

分 类 号_____

学号 M201070847

学校代码 10487

密级 _____

华中科技大学 硕士学位论文

热对流条件下悬浮颗粒运动的格子 Boltzmann
方法模拟

学位申请人： 毛威

学科专业： 热能工程

指导教师： 郭照立 教授

答辩日期： 2013 年 1 月 8 日

A Thesis Submitted in Partial Fulfillment of the
Requirements for the Degree of Master in Engineering

**Simulation of movement of suspended particles
with thermal convection using the lattice
Boltzmann method**

Candidate: Mao Wei

Major: Thermal Engineering

Supervisor: Prof. Guo Zhaoli

Huazhong University of Science and Technology

Wuhan, 430074, P. R. China

JAN, 2013

独创性声明

本人声明所呈交的学位论文是我个人在导师指导下进行的研究工作及取得的研究成果。尽我所知，除文中已经标明引用的内容外，本论文不包含任何其他个人或集体已经发表或撰写过的研究成果。对本文的研究做出贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。本人完全意识到本声明的法律结果由本人承担。

学位论文作者签名：

年月日

学位论文版权使用授权书

本学位论文作者完全了解学校有关保留、使用学位论文的规定，即：学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和电子版，允许论文被查阅和借阅。本人授权华中科技大学可以将本学位论文的全部或部分内 容编入有关数据库进行检索，可以采用影印、缩印或扫描等复制手段保存和汇编本学位论文。

本论文属于 ☐ 保密，在 年解密后适用本授权书。
☐ 不保密。

(请在以上方框内打“√”)

学位论文作者签名：

指导教师签名：

年月日

年月日

华中科技大学硕士学位论文

摘要

悬浮颗粒的运动是流固两相流中的一类典型问题，出现在许多自然现象和工业过程中，例如自然界中的河流泥沙沉积、日益严重的沙尘暴、工业中污水中的固体杂质处理、流化床炉中煤粉颗粒的运动以及烟气除尘系统等，因此研究颗粒物在流体中的运动规律和作用机理是至关重要的。随着计算机技术的飞速发展，数值模拟方法已经成为研究悬浮颗粒运动问题的重要手段，而传统的计算流体力学方法存在着计算量大和边界处理复杂的缺陷；同时实验方法中常用的激光粒子速度场仪 PIV(particle image velocimetry), 粒子动态分析仪 PDA(particle dynamics analyzer) 由于无法获得颗粒间受力情况而存在很大的局限性。作为一种新型的计算流体力学技术，格子 Boltzmann 方法(LBM)有着计算量小、边界处理简单等优点，已经成为研究流固两相流的一种重要工具。

在使用 LBM 研究悬浮颗粒运动的问题中，流固两相的边界耦合是至关重要的，不同的处理方法的精度和计算量也不同。首先，我们使用三种不同的边界处理方法（曲边非平衡态外推方法、Ladd 的方法和亚网格方法）来模拟单个圆形颗粒的沉降、单个椭圆颗粒的沉降以及双颗粒的沉降，比较了三种方法的优缺点，结果表明：广泛使用的 Ladd 方法得出的结果更精确并且计算量较小。其次，在研究等温条件下颗粒沉降的基础上，我们着重研究了单个圆颗粒、单个椭圆颗粒、中性浮力颗粒、两等温颗粒以及两不同温度的颗粒在热对流条件下的运动规律。单个圆颗粒的模拟结果验证了计算方法的准确性；椭圆颗粒的模拟结果表明：椭圆颗粒在热对流条件下随格拉晓夫数 Gr 的变化呈现出不同的沉降轨迹；中性浮力颗粒的模拟结果表明：在较小的 Gr 数下置于管道不同位置的颗粒最终的平衡位置不同，在较大的 Gr 数下颗粒的最终平衡位置相同，并给了颗粒靠近管壁的极限位置；双颗粒的模拟结果表明：两等温颗粒的沉降方式与雷诺数 Re 以及 Gr 密切相关，而两不同温度的颗粒与两等温颗粒的沉降规律有显著不同，无论初始位置如何，冷颗粒最终总位于热颗粒下方运动， Re 较大时发生连续的拖曳、接触现象，而 Re 较小时，冷颗粒会以较大的沉降速度远离热颗粒。

关键词：悬浮颗粒运动，流固两相流，格子 Boltzmann 方法，热对流

Abstract

The motion of the suspended particles is a typical issue of the solid-fluid two-phase flow, and it appears in many nature and industrial process, for example, the deposit of sediment in river and the increasingly serious sandstorms in nature, the treatment of solid impurities in the wastewater, the motion of coal particles in fluidized bed and the dust removal system of flue gas etc. in industry, so it's important to study the way how the particles move in fluid and the role of interaction between the particle and fluid. With the rapid development of computer technology, the numerical simulation methods has become an important means in studying the motion of the suspended particles, while the traditional computational fluid dynamics methods have the defects of computationally intensive and the complex boundary treatment; however, the commonly used PIV (particle image velocimetry) and PDA (particle dynamics analyzer) in experimental methods are significantly limited because they cannot give the force between particles. As a new technology of computational fluid dynamics, the Lattice Boltzmann Method (LBM) has become an important tool to study the solid-fluid two-phase flow because of the small computation and the simple boundary treatment.

