的平均值，如表 3-2 所示，作出颗粒堆电阻随质量分布图如 3-4 所示。

表 3-2 颗粒堆电阻的均值及标准偏差

| $M/\text{Kg}$ | $R/\Omega$ | $\sigma/\Omega$ |
|---------------|------------|-----------------|
| 0.2           | 73.94      | 22.44           |
| 0.3           | 109.77     | 13.99           |
| 0.4           | 109.31     | 16.76           |
| 0.5           | 150.05     | 40.35           |
| 0.6           | 142.91     | 20.18           |
| 0.8           | 163.63     | 17.26           |
| 0.9           | 197.27     | 30.27           |
| 1             | 181.75     | 24.24           |
| 1.2           | 218.02     | 16.37           |
| 1.4           | 265.12     | 27.67           |
| 1.6           | 254.59     | 22.13           |

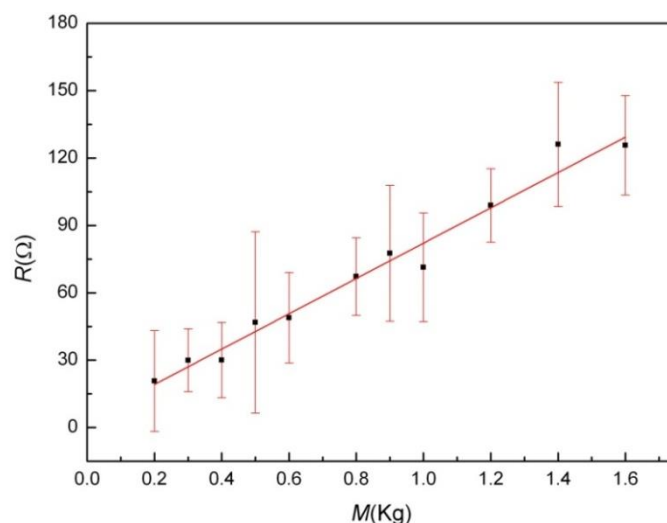


图 3-4 不同质量颗粒堆的电阻

### 3.4 结果及分析

图 3-4 显示的是不同质量颗粒堆的电阻，黑点是实验测得的不同质量颗粒柱的平均电阻，红线表示的是对实验值的线性拟合，拟合程度为 99%，颗粒柱的电阻与质量有很好的线性关系。

颗粒体系内部结构复杂，颗粒之间的接触形成导电路径，大量离散颗粒相互接触使导电路径错综复杂，随着颗粒数的增加，导电网络越渐复杂，而实验结果显示颗粒堆的电阻随颗粒质量的增加呈线性关系，这与连续导体的规律是一样的。见式 (3-3)。然而，颗粒物质与连续介质在力学方面的特性有很大的不同<sup>[68]</sup>，如连续介质内部的应力分布是均匀的，而颗粒体系内部的力链错综复杂，颗粒体系内部的应力如何分布至今还没有很好的描述。连续介质对其底面的压力是与其高度成正比的，而颗粒物质对其底部的压力随其高度的增加趋于饱和。然而，实验得到颗粒柱的电阻和连续导体柱的电阻与质量同为线性关系，这让人出乎意料，与人们经验知识相违背。各颗粒堆电阻的标准偏差分布情况如图 3-5 所示。

由图 3-5 可以看到，电阻的标准偏差的大小与颗粒堆质量并没有明显的关系。颗粒体系具有非线性、对初始条件的敏感性等不稳定特性，每次制堆后颗粒堆的状态都不尽相同，实验的时间不同季节不同空气的干湿度就不同，不仅是自然条件，人为的因素也会造成这些涨落，每次制堆时的操作不能保证都相同。颗粒堆电阻的测量值具有一定的波动性，标准偏差表示每次测量的电阻偏离平均值的大小，可以体现出系统的不稳定程度。根据经验知识，元素较多的系统往往更复杂，然而，颗粒堆并不会因为颗粒的增多、规模变大而变得更复杂，也不会因为颗粒数目变小而使得每次的测量值变得稳定。

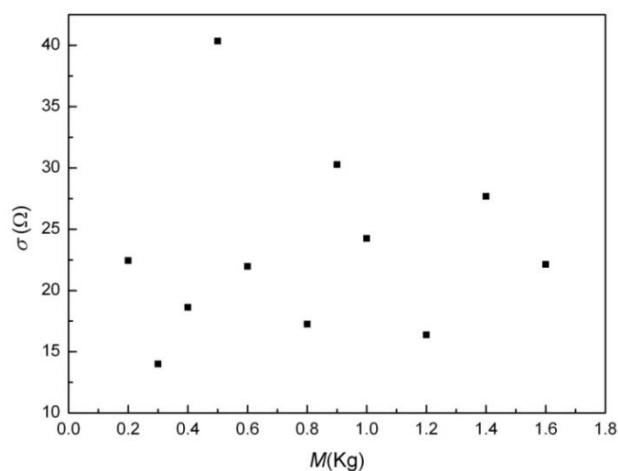


图 3-5 不同质量颗粒堆电阻的标准偏差分布

### 3.5 加载下颗粒堆的电阻

上述实验结果显示颗粒堆的电阻随颗粒质量的增加呈线性关系，与连续导体的规律是一样的，但是连续介质内的应力分布是均匀的，颗粒体系内部的应力如何分布至今还没有很好的描述，对颗粒柱加载轴向力的时候，这力会如何传播，会对颗粒堆电阻有什么样的影响还不得而知。

下面的实验是在一定加载下测量不同质量颗粒堆的电阻，实验装置和步骤以及电阻的测算方法与上一节实验中的相同，不同之处只是在制堆完成后，在颗粒堆顶部电极上加上一一定的负载。恒定加载 10.65N 时，对各颗粒堆进行 10 次测量，整理出各颗粒堆的电阻值，计算各颗粒堆电阻的平均值及标准偏差，结果如表 3-3 所示。恒定加载 10.65N 情况下，颗粒堆的电阻随颗粒堆质量的分布图如图 3-3 所示。

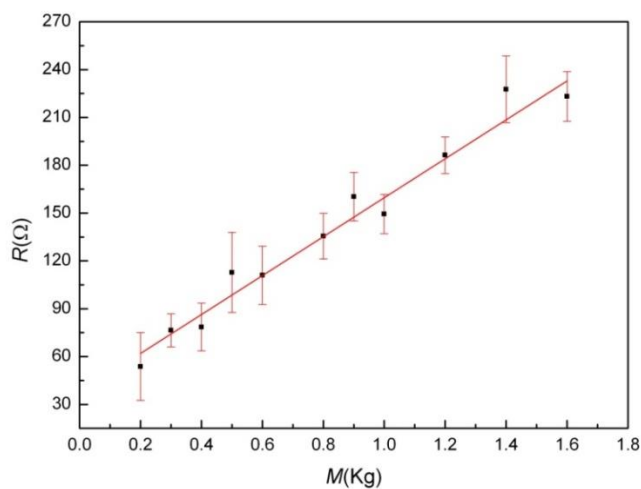


图 3-6 不同质量颗粒堆的平均电阻(加载 10.65N)

表 3-3 颗粒堆电阻的均值及标准偏差

| $M/\text{Kg}$ | $R/\Omega$ | $\sigma/\Omega$ |
|---------------|------------|-----------------|
| 0.2           | 53.78      | 21.32           |
| 0.3           | 76.46      | 10.36           |
| 0.4           | 78.57      | 15.03           |
| 0.5           | 112.81     | 25.18           |
| 0.6           | 110.97     | 18.26           |
| 0.8           | 135.54     | 14.34           |
| 0.9           | 160.25     | 15.18           |
| 1             | 149.42     | 12.26           |
| 1.2           | 186.35     | 11.53           |
| 1.4           | 227.59     | 20.93           |
| 1.6           | 223.19     | 15.56           |

图 3-6 显示的是在加载 10.65N 情况下,不同质量颗粒堆的电阻,黑点是实验测得的不同质量颗粒堆的平均电阻,红线表示的是对实验值的线性拟合,可以看到,在加载 10.65N 情况下,颗粒柱的电阻与质量有很好的线性关系。

上述实验中,对颗粒堆加载一定的力时,实验结果显示颗粒堆的电阻与质量也成线性关系,线性拟合度很好,但是直线的参数与无加载时的情况不一样。继续改变加载力的大小,重复上述实验,探讨不同的加载力下颗粒堆电阻随质量的变化,将实验结果整理如图 3-7 所示。

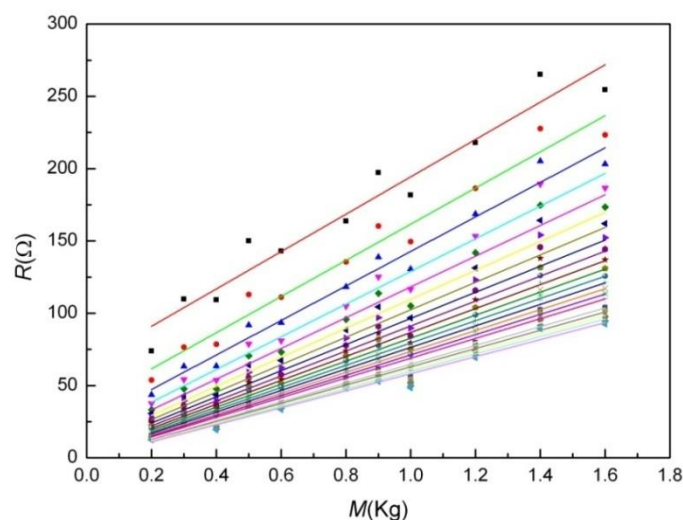


图 3-7 不同加载下颗粒堆电阻随质量的分布图

图 3-7 中每种颜色的数据点代表一定加载下颗粒堆的电阻值，相应的直线是对数据点的拟合。由上图可以看出，不同大小的加载力下，颗粒堆的电阻值随颗粒堆质量的变化都呈线性关系：

$$R = a + bM \quad (3-26)$$

表 3-4 不同加载下拟合直线中参数  $a$ ， $b$  及其偏差

| 加载 $F/N$ | $a$   | $\sigma(a)$ | $b$    | $\sigma(b)$ |
|----------|-------|-------------|--------|-------------|
| 5.72     | 65.13 | 9.19        | 129.20 | 9.99        |
| 10.65    | 36.51 | 6.77        | 125.09 | 7.36        |
| 15.58    | 23.40 | 5.69        | 119.34 | 6.19        |
| 20.51    | 15.92 | 5.48        | 112.99 | 5.95        |
| 25.44    | 11.92 | 5.08        | 106.28 | 5.52        |
| 30.37    | 9.43  | 4.92        | 100.22 | 5.35        |
| 35.30    | 7.50  | 4.67        | 94.90  | 5.08        |
| 40.23    | 6.05  | 4.46        | 90.36  | 4.85        |
| 45.16    | 4.86  | 4.21        | 86.30  | 4.58        |
| 50.09    | 3.92  | 4.09        | 82.78  | 4.45        |
| 55.02    | 3.22  | 3.94        | 79.55  | 4.28        |
| 59.95    | 2.45  | 3.83        | 76.98  | 4.16        |
| 64.88    | 1.97  | 3.66        | 74.40  | 3.97        |
| 69.81    | 1.38  | 3.57        | 72.23  | 3.88        |
| 74.74    | 1.05  | 3.45        | 70.14  | 3.75        |
| 79.67    | 0.65  | 3.38        | 68.28  | 3.68        |
| 84.60    | 0.23  | 3.30        | 66.53  | 3.59        |
| 89.53    | -0.04 | 3.24        | 64.83  | 3.52        |
| 94.46    | -0.18 | 3.16        | 63.14  | 3.44        |
| 99.39    | -0.42 | 3.08        | 61.80  | 3.34        |
| 104.32   | -0.64 | 2.99        | 60.39  | 3.25        |
| 109.25   | -0.71 | 2.92        | 58.92  | 3.17        |

恒定加载下，颗粒堆电阻随质量的变化呈线性关系，线性拟合的参数  $a$  和  $b$  因加载力的不同而各不相同，统计不同加载下拟合直线中参数  $a$ ， $b$  及其偏差，如表

3-4 所示，作出  $a$  和  $b$  随加载力的变化关系如图 3-8 所示：

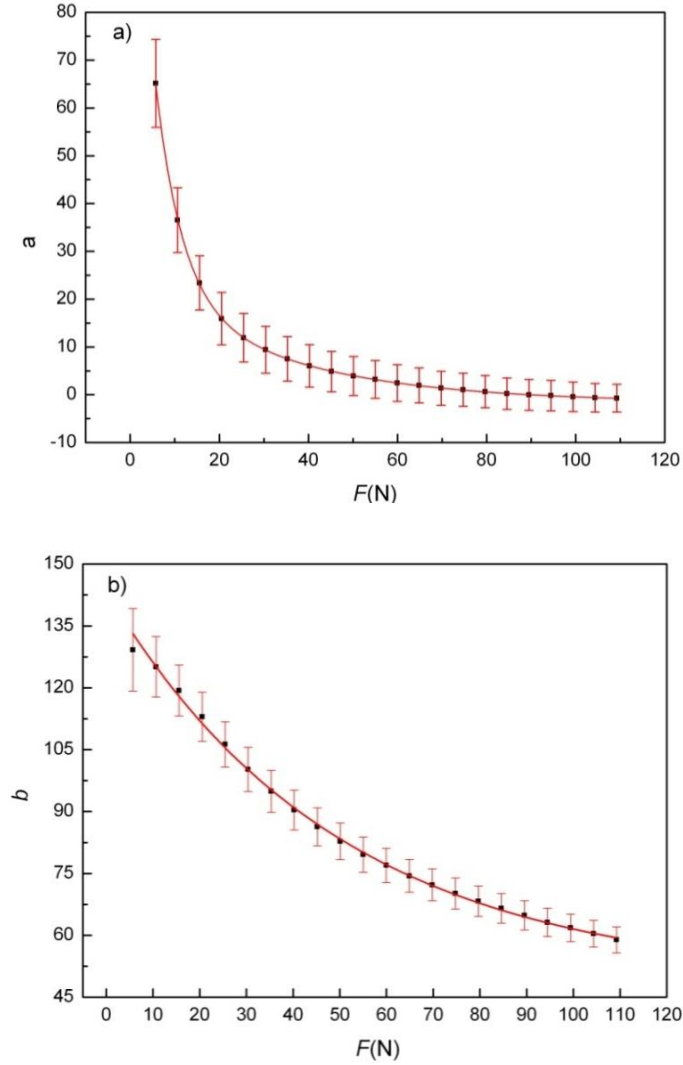


图 3-8 不同加载下的参数  $a$  和  $b$  的值

### 3.6 分析与讨论

由图 3-8a)可以看到此关系中的参数  $a$  随着  $F$  的增加呈  $e$  指数形式减小，拟合得到参数  $a$  随  $F$  的关系为：

$$a = 26.39 \cdot \exp(-F/32.22) + 116.8 \cdot \exp(-F/5.5.94) - 1.625 \quad (3-27)$$