The solid and fluid two-phase boundary coupling is critical when studying the motion of the suspended particles using LBM, and the different treatment lead to the different accuracy and computation. Firstly, we use three different boundary treatment (the non-equilibrium extrapolation method of the curved edge, the Ladd's method, the immersed boundary method) to simulate the process of the sedimentation of one circular particle, the sedimentation of one elliptical particle and the sedimentation of two circular particles. We compared the advantages and disadvantages of the three method and the result shows that the Ladd's method gives the more accurate result and has less computation. Secondly, based on the study of sedimentation of isothermal particle, we carefully researched the motion of one circular particle, the motion of one elliptical particle, the motion of one neutrally buoyant particle, the motion of two particles with same temperature, and the motion of two particles with different temperature with thermal convection. The simulation results of one circular particle verified the accuracy of the calculation method; the simulation results of

华 中 科 技 大 学 硕 士 学 位 论 文

one elliptical particle shows that the settlement trajectory of the elliptical particle are different when Grashof number changes; the simulation results of the neutrally buoyant particle shows that the final balanced position is different if we set the particle in the different position of the pipe when Gr number is small while the final balanced position is same when Gr is big, and we computed the limit distance from the pipe wall the particle can approach; and the simulation results of two particles shows that the dynamics of the two particles with the same temperature is closely related to the Re number and the Gr number, while the process of two particles with different temperature are distinct from that two particles with same temperature, the cold particle will eventually descend the hot particle, and the drafting and kissing phenomenon occurs as Re is large, while the cold particle falls away from the hot one as Re is small.

Keywords: the motion of suspended particles, solid-fluid two-phase flow, Lattice Boltzmann Method, thermal convection

华中科技大学硕士学位论文

目录

摘要.....	II
Abstract.....	III
1 引言.....	1
1.1 研究背景及现状.....	1
1.2 格子 Boltzmann 方法在颗粒悬浮流中的应用.....	2
1.3 热对流条件下颗粒悬浮流的研究现状.....	4
1.4 本文研究的目的及内容.....	5
2 格子 Boltzmann 方法及流固两相耦合方法.....	6
2.1 格子 Boltzmann 方法.....	6
2.2 流固两相边界处理的格子 Boltzmann 方法.....	10
3 等温条件下的颗粒沉降.....	14
3.1 单个圆颗粒在无限长管道中的沉降.....	14
3.2 单个圆颗粒在封闭腔中的沉降.....	16
3.3 双颗粒的沉降.....	18
3.4 椭圆颗粒在长管道中的沉降.....	20
4 热对流条件下的单颗粒悬浮流.....	23
4.1 方腔内放置偏心热圆柱产生的自然对流.....	24
4.2 热对流条件下圆颗粒的沉降.....	26
4.3 热对流条件下椭圆颗粒的沉降.....	29
4.4 热对流条件下中性颗粒在管流中的运动.....	34
5 热对流条件下双颗粒的沉降.....	42
5.1 参考雷诺数 $Re_{ref} = 25$ 时的双颗粒沉降轨迹.....	43

华中科技大学硕士学位论文

5.2	参考雷诺数 $Re_{ref} = 30$ 时的双颗粒沉降轨迹.....	44
5.3	参考雷诺数 $Re_{ref} = 40$ 时的双颗粒沉降轨迹.....	45
5.4	双颗粒发生 DK 现象和 DKT 现象的规律.....	46
6	全文总结及展望.....	49
6.1	全文总结.....	49
6.2	工作展望.....	50
	致谢.....	52
	参考文献.....	53

1 引言

1.1 研究背景及现状

悬浮颗粒在流体中的运动是一类典型的流固两相流问题,由于实际的流体系统总是或多或少的含有其他固体物质,绝对的单相流体几乎不存在,这类包含悬浮颗粒的流体流动广泛出现在自然界和人类文明社会中,例如自然界中的大气中尘埃的沉降、花粉在空气中的传播、河流中泥沙的沉积、工业中电厂流化床炉中煤粉颗粒的运动、工业废水中杂质的过滤、工业废气的除尘系统等等,由此看来研究对这类问题有着重要意义。悬浮颗粒在流体中的运动是流体和颗粒相互作用的一个复杂过程,流体的流动状态对颗粒运动有强烈影响,同时颗粒也对周围流体的流动产生作用,要研究这类流固两相流,必须从微观作用机理入手,从本质上探索和理解流固两相流中出现的各种复杂现象。

在实验方法中,通常使用 PIV 和 PDA 等仪器对悬浮颗粒流进行研究,可以得到颗粒在流体中的速度、轨迹以及区域内速度场等信息,但其测量的精度受粒子跟随性影响,也无法获得颗粒间相互作用力,更不能测量在热对流条件下颗粒与流体间的传热传质等细节信息,因此在实验方法中很难通过宏观统计量深入研究热对流条件下的悬浮颗粒流问题。