由图 3-8b)可以看到随着加载  $F$  的增加，参数  $b$  呈  $e$  指数减小，拟合得到的参数  $b$  随加载  $F$  的衰减的具体形式为：

$$b = 94.42 \cdot \exp(-F/49.55) + 48.99 \quad (3-28)$$

将式(3-28)、式(3-27)代入式(3-26)可得，

$$R \sim A_1 \exp(-F/t_1)M + A_2 \exp(-F/t_2) \quad (3-29)$$

由式(3-29)可以推测出以下结论：

- 1、当外加压力一定时， $R$  与  $M$  呈线性关系；
- 2、当颗粒堆质量一定时， $R$  随着外加压力的的大小呈  $e$  指数形式增长。

对于横截面积一定的连续导体，在其形变范围内进行轴向加载  $F$ 。当  $F$  恒定时，导体将产生一定的形变，根据胡克定律，形变量  $\Delta H$  为：

$$\Delta H = \frac{F}{k} \quad (3-30)$$

其中  $k$  为连续介质的弹性恢复系数。此时，导体的电阻

$$R = \rho \frac{H - \Delta H}{S} \quad (3-31)$$

$H$  为导体的高度，电阻率  $\rho$  与横截面积  $S$  都为定值。根据胡克定律，恒定  $F$  下， $\Delta H$  为定值，即

$$d\Delta H = 0 \quad (3-32)$$

$$\frac{dR}{dH} = \frac{\rho}{S} - \frac{\rho}{S} \frac{d\Delta H}{dH} = \frac{\rho}{S} \quad (3-33)$$

又  $H = V/S = M/(\rho_0 S)$ ，所以

$$dH = \rho_0 S dM \quad (3-34)$$

将式(3-34)代入式(3-33)

$$\frac{dR}{dH} = \frac{dR}{dM} \rho_0 S = \frac{\rho}{S} \quad (3-35)$$

可得

$$\frac{dR}{dM} = \frac{\rho}{\rho_0 S^2} \quad (3-36)$$

积分可得：

$$R = M_0 + \frac{\rho}{\rho_0 S^2} M \quad (3-37)$$

由上述分析可知，在一定轴向加载  $F$  下，连续导体柱的电阻与质量是呈线性关系  $R = M_0 + KM$ ，其中  $K = \rho/(\rho_0 S^2)$ ，其大小由导体柱的横截面积  $S$ ，密度  $\rho_0$ ，电导率  $\rho$  等参数决定。在连续介质中，这些参数都为定值，在恒定加载力下， $R$  与  $M$  的线性关系不变， $K$  为定值。颗粒堆电阻的实验结果与连续导体的分析结果有一定的相似性，即在一定加载下颗粒堆的电阻与颗粒堆质量之间是线性关系。不同之处是当加载力  $F$  变大时，参数  $a$  和  $b$  都以  $e$  指数的规律减小。将式(3-26)与式(3-37)联系起来看， $a$  相当于  $M_0$ ，对颗粒堆所施加的恒定加载影响  $a$  的大小， $b$  相当于  $K$ 。对

于颗粒堆来讲,  $\rho_0$ 、 $S$  等参数都不是定值, 受到压力时, 颗粒堆与电极接触的有效横截面积  $S$  以及颗粒堆的密度  $\rho_0$  都会发生一定的改变,  $b$  等效为这些改变的共同效果。

实验数据拟合得到  $a$  的表达式如式(3-27)所示, 当  $F$  为 0, 即外在无加载时,  $a$  的值大于 0, 这对应了无加载时的颗粒堆的初始电阻。式(3-37)中的  $M$  可以连续取值, 当  $M = 0$  时, 可以得  $M_0 = 0$ 。而式(3-26)是由实验数据拟合而来的经验公式, 其适用范围是  $0.2\text{kg} < M$ ,  $M$  不能连续取值, 为了保证颗粒物质的大量性,  $M$  的取值不可以太小, 至少是单个颗粒质量的数倍。

设想  $M$  非常小的情况, 仅两个颗粒相接处时, 两个颗粒接触的电阻与压力呈负幂率关系, 如式(3-25)所示。增加到三个颗粒接触时, 这三个颗粒可以看作串联, 这样简单的线性叠加并不会改变电阻  $R$  与  $F$  之间的负幂率关系, 只是常数  $N$  的值会有所不同。然而颗粒物质是大量离散颗粒的集合体, 其内部颗粒间的接触关系繁多, 特别对于三维颗粒体系来说, 内部接触网络更是万象横生, 那么颗粒堆的整体宏观电阻与所加压力之间还会不会具备幂率关系; 如果电阻如式(3-29)的推测一样:  $R$  与  $F$  呈  $e$  指数增长, 那么, 颗粒堆电阻的叠加机制是什么样的; 这些问题将通过加载实验进行下一步探索。

### 3.7 本章小结

本章首先介绍了连续介质的电阻, 随后由赫兹接触理论推导出了离散颗粒的接触电阻与接触力的关系。通过实验对颗粒堆电阻进行了测量, 得出了颗粒堆电阻与颗粒堆厚度呈线性增长的关系, 并与连续介质电阻进行了比较分析。然后对颗粒堆进行一定的加载, 重复上述实验, 考察加载对这种关系的影响, 并从中总结出了电阻与颗粒堆质量以及加载的力之间关系的经验表达式, 表达式中包含了加载力  $F$  和颗粒堆质量  $M$  两个变量。最后对此结论进行了分析讨论, 并引出了下一步的实验方向。

## 第4章 颗粒堆电阻随加载的变化

上一章中，通过实验测量不同厚度的颗粒堆，发现颗粒堆的电阻与颗粒堆质量是呈线性增强的关系。而线性增强斜率又是与对体系所施加的恒定压力有关的，通过对实验数据模拟得到了颗粒堆电阻的经验表达式，式中包括了加载的力和颗粒堆的质量。根据经验表达式的结论并结合赫兹接触理论，推测了当颗粒堆质量一定，不断改变施加于颗粒堆的压力时的情况。这一章中将关注颗粒堆电阻随加载的变化。

### 4.1 对颗粒堆的加载实验

本实验所用实验材料、实验装置及参数设置与第二章中所介绍的相同，不同之处在于，在颗粒堆制备完毕后，打开数据采集软件开始计数，然后于颗粒堆顶部进行连续加载，直到加载结束才停止采集数据。于圆柱筒内构造质量为  $0.8\text{Kg}$  的颗粒堆，在堆的顶面进行轴向加载，计加载力为  $F$ 。每次加载后颗粒堆电阻将变化，达到稳定态后将继续缓慢加载，操作过程缓慢轻巧，避免碰撞对颗粒堆造成巨大的扰动，整个加载过程都在竹炭颗粒堆所承受的力的范围内进行，总的加载量并未使竹炭颗粒破碎坍塌，即在颗粒堆的弹性形变范围内加载。图 4-1 为实验中采集的原始信号。