20 世纪以来,伴随着计算机技术的迅速发展,计算流体力学(Computational Fluid Dynamics, CFD)在流动问题上的研究也起着越来越重要的作用。与实验方法相比,CFD 的优势在于其价格的低廉、可获得比较丰富流场信息、方便模拟不同边界条件等,通过获取流体与颗粒的相互作用力等细节信息,可以更加深入的研究流固两相流问题,能够更深刻的理解两相流的物理本质,因此在近年来 CFD 技术快速进步,并在流固两相流问题的研究中起着越来越重要的作用。但是,随着研究的深入,CFD 技术也显现出不少缺陷,有限元算法中的任意拉格朗日欧拉耦合(Arbitrary Lagrangian-Eulerian, ALE)算法^[1-3]需要频繁的网格重构和投影,增加了巨大的计算量;拉格朗日乘数分布基础上的虚拟域算法(Distributed-Lagrange-Multiplier-based fictitious-domain method, DLM)^[4]虽然减少了网格重构,但仍然无法解决边界处理的复杂性难题。因此,传统的 CFD 技术普遍存在着无法避免的缺陷,比如编程困难、计算量大、算法复杂、边界处理复杂等等,因此难以解决复杂流场中多个颗粒运动的问题,也不便于研究热对流条件

下的颗粒运动问题。

LBM 作为一种新型计算流体力学方法,自诞生之日起就由于它的边界处理简单、计算量小、天然并行等优势受到广泛关注,国家自然科学基金委员会力学—自然科学在学科发展战略调研报告中就曾提到:“研究多相流问题,LB 方法可以对某些流动图案或机制做出定性的说明,随着计算机技术和并行算法的飞速发展,用这个方法进行定量计算的日子不会太遥远。”在几十年的发展中,LBM 被成功的用来模拟流固两相流问题^[5-6],近年来使用 LBM 对温度场的处理也日渐成熟^[7],LBM 已成为研究颗粒悬浮流问题的一个有效工具。

1.2 格子 Boltzmann 方法在颗粒悬浮流中的应用

在格子 Boltzmann 方法中,按照颗粒的处理方法的不同可以将流固两相流问题的解决方法分为点源颗粒方法和有限体积方法。点源颗粒方法是将颗粒看作一个质点,忽略颗粒的大小和形状,用一些经验表达式来描述颗粒与流体之间的相互作用,并用拉格朗日方法跟踪每个颗粒的位置和速度。有限体积法则同时考虑了颗粒的大小和形状,并对其运动和转动都进行计算,通过流体在颗粒边界的无滑移边界条件来实现颗粒—流体之间的相互作用力。LBM 方法也是按照点源法和有限体积法这两种方法用来对流固两相流进行计算。

根据颗粒—流体之间的相互作用的处理方式的不同,点源法又可以分为单相耦合和双相耦合方法:单相耦合方法只计算流体对颗粒的作用而忽略颗粒对流体的作用,这种方法大多用于稀疏流固两相流;双相耦合方法则既考虑流体对颗粒的作用也考虑颗粒对流体的影响,与实际物理情况更接近。1997 年,Filippova 和 Hänel 首先使用格子 Boltzmann 方程(Lattice Boltzmann Equation, LBE)和拉格朗日跟踪方法模拟了过滤器中的颗粒沉积过程^[8]。在其模拟中只计算了流体对颗粒的作用力,忽略了颗粒对流体作用力的影响,同时颗粒在过滤器上的沉积也会改变流场的边界形状,从而影响流体的流动。2007 年,Lantermann 和 Hänel 进一步考虑了范氏力、静电力和布朗力对颗粒的作用,对过滤器中颗粒的运动和沉积过程进行了更深入的研究^[9]。上述方法中没有考虑颗粒运动对流体的影响,属于单向耦合方法。陈胜等人提出了基于双向耦合的拉格朗日跟踪方法,将流体对颗粒的作用力加入 LBE 中^[10],显然双向耦合方法更符合流固两相流动的真实物理过程。LBE 与拉格朗日跟踪相结合的方法中颗粒运动轨迹是连续的,颗粒的位置一般不在格点上,Masselot 和 Chopard 提出了一种描述被动颗粒的格子气自动机方法,并与描述流体运动的 LBE 耦合起来构造了一类描述流固两相流动的 LBE-LGA 方法^[11],并使

华中科技大学硕士学位论文

用该方法研究了风对雪粒堆积过程及表面形态的影响。在这种方法中,颗粒与流体粒子都是在网格上进行运动,颗粒的力学行为包含迁移、沉降、侵蚀等过程。许多学者都用这种方法对流固两相流动进行了模拟,比如 Dupuis 和 Chapord 就曾经对水下管道下侧所受到的冲蚀过程及形态^[12]进行过研究。