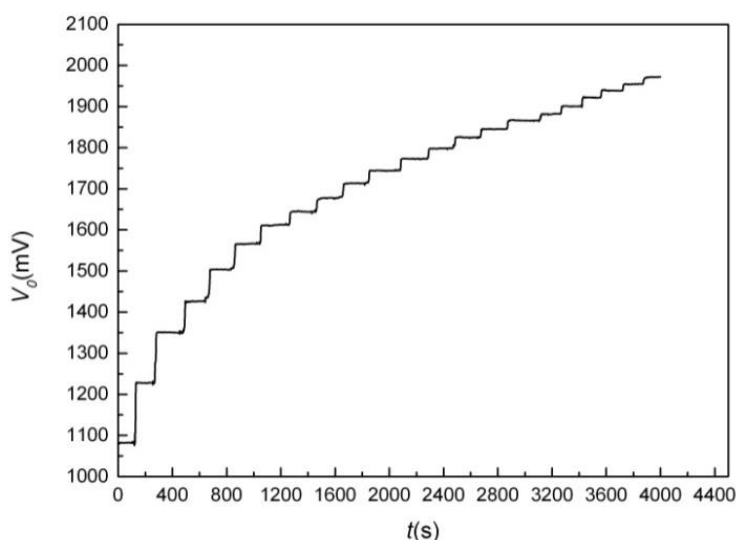


图 4-1 加载时的原始信号

对颗粒堆的每次加载都对应了图中电压的突变，突变后恢复稳定，取其达到稳定态的电压值，利用式(2-2)可计算出每个加载力下的电阻值。

## 4.2 实验结果

重复实验 10 次，将电阻结果统计如表 4-1 所示。

表 4-1 颗粒堆电阻随加载的变化(0.8Kg 堆)

| $F/N$  | 10 次实验的电阻值 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|--------|------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 5.72   | 154.0      | 136.6 | 177.0 | 165.7 | 177.3 | 163.2 | 163.9 | 147.7 | 153.6 | 197.3 |
| 10.65  | 125.2      | 115.4 | 137.5 | 136.0 | 144.5 | 136.0 | 134.9 | 126.4 | 130.1 | 169.3 |
| 15.58  | 107.9      | 98.5  | 121.4 | 118.2 | 122.1 | 119.5 | 120.3 | 109.6 | 115.7 | 147.9 |
| 20.51  | 95.1       | 86.1  | 108.2 | 104.6 | 110.4 | 105.5 | 108.3 | 97.0  | 102.7 | 130.1 |
| 25.44  | 86.5       | 78.2  | 98.3  | 96.6  | 99.6  | 97.9  | 98.9  | 86.5  | 94.8  | 120.3 |
| 30.37  | 79.8       | 72.4  | 91.2  | 89.3  | 91.6  | 91.5  | 91.9  | 79.2  | 87.6  | 110.4 |
| 35.30  | 74.3       | 67.8  | 84.3  | 83.9  | 86.1  | 86.5  | 86.2  | 72.0  | 81.7  | 104.5 |
| 40.23  | 70.3       | 64.1  | 78.8  | 78.3  | 82.5  | 81.9  | 81.2  | 67.1  | 76.5  | 97.5  |
| 45.16  | 66.1       | 61.1  | 74.3  | 75.5  | 78.8  | 77.4  | 76.2  | 64.2  | 72.1  | 93.1  |
| 50.09  | 63.5       | 58.4  | 71.0  | 72.1  | 75.1  | 74.2  | 71.8  | 60.5  | 68.5  | 89.3  |
| 55.02  | 60.6       | 55.7  | 67.8  | 69.1  | 72.1  | 70.4  | 68.6  | 58.3  | 66.0  | 84.3  |
| 59.95  | 58.6       | 54.2  | 65.6  | 65.8  | 69.3  | 67.8  | 65.8  | 56.1  | 63.6  | 81.2  |
| 64.88  | 56.5       | 51.8  | 63.2  | 63.6  | 66.9  | 65.0  | 63.0  | 53.1  | 61.7  | 79.1  |
| 69.81  | 54.7       | 50.6  | 61.1  | 61.5  | 64.6  | 62.8  | 60.4  | 51.4  | 60.0  | 76.5  |
| 74.74  | 53.3       | 49.5  | 59.1  | 59.5  | 62.7  | 60.7  | 58.5  | 50.0  | 58.2  | 73.7  |
| 79.67  | 52.0       | 48.0  | 57.3  | 57.7  | 60.8  | 59.0  | 56.7  | 48.3  | 56.4  | 71.1  |
| 84.60  | 50.5       | 46.6  | 55.4  | 56.3  | 59.4  | 57.0  | 55.1  | 47.1  | 55.3  | 66.9  |
| 89.53  | 48.7       | 45.1  | 54.0  | 54.5  | 57.9  | 55.7  | 53.1  | 45.6  | 53.8  | 64.8  |
| 94.46  | 47.5       | 44.2  | 52.7  | 52.8  | 56.1  | 54.0  | 51.8  | 44.2  | 52.3  | 63.0  |
| 99.39  | 46.3       | 43.2  | 51.4  | 51.8  | 54.8  | 52.6  | 50.1  | 43.3  | 51.1  | 61.2  |
| 104.32 | 45.1       | 42.3  | 49.9  | 49.9  | 53.5  | 51.2  | 49.0  | 42.3  | 49.6  | 59.1  |
| 109.25 | 44.2       | 41.4  | 48.5  | 49.3  | 52.1  | 49.9  | 47.8  | 41.4  | 48.4  | 57.3  |

表中最左侧是对颗粒堆所加载的力的序列，每次实验都按照这个序列连续加载，之后从新制堆，重复加载。用表 4-1 中结果作出电阻与加载量之间的关系图并加以拟合，如图 4-2 所示。

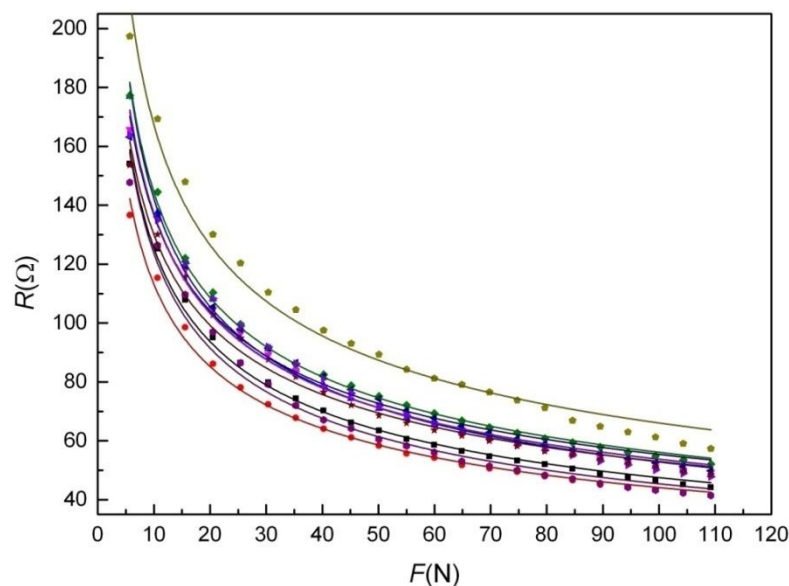


图 4-2 连续加载下颗粒堆的电阻(0.8kg 堆)

从图 4-2 中对实验数据的拟合结果可以看出，颗粒堆的电阻随着加载呈负幂率形式减小，图中每种形状的数据点代表一次实验值，与其颜色相同的曲线是对这次实验值的拟合，拟合结果显示颗粒堆的电阻值  $R$  与加载力  $F$  满足负幂率关系，即

$$R = aF^{-b} \quad (4-1)$$

表 4-2 幂率参数  $a$  和  $b$ (0.8Kg 颗粒堆)

| 参数  | 10 次实验的拟合参数 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-----|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| $a$ | 331.5       | 290.2 | 382.8 | 348.1 | 372.0 | 337.3 | 350.3 | 337.0 | 319.1 | 423.8 |
| $b$ | 0.422       | 0.409 | 0.43  | 0.406 | 0.411 | 0.392 | 0.407 | 0.435 | 0.39  | 0.404 |

实验结果显示颗粒堆的电阻值  $R$  与加载力  $F$  呈负幂率关系，而不是上一章中所预测的  $e$  指数关系。但每次实验拟合得到的幂率参数  $a$  和  $b$  都不一样，对于质量为 0.8Kg 的颗粒堆，将参数  $a$  和  $b$  统计如表 4-2 所示。