相比于点源方法,有限体积法可以考察到颗粒周围的流动细节,准确的计算出流体与颗粒间的相互作用力,可以用于流固两相流的机理研究,有限体积法的关键在于流固两相边界的处理。1994 年, Ladd 首先提出了一种有限体积颗粒的 LBE 方法^[5,6]。在该方法中,流体的流动通过 LBE 来进行描述,把颗粒看成流体中的运动物体,其大小和形状都使用 LBM 的格子来描述,颗粒内部的格点也被流体粒子占据,颗粒内外的液体有相同的密度,但黏性与外部流体不同,固体颗粒实际上是用一个壳表示的。在颗粒运动过程中,内部和外部的流体不受边界的影响,可以穿越颗粒边界。这种处理方法的优势在于流体质量和动量局部守恒,无需对穿越边界的流体粒子做特别处理。但是,这种方法也会引入一些误差,可以通过增大内部流体的黏性来减小内部流体对外部流动的影响。Ladd 的方法可以对动、静边界进行统一处理,但要求固流两相密度比 $\rho_s / \rho_f > 1$, 具有一定的限制, Aidun 等人提出不使用颗粒内部流体的方法^[13, 14], 其密度比适用范围大于 Ladd 的方法,但是在颗粒运动过程中,一些原先被颗粒覆盖的固体格点会在新时刻变为流体格点,需要对这些格点上的分布函数、密度和速度做近似处理;同时原先被流体覆盖的格点在新时刻被固体格点覆盖,该格点携带的质量和动量则会消失,从而使得质量不局部守恒。

前述的各种 LBE 方法中,颗粒都是用离散边界近似,本身存在一定的误差,近年来一些学者将处理曲面边界的方法引入到流固两相流中,提出了精确度更高的表示颗粒的方法。Inamuro 等人用包围颗粒的格点表示颗粒表面,使用反滑移动力学边界条件确定相应的分布函数,然后用一个光滑的曲面逼近这些离散格点,使用积分计算颗粒受力情况^[15]。Lallemant 和 Luo 则将曲边界插值方法用于运动颗粒的边界处理^[16]。但是,虽然这些方法相对精确,但是由于边界处理比较复杂,计算量也较大,目前还仅限于少量颗粒的问题。

1998 年, Noble 等人提出了处理流固两相边界的亚网格方法^[17],通过引入体积分数来精确的刻画颗粒的边界,随后 Cook 等人使用该方法模拟了颗粒悬浮流问题^[18,19]。总之,经过多年的发展, LBM 已被众多学者成功的应用于解决流固两相流问题。但是,在非等温条件下的颗

粒悬浮流问题，LBM 的应用较少，还有待进一步探讨和研究。

1.3 热对流条件下颗粒悬浮流的研究现状

在对流固两相流的研究中，大部分都针对颗粒与流体的温度相等的情况，未考虑温度对颗粒运动及流场的影响，但是在现实生活和生产过程中，绝对等温的条件几乎不存在，温差的存在会使流场产生热对流，从而影响流体流动和颗粒的运动情况。随着研究的深入，温度场对流场的影响将会更加受到重视。

实验方法中的 PIV、PDA 不能测量温度差所产生的传热效应，因此难以解决热对流条件下的颗粒悬浮流问题。近年来，越来越多的学者尝试使用数值方法来研究该问题。2003 年，Gan^[20, 21]等人研究了单个颗粒在不同温度的流体中的运动情况，发现存在热对流时颗粒的运动规律与等温条件下有着明显不同，热对流对颗粒的沉降速度和运动轨迹均有很大影响，他们也对双颗粒的沉降进行了简单的研究。2006 年，Yu^[22]等人用 DLM 方法验证了 Gan 的结果，进一步研究了单颗粒温度随时间变化时的运动情况。随后，Feng^[23, 24]等人模拟了多颗粒在热对流条件下的沉降。2009 年，刘汉涛^[25]等人模拟了颗粒与流体等温条件下的单颗粒沉降、在热流体和冷流体中的单颗粒沉降、考虑热对流和溶解的单颗粒沉降；2010 年刘^[26]等人又用任意拉格朗日-欧拉算法模拟了热对流条件下双颗粒的沉降，结果发现两冷颗粒在热对流中总保持分散的工况，即两颗粒不是作为整体运动，拖曳、接触、翻滚(Drafting, Kissing and Tumbling, DKT)现象比等温下更明显；而两热颗粒未发生 DKT 现象，而是作为一个整体的工况运动，原因在于在热流体中颗粒尾部形成了涡的脱落，在冷流体中颗粒尾部形成了羽流。

目前为止，LBM 应用最成功的领域仍然是等温流动，许多学者一直在寻找能够反映热流动基本特征、算法结构简单、稳定性好和计算精度高的 LBM 模型。一般来说，热流动的 LBM 模型可分为多速模型、双分布模型和混合模型。多速模型由于其数值稳定性较差而限制了该方法的使用；双分布函数(Double-Distribution-Function, DDF)模型具有良好的数值稳定性，格子结构较简单，并且模拟的温度范围较大；混合模型与双分布模型相似，单独处理能量方程，只不过是使用差分方法求解。近年来也有少数学者使用 LBM 对热对流条件下的颗粒悬浮流进行研究。Mandujano 等^[7]使用双分布热格子 Boltzmann 方法模拟流体，颗粒与流体边界使用 Guo 等^[27]提出的非平衡态外推方法，他们分析了 Gr 数对单个热颗粒的沉降的影响，并给出热颗粒沉降速度为零时的临界 Gr 数。Kang 等^[28]把双分布方法与浸润边界法(Immersed Boundary, IB)