根据表 4-2 中对参数  $a$  和  $b$  的统计，分别计算出  $a$  和  $b$  的均值和标准偏差，作为 0.8Kg 颗粒堆的平均参数，计算结果如表 4-3 所示：

表 4-3 参数  $a$  和  $b$  的均值和标准差(0.8Kg 颗粒堆)

| 参数  | 均值    | 标准差  |
|-----|-------|------|
| $a$ | 349.2 | 36.8 |
| $b$ | 0.411 | 0.01 |

### 4.3 幂率指数与颗粒堆厚度的关系

改变颗粒堆的质量构造不同规模的颗粒堆，对其进行连续加载实验，测算其电阻的变化，实验步骤和计算方法与上一节的相同，只是改变了颗粒堆的规模而已。对质量为 1Kg 的颗粒堆重复 10 次实验的拟合结果如图 4-3 所示。

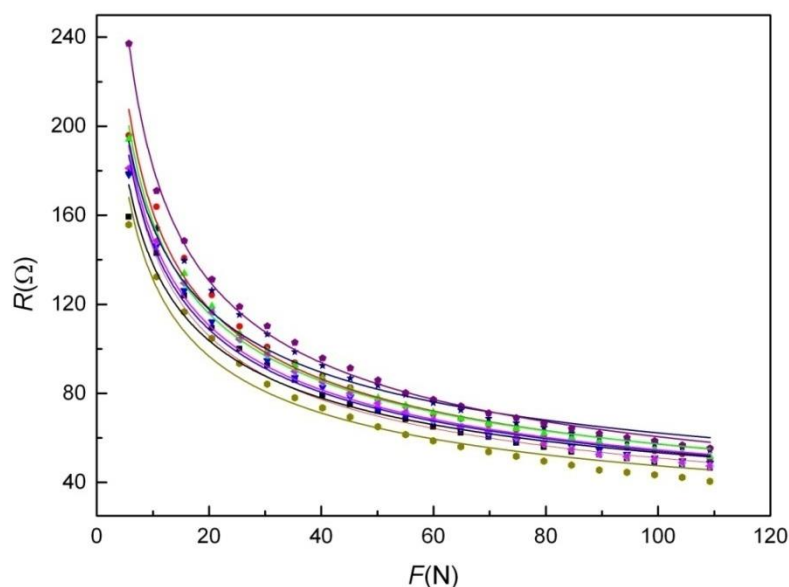


图 4-3 连续加载下 1Kg 颗粒堆的电阻(10 次实验)

对质量为 1Kg 的颗粒堆进行连续加载，统计颗粒堆电阻随加载力的变化，图 4-3 显示的是重复 10 实验的结果汇总，图中每种形状的数据点代表一次实验值，与其颜色相同的曲线是对这次实验值的拟合，拟合结果显示 1Kg 的颗粒堆同 0.8Kg 的颗粒堆的实验现象类似，颗粒堆的电阻值与加载力同样地满足负幂率关系，但每次实验得到的参数  $a$  和  $b$  都不一样，将参数统计如表 4-4 所示，分别计算出  $a$  和  $b$  的均值和标准偏差，作为 1Kg 颗粒堆的平均参数，计算结果如表 4-5 所示。其他不同规模的颗粒堆的实验现象与上述实验现象类似，颗粒堆的电阻值  $R$  与加载力  $F$  都满足负幂率关系，见式(4-1)，实验数据和拟合图表在此就不再一一列出，最后将各个

质量的颗粒堆的平均参数统计如表 4-6 所示。

表 4-4 幂率参数  $a$  和  $b$ (1Kg 颗粒堆)

| 参数 | 10 次实验的拟合参数 |       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----|-------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a  | 356.4       | 454.8 | 429.1 | 397.6 | 410.3 | 410.3 | 362.6 | 362.8 | 385.1 | 545.8 |
| b  | 0.412       | 0.450 | 0.437 | 0.433 | 0.438 | 0.438 | 0.441 | 0.441 | 0.396 | 0.477 |

表 4-5 参数  $a$  和  $b$  的均值和标准差(1Kg 颗粒堆)

| 项目  | a     | b     |
|-----|-------|-------|
| 均值  | 411.5 | 0.436 |
| 标准差 | 56.7  | 0.02  |

表 4-6 不同质量颗粒堆的幂率参数及其偏差

| $M/\text{Kg}$ | $a$   | $\sigma(a)$ | $b$   | $\sigma(b)$ |
|---------------|-------|-------------|-------|-------------|
| 0.2           | 191.7 | 46.0        | 0.581 | 0.08        |
| 0.3           | 323.8 | 64.0        | 0.596 | 0.05        |
| 0.4           | 326.4 | 74.3        | 0.595 | 0.05        |
| 0.5           | 394.9 | 145.4       | 0.522 | 0.05        |
| 0.6           | 369.9 | 70.5        | 0.506 | 0.02        |
| 0.7           | 628.0 | 93.4        | 0.502 | 0.04        |
| 0.8           | 349.2 | 36.8        | 0.411 | 0.02        |
| 0.9           | 493.7 | 93.6        | 0.463 | 0.04        |
| 1.0           | 411.5 | 56.7        | 0.436 | 0.02        |
| 1.2           | 511.6 | 45.6        | 0.414 | 0.02        |
| 1.4           | 588.9 | 67.1        | 0.390 | 0.02        |
| 1.6           | 544.2 | 54.2        | 0.369 | 0.02        |

根据表 4-6 作出  $a$  和  $b$  与颗粒堆质量的关系图如图 4-4 所示：

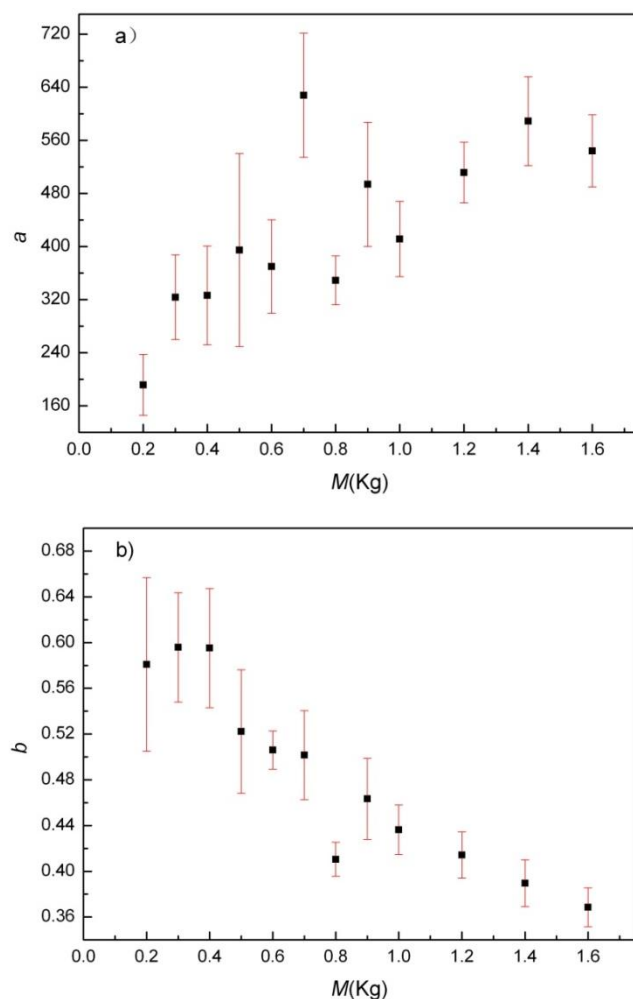


图 4-4 幂率参数随颗粒堆质量的变化

由图 4-4 中幂率参数随颗粒堆质量的变化信息可以得出以下分析：

(1) 参数  $a$  的大小随颗粒堆质量的增加呈现增大的趋势，但是其分布杂乱，涨落比较大。造成这种现象的原因，可以有以下几个方面：

1、颗粒堆的构成历史。由于是人为操作，所以每次制堆时，颗粒堆的形成历史都是有偏差的。颗粒物质本身就是大量颗粒的集合，制堆过程中不可能对每个颗粒进行跟踪并安排其位置，所以，这方面的偏差是无法避免的。

2、外界自然气候的影响。颗粒的导电性能与空气湿度、温度等自然条件是有关系的，而这大量的实验是分布在不同的时间段内完成的，所以气候变化对颗粒堆电阻也产生了一定的涨落。

3、颗粒堆规模的影响。这很容易理解为颗粒堆的质量增大，高度变大，电阻也变大。颗粒堆的规模是颗粒堆自身的属性，不同规模的颗粒堆电阻不一样，这是无可厚非的。由以上分析可推测在  $R$  与  $F$  的幂率关系式中， $a$  是表征颗粒堆初始规

模和状态的参数。

(2) 参数  $b$  的大小随颗粒堆质量的增加而减小，减小的趋势呈线性，涨落不是很大。分析如下：

1、这说明颗粒堆越高其电阻的变化程度越不明显。颗粒堆的电阻主要由轴向导电路径决定，轴向力链的强弱和多少决定着颗粒堆的电阻，颗粒堆越高，内部的力链分布越复杂，加载的力使轴向力链上下导通的程度就越低，所以颗粒堆电阻减小的现象就越不明显。

2、参数  $b$  的大小随颗粒堆质量的增加而减小，这说明了当颗粒堆规模变大时，即高度变高时，轴向力链不再是主导，一部分力链分布在切向，即与筒壁垂直的方向，当外加荷载时，这些切向的力链就会把轴向的压力分散到筒壁上，而使轴向压力对轴向力链的导通作用减小，所以  $b$  越来越小。这表示颗粒堆电阻随质量的减小趋势逐渐平缓，直到趋于不变。这与颗粒堆的粮仓效应所反映出的特点达到了一定的契合，颗粒堆的“粮仓效应”描述的就是颗粒堆增加到一定高度后，其底面受到的压力变化不再明显，最终达到饱和。

(3) 随着颗粒堆厚度的增加， $b$  由接近 0.6 减小到 0.36， $b$  的值始终小于赫兹指数 0.67。对于两个导体球之间的接触电阻与压力的关系问题，由赫兹接触理论出发可以推导出关系式  $R \sim NF^{(-2/3)}$ ，见式(3-25)的推导。由上述实验结果得到颗粒堆的电阻  $R$  与加载力  $F$  之间也满足负幂率关系，但是其中的指数值随着颗粒堆的规模变化，由此可以分析出：

1、颗粒堆的宏观电阻是在单颗粒接触电阻的基础上演变的，都具有幂率形式。

2、颗粒内部的接触网络不能看做是单一接触的简单叠加，随着颗粒堆规模的增大，幂率指数的大小偏离赫兹指数的程度加大。

3、众多颗粒的接触电阻与两个颗粒的接触电阻具有同样的形式，但是，对于颗粒数较多的离散颗粒体系，接触问题不止是两个个体，而是在三维空间中大量个体相互交叉的接触，颗粒堆内部的这种接触多而复杂。接触网络与单一接触的关系是怎样的，颗粒堆的宏观电阻与颗粒间的接触力的分布具有怎样的依赖关系？对于这些问题，需要从最基本的赫兹接触问题着手并建立颗粒堆内部应力分散网络模型来寻找答案。

4、颗粒堆内部毗邻颗粒间的接触形成许多强度迥异的力链，它们相互交界构成非均匀的网络贯穿颗粒堆内部，加压力时，颗粒间的接触面积改变，力链的数目也会增多，共同导致了颗粒堆电阻的变化。如果能将颗粒接触的影响分离出来剩下的就是颗粒堆内部力链排布对电阻的影响。

## 4.4 本章小结

本章通过测量颗粒堆电阻随加载的变化,发现了电阻  $R$  与加载力  $F$  之间满足负幂率关系,而非上一章中所预测的  $e$  指数关系。通过对不同质量的颗粒堆电阻的测量,发现幂率指数随颗粒堆厚度的增加而减小,且幂率指数总小于理论推导的两颗粒接触的幂率指数  $2/3$ 。通过分析得出了单颗粒的接触电阻是颗粒堆宏观电阻的基本单元,只不过因为对颗粒堆施加的压力  $F$  被颗粒堆内部的接触网络分散,所以影响了幂率指数的大小。加压力时,颗粒间的接触电阻是满足赫兹接触理论的,可以把它们看做颗粒堆内部的一个个接触电阻元。但是力链的分布使这些接触电阻元在不同的分力作用下以某种机制叠加起来,最终导致了颗粒堆总电阻  $R$  与总力  $F$  之间的幂率指数发生了变化,不同于赫兹指数。设想,如果能将颗粒接触的影响因素分离出来,剩下的就是颗粒堆内部力链排布机制的影响,即可得到颗粒物质内部力学结构的线索。

## 结论与展望

颗粒物质能够导电的根本原因是颗粒相互接触，形成力链即为导通电流的路径。力链的变化就会体现为颗粒体系电阻的变化。所以，本文把力学因素和电学因素结合起来研究颗粒物质的导电特性，以颗粒物质的电阻为观测手段，来研究颗粒物质力学及电学方面的特性。主要研究内容及结论如下：

(1) 颗粒堆的冲击扰动实验发现颗粒堆的初始电阻值各不相同，在受到重物下落的冲击扰动时，颗粒堆的电阻值会发生跳变。

(2) 冲击扰动实验中，电阻首次跳变的过程中信号呈  $e$  指数形式增强，朝着电阻变小的方向，且跳变值的大小不定。

(3) 颗粒堆电阻受到扰动后之会有一个恢复稳定的过程，时长接近  $0.2s$ ，此过程中电阻的变化是非线性的，电阻波动值越来越小直到恢复稳定，总体趋势接近  $e$  指数，稳定值的大小很难预测。

(4) 测量了颗粒堆的电阻，探究颗粒堆电阻与厚度的关系，发现颗粒堆的电阻随厚度的增加呈线性关系，并将颗粒物质电阻与连续介质电阻进行比较，发现与连续导体的规律是一样的。

(5) 测量恒定加载下颗粒堆电阻，发现颗粒堆的电阻随厚度增加也呈线性关系  $R=a+bM$ 。不同的是， $a, b$  随加载力  $F$  呈  $e$  指数变化。通过对不同加载时得到的  $a, b$  值进行拟合，得到了颗粒堆电阻的经验关系  $R \sim A_1 \exp(-F/t_1)M + A_2 \exp(-F/t_2)$ 。

(6) 于圆筒形容器中构造颗粒堆，研究颗粒堆电阻受轴向加载的影响，发现电阻  $R$  与加载力  $F$  之间满足负幂率关系，

(7) 通过测量不同规模颗粒堆的电阻，发现幂率指数随颗粒堆厚度的增加而减小，且幂率指数小于赫兹指数。

颗粒体系受到扰动后内部结构自组织的规律，本文中没有进行定量研究，只定性地观测到了扰动回落的过程，这个过程能不能用复杂系统的自组织临界性理论来描述，还需要进一步分析。颗粒堆电阻与压力的幂率指数为什么会小于赫兹幂率指数，颗粒堆的宏观电阻与两个颗粒接触电阻之间的关系是什么样的，这些问题的解决需要进一步研究颗粒堆内部应力的分解、传播，以赫兹接触为基础对颗粒体系建立细观尺度的分析模型来解决。