相结合验证了 Gan 等人的结果。目前,使用 LBM 来对热对流条件下的流固两相流问题的研究还较少,还仅限于对模型的验证,还未涉及到对流场和温度场相互作用本质的分析研究。

1.4 本文研究的目的及内容

鉴于流固两相流问题在人类工业生产和自然现象中所体现出的重要性以及目前研究内容的局限性和不完整性,我们在前人探索这类问题的现有成果的基础上对热对流条件下的颗粒悬浮流进行细致研究,从 LBM 数值模拟的角度为颗粒悬浮流问题提供理论和数据上的参考和依据,重点研究热对流条件下的颗粒悬浮流问题,为进一步的研究打下一定的基础。

本文的研究内容包括以下几个方面:

- 1) 对 LBM 中的流固两相耦合方法进行探讨,确定本文所使用的方法,从理论上先分析使用 LBM 实现非等温条件下的流固两相流问题的可行性,并确定精度足够的方法。
- 2) 研究等温条件下的颗粒沉降问题,从数据上对流固两相耦合方法的正确性进行验证,包括单个圆颗粒、单个椭圆颗粒以及双圆颗粒在牛顿流体中的沉降,并比较几种方法的优缺点。
- 3) 研究热对流条件下的颗粒悬浮流问题,首先模拟单个冷颗粒、热颗粒在流体中的沉降过程,验证模型的正确性,然后研究单个冷椭圆颗粒、热椭圆颗粒在流体中的沉降,考察颗粒运动的影响因素,最后研究热对流条件下中性颗粒在管道流中的运动过程并总结其运动规律。
- 4) 在总结热对流条件下单颗粒悬浮流的规律的的基础上,进一步研究两个温度相同的冷、热颗粒以及两个温度不同的颗粒在不同雷诺数时的沉降过程,分析双颗粒沉降的方式与雷诺数以及格拉晓夫数的关系。

2 格子 Boltzmann 方法及流固两相耦合方法

2.1 格子 Boltzmann 方法

格子 Boltzmann 方法(LBM)历史上源于上世纪七十年代提出并发展的格子气自动机(Lattice Gas Automata, LGA)方法, 从这一角度可以把 LBM 视为描述流体运动的一个物理模型; 从另一方面来看, LBM 也可以视为求解连续 Boltzmann 方程的一个离散格式, 因此从这一角度 LBM 又是一类介观数值方法。

对于一个流体系统, 理论上我们可以使用微观分子动力学、介观动理学模型或宏观连续守恒方程来进行描述。但是, 对于某些情况这些方法都难以解决。比如在包含复杂界面动力学的多相流系统中, 由于界面附近的状态方程形式难以确定, 复杂界面变化和运动也难以追踪, 用 Navier-Stokes 方程进行描述和求解会有很大困难; 多孔介质中的流体的流动, 由于孔隙大小、走向、分布极端复杂, 求解 N-S 方程时很难处理这些复杂的边界; 甚至某些微尺度流动根本不存在宏观连续方程, 也就无法进行方程的数值求解。对于这类复杂流动, 可以从微观或介观角度构建恰当的简化模型, 使流体系统在微观或介观尺度上保持质量和动量守恒, 那么流体的宏观流动作为流体分子微观运动的统计平均结果也将保持质量和动量守恒, LGA 就是基于这种思想而构建的。在 LGA 中, 流体视为大量离散粒子微团, 这些粒子驻留于规则的格子上, 按一定规则在格子上进行碰撞和迁移。也就是说, 把流体离散为大量粒子, 流场离散为规则的格子, 时间根据时间步长离散为时间序列, 粒子只能沿网格线运动, 且一个时间长只能从一个格点移动到最近的相邻格点, 粒子速度也为一个有限的离散速度集合。20 世纪七十年代, 三位法国科学家 Hardy、de Pazzis 和 Pomeau 提出了第一个 LGA 模型^[29, 30], 该模型以正方形格子为基础, 状态演化分两个阶段, 首先是碰撞过程: 每个格点上具有不同速度的粒子相遇并发生碰撞, 粒子速度发生改变, 然后是迁移过程: 碰撞后的粒子以新的速度运动到相邻格点。并且设定碰撞规则, 使流体粒子在微观上满足质量和动量守恒。但该模型由于格子没有足够的对称性而不满足 N-S 方程。1986 年, 几位科学家分别提出了具有更好对称性的六边形格子的模型, 该模型的宏观方程对时间尺度重新标度后可以得到标准的不可压 N-S 方程。

LGA 作为一种新的流体模型和计算方法, 仍然存在着统计噪声、碰撞算子的指数复杂性以及不满足伽利略不变性等缺陷。LBM 正是为克服 LGA 的不足而发展起来的, 用粒子分布函数代替粒子本身进行演化, 演化方程直接采用格子 Boltzmann 方程, 并根据分布函数直接计算