## 参考文献

- [1] 陆坤权. 软物质物理学导论[M]. 北京: 北京大学出版社, 2006: 645.
- [2] 瑞语. 小颗粒大问题[J]. 百科知识, 2002, 8: 5.
- [3] 厚美瑛, 陆坤权. 奇异的颗粒物质[J]. 新材料产业, 2001, 2: 6-8.
- [4] Duran J. Sands, Powders, and Grains[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1999: 1-207.
- [5] 欧阳钟灿. 软物质[J]. 创新科技, 2007, 5: 44-45.
- [6] Lee T. The Design of CMOS Radio-Frequency Integrated Circuits[M]. London: Cambridge University Press, 1998: 1-34.
- [7] Vanel L, Clement E. Pressure Screening and Fluctuations at the Bottom of a Granular Column[J]. European Physical Journal B, 1999, 11(3): 525-533.
- [8] Vanel L, Claudin P, Bouchaud J P, et al. Stresses in Silos: Comparison between Theoretical Models and New Experiments[J]. Physical Review Letters, 2000, 84(7):1439-1442.
- [9] 蒋亦民, 郑鹤鹏. 一种颗粒底部不趋向饱和的粮仓系统[J]. 物理学报, 2008, 57(11): 7360-7367.
- [10] 彭政, 李湘群, 蒋礼, 等. 应力未饱和粮仓系统中器壁与颗粒的摩擦阻力[J]. 物理学报, 2009, 58(3): 2090-2095.
- [11] Brockbank R, Huntley J M, Ball R C. Contact Force Distribution Beneath a Three-Dimensional Granular Pile[J]. Journal De Physique II, 1997, 7(10): 1521-1532.
- [12] Watson A. Physics-Searching for the Sand-Pile Pressure Dip[J]. Science, 1996, 273(5275):579-580.
- [13] Vanel L, Howell D, Clark D, et al. Memories in Sand: Experimental Tests of Construction History on Stress Distributions under Sandpiles[J]. Physical Review E, 1999, 60(5): 5040-5043.
- [14] 梁宣文, 李良生, 侯兆国, 等. 垂直振动作用下二元混合颗粒分层的动态循环反转[J]. 物理学报, 2008, 57(4):2300~2306.
- [15] Aranson I S, Tsimring L S. Patterns and Collective Behavior in Granular Media: Theoretical Concepts[J]. Reviews of Modern Physics, 2006, 78(2):641-692.
- [16] 苗天德, 刘源, 缪馥星. 颗粒气体的振荡现象[J]. 科学通报, 2005, 50(8):740-744.
- [17] Jaeger H M, Nagel S R, Bringer R P. Granular Solids, Liquids, and Gases[J]. Reviews of Modern Physics, 1996, 68(4):1259-1273.
- [18] Aoki K M, Akiyama T, Maki Y, et al. Convective Roll Patterns in Vertically Vibrated Beds of Granules[J]. Physical Review E, 1996, 54(1):874-878.

- [19] Falcon E, Kumar K, Bajaj K M, et al. Heap Corrugation and Hexagon Formation of Powder under Vertical Vibrations[J]. *Physical Review E*, 1999, 59(5):5716-5719.
- [20] 彭亚晶, 张卓, 王勇, 等. 振动颗粒物质“巴西果”分离效应实验和理论研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(13): 134501.
- [21] Shinbrot T. Granular Materials-The Brazil Nut Effect in Reverse[J]. *Nature*, 2004, 429(6990): 352-353.
- [22] Ludewig F, Vandewalle N. Reversing the Brazil Nut Effect[J]. *European Physical Journal E*, 2005, 18(4): 367-372.
- [23] Garzo V. Brazil-nut Effect Versus Reverse Brazil-nut Effect in a Moderately Dense Granular Fluid[J]. *Physical Review E*, 2008, 78(2): 020301.
- [24] Huang D C, Feng Y D, Xie W M, et al. Effect of Partical Density on the Segregation of Binary Granular Systems in a Rotating Drum[J]. *Acta Physica Sinica*, 2012, 61(12): 124501.
- [25] 姜泽辉, 陆坤权, 厚美瑛, 等. 振动颗粒混合物中的三明治式分离[J]. *物理学报*, 2003, 52(9): 2244-2248.
- [26] 阎学群, 史庆藩, 厚美瑛, 等. 气体对颗粒物质振动分离的影响[J]. *物理*, 2003, 32(11):748.
- [27] Jiang Z H, Li B, Zhao H F, et al. Phenomena of Impact Bifurcations in Vertically Vibrated Granular Beds[J]. *Acta Physica Sinica*, 2005, 54(3): 1273-1278.
- [28] 姜泽辉, 刘新影, 彭雅晶, 等. 竖直振动颗粒床中的倍周期运动[J]. *物理学报*, 2005, 54(12): 5692-5698.
- [29] 姜泽辉, 郭波, 张峰, 等. 摩擦力对非弹性碰球倍周期运动的影响[J]. *物理学报*, 2010, 59(12): 8444-8410.
- [30] 姜泽辉, 韩红, 李翊然, 等. 空气阻力对完全非弹性蹦球动力学行为的影响[J]. *物理学报*, 2012, 61(24): 24502.
- [31] 孙其诚, 王光谦. 颗粒流动力学及其离散模型评述[J]. *力学进展*, 2008, 38(1): 87-99.
- [32] To K, Lai P Y, Pak H K. Jamming Pattern in a Two-dimensional Hopper[J]. *Physical Review E*, 2002, 66(1): 011308.
- [33] 陆坤权, 刘寄星. 颗粒物质(下)[J]. *物理*, 2004, 33(10): 713-720.
- [34] Wu X I, Maloy K J. Why Hour Glasses Tick[J]. *Physical Review Letters*, 1993, 71(9): 1363-1366.
- [35] Hou M Y, Chen W, Zhang T, et al. Global Nature of Dilute-to-Dense Transition of Granular Flows in a 2D Channel[J]. *Physical Review Letters*, 2003, 91(20): 204301.
- [36] 徐光磊, 胡国琦, 张训生, 等. 通道宽度和初始流量对颗粒稀疏-密集流转变临界开口的影响[J]. *物理学报*, 2003, 52(4): 875-878.