流体的密度和速度，消除了统计噪声，使用 Boltzmann 分布代替 Fermi-Dirac 分布使伽利略不变性得到满足。McNamara 和 Zanetti 在 1988 年提出直接使用平均粒子数或粒子分布函数代替布尔变量进行演化^[31]，即直接按照格子 Boltzmann 方程计算粒子分布函数。与 LGA 方法类似，LBE 的计算也可分为两个步骤：

碰撞

$$f'_i(\mathbf{x}, t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega(f(\mathbf{x}, t)) \quad (2.1)$$

迁移

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f'_i(\mathbf{x}, t) \quad (2.2)$$

$f(\mathbf{x}, t)$ 代表 t 时刻位于 $\mathbf{x}$ 点的粒子分布函数， $f'_i(\mathbf{x}, t)$ 表示碰撞后的分布函数， $\Omega(f(\mathbf{x}, t))$ 是碰撞算子， $\mathbf{c}_i = c\mathbf{e}_i$ ， $\mathbf{e}_i$ 表示沿 i 方向的单位速度矢量， $c = \Delta x / \Delta t$ 表示格子速度， Δx 和 Δt 分别为格子步长和时间步长。可以看出，碰撞步的计算完全是局部性的，而迁移步只与相邻格点相关，因此 LBM 具有良限的计算局部性，非常适合做并行计算。但是，这个最早的模型采用的碰撞算子仍然具有指数复杂性，也未克服 LGA 的其他缺点。随后，Higuera 和 Jimenez 证明了碰撞算子可以用一个线性算子近似，其方法是假设分布函数距离其平衡态分布函数 f_i^{eq} 的部分为 f_i^{neq} ，即

$$f_i = f_i^{eq} + f_i^{neq} \quad (2.3)$$

通过对平衡态分布函数按速度展开，可以得到一个拟线性化的碰撞算子

$$\Omega(f) = \kappa_{ij}(f_j - f_j^{eq}) \quad (2.4)$$

其中 κ 称为线性化碰撞矩阵。该模型极大的降低了计算的复杂性，但是由于碰撞项来源于 LGA 的碰撞规则，平衡态分布函数本质上源于 Fermi-Dirac 分布，这使它的适用范围受到限制。在此之后，Higuera、Succi 和 Benzi 构造了一种新的 LBE 模型(HSB 模型)^[32]，该模型的碰撞矩阵不再依赖 LGA 的碰撞规则，而是参数可调的矩阵，如果 κ 的元素选取合理，就可以得到正确的宏观流动方程。1991 年前后，几个不同的研究小组各自独立的提出了一种单松弛模型(LBGK 模型)^[33,34]，碰撞矩阵 $\kappa_{ij} = -\delta_{ji} / \tau$ ，其中 τ 是无量纲松弛时间，该模型的碰撞算子特别简单，可表示为

$$\Omega(f) = -\frac{1}{\tau} [f_i - f_i^{eq}] \quad (2.5)$$

其中 f_i^{eq} 是一个待确定的平衡态分布函数，该模型大大提高了计算效率，并且只要选择适当的平衡态分布函数，就可从该模型导出正确的 N-S 方程，由于 LBGK 模型的简单有效，目前成

为应用最广泛的 LBE 模型,其中由 Qian 等人提出的 DnQb 模型最有代表性^[35],n 是空间维数, b 是离散速度数。在 DnQb 模型中,平衡态分布函数可统一表示为

$$f_i^{eq} = \omega_i \rho \left[1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u})^2}{2c_s^2} - \frac{u^2}{2c_s^2} \right] \quad (2.6)$$

其中 ω_i 为权系数, $c_s = \sqrt{RT}$ 与声速有关,这两个参数是决定 LBGK 模型的关键参数,依赖于所使用的格子模型。本文将采用 2 维 9 速度模型,即 D2Q9 模型,其参数为

$$\omega_i = \begin{cases} 4/9, & i=0 \\ 1/9, & i=1,2,3,4 \\ 1/9, & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (2.7)$$

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3}} \quad (2.8)$$

$$\mathbf{e}_i = \begin{cases} 0, & i=0 \\ c \left(\cos \left[\frac{(i-1)\pi}{2} \right], \sin \left[\frac{(i-1)\pi}{2} \right] \right), & i=1,2,3,4 \\ \sqrt{2}c \left(\cos \left[\frac{(i-1)\pi}{2} \right], \sin \left[\frac{(i-1)\pi}{2} \right] \right), & i=5,6,7,8 \end{cases} \quad (2.9)$$

对于 DnQb 模型,其平衡态分布函数都具有如下特性:

$$\sum_i f_i^{eq} = \rho, \sum_i \mathbf{c}_i f_i^{eq} = \rho \mathbf{u} \quad (2.10)$$

为了分析 LBGK 模型相对应的宏观流动方程,可以采用与动理学理论 Chapman-Enskog 展开方法类似的多尺度分析方法。首先引入两个时间尺度 $t_0 = \varepsilon t$ 和 $t_1 = \varepsilon^2 t$ 以及空间尺度 $\mathbf{x}_0 = \varepsilon \mathbf{x}$, 并对时间导数、空间导数和分布函数展开如下

$$\partial_t = \varepsilon \partial_{t_0} + \varepsilon^2 \partial_{t_1}, \partial_\alpha = \varepsilon \partial_{\alpha_0}, f_i = f_i^0 + \varepsilon f_i^1 + \varepsilon^2 f_i^2 + \dots \quad (2.11)$$

这里的 ε 是展开参数,与 Knudsen 数有相同量级, $\partial_\alpha = \nabla_\alpha$ 是空间导数。LBGK 模型的方程如下

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) - f_i(\mathbf{x}, t) = -\frac{1}{\tau} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (2.12)$$

对方程左端进行 Taylor 展开并略去 $o(\Delta^2 t)$ 项,得到

$$D_i f_i + \frac{\Delta t}{2} D_i^2 f_i = -\frac{1}{\tau} (f_i - f_i^{eq}) \quad (2.13)$$

将 2.11 式代入上式,对比各阶系数得到

$$\varepsilon^0 : f_i^0 = f_i^{eq} \quad (2.14)$$

$$\varepsilon^1 : D_{0i} f_i^0 = -\frac{1}{\tau} f_i^1 \quad (2.15)$$

$$\varepsilon^2 : \partial_{t1} f_i^0 + (1 - \frac{1}{2\tau}) D_{0i} f_i^1 = -\frac{1}{\tau} f_i^2 \quad (2.16)$$

由平衡态分布函数和宏观密度、速度的定义可知

$$\sum_i f_i^k = 0, \sum_i c_i f_i^k = 0, k > 0 \quad (2.17)$$

对 2.15 式求零阶和一阶速度矩，结合平衡态分布特点，可得 t_0 尺度上的宏观方程

$$\partial_{t_0} \rho + \nabla_0 \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.18)$$

$$\partial_{t_0} (\rho \mathbf{u}) + \nabla_0 \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\partial_{\alpha 0} p \quad (2.19)$$

其中 $p = c_s^2 \rho$ ，上式正是等温流动的 Euler 方程，对 2.16 式求零阶和一阶速度矩可得 t_1 尺度上的宏观方程

$$\partial_{t_1} \rho = 0 \quad (2.20)$$

$$\partial_{t_1} (\rho \mathbf{u}) + \nabla_0 \cdot \pi^1 = 0 \quad (2.21)$$

其中

$$\pi^1 = (1 - \frac{1}{2\tau}) \sum_i c_i c_i f_i^1 \quad (2.22)$$

$$-\frac{1}{\tau} \sum_i c_{i\alpha} c_{i\beta} f_i^1 = c_s^2 [\partial_{0\alpha} u_\beta + \partial_{0\beta} u_\alpha + o(Ma^3)] \quad (2.23)$$

式中马赫数 $Ma = u / c_s$ ，对于 $Ma \ll 1$ 的低马赫数流动，可以忽略该项，因此

$$\pi_{\alpha\beta}^1 = \nu [\partial_{0\alpha} u_\beta + \partial_{0\beta} u_\alpha] \quad (2.24)$$

其中 ν 为黏性系数

$$\nu = c_s^2 (\tau - \frac{1}{2}) \Delta t \quad (2.25)$$

根据两个尺度上的方程，即可得到 LBGK 的宏观方程

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \quad (2.26)$$

$$\frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\rho \nu (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T] \quad (2.27)$$

如果流体的密度变化不大，则上述方程就是标准的不可压 N-S 方程，在推导上述过程中，我们都假设了流动马赫数 Ma 充分小，即 LBGK 模型的上述结果仅限于低马赫数流动，通过将数值黏性吸收到物理黏性中，一阶精度的 LBGK 方程实际上具有二阶精度。

LBM 的演变通过碰撞和迁移两个过程对流体流动进行描述，可以使用简单的程序来实现。一般来说，LBM 的程序结构大多采用碰撞—迁移结构，其计算的流程如下：

- 1) 对流体系统进行初始化，即定义 $u(\mathbf{x}, 0), \rho(\mathbf{x}, 0), f_i(\mathbf{x}, 0), (i = 1, 2, \dots, b)$

2) 在 t 时刻执行碰撞过程，即

$$f'_i(\mathbf{x}, t) = f_i(\mathbf{x}, t) + \Omega_i(\mathbf{x}, t), (i = 1, 2, \dots, b)$$

3) 在 $t + \Delta t$ 时刻执行迁移过程，即

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{c}_i \Delta t, t + \Delta t) = f'_i(\mathbf{x}, t), (i = 1, 2, \dots, b)$$