- [37] 鲍德松, 张训生, 徐光磊, 等. 平面颗粒流的瓶颈效应及其与速度的关系[J]. 物理学报, 2003, 52(2): 401-404.
- [38] Leonardo E S. Temporally Heterogeneous Dynamics in Granular Flows[J]. Physical Review Letters, 2005, 94(9): 09802.
- [39] 孙其诚, 金峰. 颗粒物质的多尺度结构及其研究框架[J]. 物理, 2009, 38(4): 225-233.
- [40] Sun Q C, Wang G Q, Hu K H. Some Open Problems in Granular Matter Mechanics[J]. Progress in natural science, 2009, 19(5): 523-529.
- [41] 孙其诚, 王光谦. 静态堆积颗粒中的力链分布[J]. 物理学报, 2008, 57(8): 4667-4674.
- [42] Aste T, Matteo T D. Stress Transmission in Granular Matter[J]. Journal of Physics, 2002, 14(2): 2391-2402.
- [43] Lee T H. The Design of CMOS Radio-Frequency Integrated Circuits[M]. London: Cambridge University Press, 1998: 1-34.
- [44] Dorbolo S, Ausloos M, Vandewalle N. Hysteretic Behavior in Metallic Granular Matter[J]. Applied Physics Letters, 2002, 81(5): 936~938.
- [45] Dorbolo S, Ausloos M, Vandewalle N. Limit Current Density in 2D Metallic Granular Packings[J]. The European Physical Journal B, 2003, 34(2): 201-204.
- [46] Falcon E, Castaing B. Electrical Conductivity in Granular Media and Branly's Coherer: A Simple Experiment[J]. American Journal of Physics, 2005, 73(4): 302-306.
- [47] Dorbolo S, Merlen A, Creyssels M, Vandewalle N, et al. Effects of Electromagnetic Waves on the Electrical Properties of Contacts between Grains[J]. Europhysics Letters, 2007, 9(5): 1-5.
- [48] Béquin P, Tournat V. Electrical Conduction and Joule Effect in One-dimensional Chains of Metallic Beads: Hysteresis under Cycling DC Currents and Influence of Electromagnetic Pulses[J]. Granular Matter, 2010, 12(4): 375-385.
- [49] Dorbolo S, Vandewalle N. Electrical Investigations of Granular Arches[J]. Physica A: Statistical Mechanics and its Applications, 2002, 311(3): 307-312.
- [50] Caglioti E, Loreto V, Herrmann H J, et al. A "Tetris-like" Model for the Compaction of Dry Granular Media[J]. Physical Review Letters, 1997, 79(8): 1575-1578.
- [51] Vandewalle N, Dorbolo S. Giant Electrical Fluctuations in Metallic Disordered Packings[J]. The European Physical Journal E, 2001, 129-131.
- [52] Gusarov A V, Kovalev E P. Model of Thermal Conductivity in Powder Beds[J]. Physical Review B, 2009, 80(2): 024202.

- [53] Zekri L, Kaiss A, Clerc J P, et al. 2D-to-3D Percolation Crossover of Metal-Insulator Composites[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(3): 346-351.
- [54] Montes J M, Cuevas F G, Cintas J. Porosity Effect on the Electrical Conductivity of Sintered Powder Compacts[J]. *Applied Physics A*, 2008, 92(2): 375-380.
- [55] Robinson D A, Friedman S P. Electrical Conductivity and Dielectric Permittivity of Sphere Packings: Measurements and Modelling of Cubic Lattices, Randomly Packed Monosize Spheres and Multi-size Mixtures[J]. *Physica A*, 2005, 358(2): 447-465.
- [56] Bahrami M, Yovanovich M M, Culham J R. Effective Thermal Conductivity of Rough Spherical Packed Beds[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2006, 49(19): 3691-3701.
- [57] Zinchenko A Z. Effective Conductivity of Loaded Granular Materials by Numerical Simulation[J]. *Physical and Engineering Sciences*, 1998, 356(1749): 2953-2998.
- [58] Gusarov A V, Kovalev E P. Model of Thermal Conductivity in Powder Beds[J]. *Physical Review B*, 2009, 80(2): 024202.
- [59] Zekri L A, Kaiss J P, Clerc B P, et, al. 2D-to-3D Percolation Crossover of Metal Insulator Composites[J]. *Physics Letters A*, 2011, 375(3):346-351.
- [60] Bhattacharya S, Tandon R P, Sachdev V K. Electrical Conduction of Graphite Filled High Density Polyethylene Composites; Experiment and Theory[J]. *Journal of Materials Science*, 2009, 44(9): 2430-2433.
- [61] Montes J M, Cuevas F G, Cintas J. Porosity Effects On the Electrical Conductivity Of Sintered Powder Compacts[J]. *Applied Physics A*, 2008, 92(2): 375-380.
- [62] Beloni E, Dreizin E L. Experimental Study of Ignition of Magnesium Powder by Electrostatic Discharge[J]. *Combustion and Flame*, 2009, 156(7): 1386-1395.
- [63] Beloni E, Dreizin E L. Ignition of Aluminum Powder by Electro-static Discharge[J]. *Combustion and Flame*, 2010, 157(7): 1346-1355.
- [64] Beloni E, Dreizin E L. Ignition of Titanium Powder Layers by Electrostatic Discharge[J]. *Combustion Science and Technology*, 2011, 183(8): 823-845.
- [65] Beloni E, Priya R S, Edward L D. Electrical Conductivity of a Metal Powder Struck by a Spark[J]. *Journal of Electrostatics*, 2012, 70(1): 157-165.
- [66] 季顺迎, 李鹏飞, 陈晓东. 冲击荷载下颗粒物质缓冲性能的试验研究[J]. *物理学报*, 2012, 61(18): 184703.
- [67] Hilton J E, Cleary P W. Dust Modeling Using a Combined CFD and Discrete Element Formulation[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2013, 72(5): 528-549.
- [68] 孙其诚, 王光谦. 颗粒物质力学导论[M]. 北京: 科学出版社, 2009: 5-7.
- [69] Landau L D, Lifschitz E M. Theory of elasticity[J]. *Theoretical Physics*, 1999, 7(3):

8-9.

[70] Valentin L. P. Contact Mechanics and Friction[M]. Berlin: Springer-Verlag, 2010: 352-356.

## 攻读硕士学位期间发表的论文及其它成果

- 1 姜泽辉, 韩红, 李翀然, 等. 空气阻力对完全非弹性蹦球动力学行为的影响[J]. 物理学报, 2012, 61(24): 24502.
- 2 姜泽辉, 韩红, 李翀然, 等. 器壁滑动摩擦力对受振颗粒体系中冲击力倍周期分岔过程的影响[J]. 物理学报, 2013, 62(11): 114501.

## 哈尔滨工业大学学位论文原创性声明和使用权限

### 学位论文原创性声明

本人郑重声明：此处所提交的学位论文《颗粒物质导电特性研究》，是本人在导师指导下，在哈尔滨工业大学攻读学位期间独立进行研究工作所取得的成果，且学位论文中除已标注引用文献的部分外不包含他人完成或已发表的研究成果。对本学位论文的研究工作做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式注明。

作者签名：李脩然 日期：2013 年 6 月 29 日

### 学位论文使用权限

学位论文是研究生在哈尔滨工业大学攻读学位期间完成的成果，知识产权归属哈尔滨工业大学。学位论文的使用权限如下：

(1) 学校可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文，并向国家图书馆报送学位论文；(2) 学校可以将学位论文部分或全部内容编入有关数据库进行检索和提供相应阅览服务；(3) 研究生毕业后发表与此学位论文研究成果相关的学术论文和其他成果时，应征得导师同意，且第一署名单位为哈尔滨工业大学。

保密论文在保密期内遵守有关保密规定，解密后适用于此使用权限规定。

本人知悉学位论文的使用权限，并将遵守有关规定。

作者签名：李脩然 日期：2013 年 6 月 29 日

导师签名：郭辉 日期：2013 年 6 月 29 日

## 致 谢

本文是在姜泽辉教授的悉心指导下完成的，我谨向姜老师表示深深的感谢！姜老师知识渊博，思维敏锐，从选题到着手实验都给了我很大的帮助，培养了我的分析问题的能力。在实验中，姜老师循循善诱的指导锻炼了我发现问题解决问题的能力。在科研上，姜老师态度严谨，给我们树立了榜样，在生活中，姜老师平易近人，可亲可敬。研究生两年来，在姜老师的教导下，我不仅知识水平有了增长，个人成长上也有了提高。不管以后身在何方，姜老师的教导和恩情，我都会谨记在心。

感谢我的父母对我学业的支持和关心，我会永远爱他们、孝敬他们！

感谢韩玲老师以及物理系办公室的老师对我的帮助，他们兢兢业业的工作作风以及对学生负责的态度让我深深敬佩！

感谢实验室师姐、师弟、师妹在我生活和学习上的关心和帮助！

再次感谢物理系全体老师和同学对我的帮助！