4) 统计宏观量

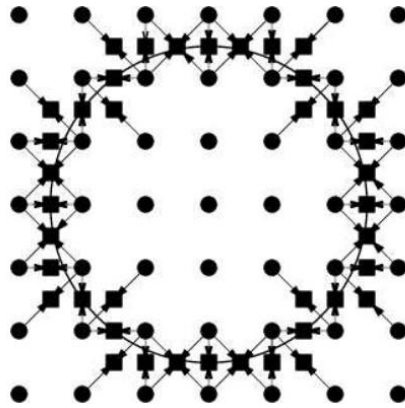
$$\rho(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \sum_i f_i(\mathbf{x}, t + \Delta t)$$

$$\rho \mathbf{u}(\mathbf{x}, t + \Delta t) = \sum_i \mathbf{c}_i f_i(\mathbf{x}, t + \Delta t)$$

5) 重复 2-4 步骤直到达到程序终止的条件。

2.2 流固两相边界处理的格子 Boltzmann 方法

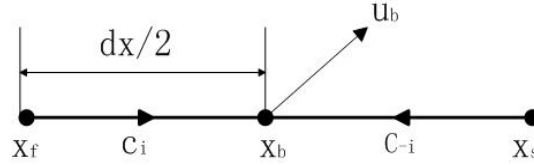
在数值方法中，边界条件的处理是非常重要的，对于 LBM 也是如此，边界处理的不同实现方法将直接影响计算精度、数值稳定性和计算的效率。对于颗粒悬浮流问题，由于颗粒的形状由曲边构成，颗粒—流体的边界也就非平直边界，处理起来较为复杂，两相边界的处理是解决颗粒悬浮流问题的关键。曲面边界的处理方法主要有反弹格式、虚拟平衡态格式、插值格式以及曲面非平衡态外推格式，而应用最为广泛的则是 Ladd 提出的基于有限体积颗粒方法和 Guo 等人提出的曲面非平衡态外推方法。



2.2.1 流固两相边界示意图

如图 2.2.1 所示，在 Ladd 的方法中将颗粒的表面定义为流固两相的边界，可以发现边界曲线处于格点之间，格点间的连线会穿过曲边界，内部和外部的流体在沿这些方向运动时会与边界发生碰撞，内外部的作用力使流体对颗粒受到合力作用，在这个过程中，内外部的流体都保持着局动量和质量守恒。在该方法中，流体和固体颗粒的相互作用是通过半步长反弹格式实

现的，颗粒的大小和形状用 LBM 的格子来描述。如图 2.2.2 所示，在边界点 $\mathbf{x}_b$ 处，颗粒内外沿 $\mathbf{c}_i$ 方向的两个相邻格点分别为 $\mathbf{x}_s$ 和 $\mathbf{x}_f = \mathbf{x}_s - \mathbf{c}_i \Delta t$ ，在时刻 t 的碰撞之后，两点的分布函数分别为 $f'_i(\mathbf{x}_s, t)$ 和 $f'_i(\mathbf{x}_f, t)$ ，经过 $\Delta t/2$ 时间后，两个流体粒子运动到边界并进行碰撞



2.2.2 半步长反弹示意图

$$f'_i(\mathbf{x}_b, t + \Delta t/2) = f'_i(\mathbf{x}_s, t) + 2\omega_i \rho \frac{\mathbf{c}_i \mathbf{u}_b}{c_s^2} \quad (2.28)$$

$$f'_i(\mathbf{x}_b, t + \Delta t/2) = f'_i(\mathbf{x}_f, t) + 2\omega_{-i} \rho \frac{\mathbf{c}_{-i} \mathbf{u}_b}{c_s^2} \quad (2.29)$$

再经过 $\Delta t/2$ 后，流体粒子运动到对应的流体格点

$$f'_i(\mathbf{x}_s, t + \Delta t) = f'_i(\mathbf{x}_b, t + \Delta t/2) \quad (2.30)$$

$$f'_i(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = f'_i(\mathbf{x}_b, t + \Delta t/2) \quad (2.31)$$

然后在下一时间步，流体粒子就可以正常流动。在流体粒子与颗粒的碰撞过程中，可以通过动量交换法计算流体对颗粒的作用力和力矩，颗粒受到流体的作用力和力矩可以表示为

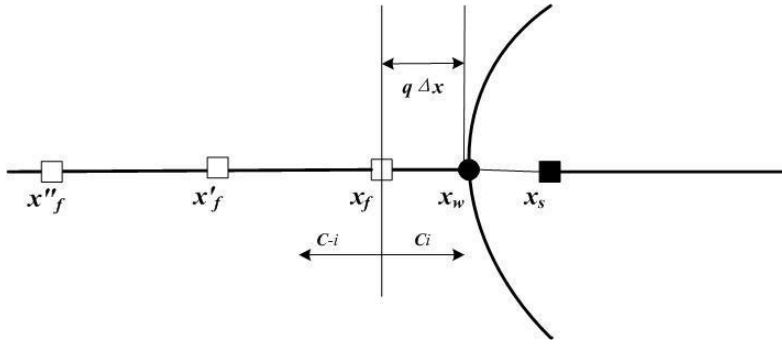
$$\mathbf{F} = \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \sum_w \sum_i [f_{-i}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) + f'_i(\mathbf{x}_f, t) - f'_i(\mathbf{x}_s, t + \Delta t) - f_{-i}(\mathbf{x}_s, t)] \mathbf{c}_i \quad (2.32)$$

$$\mathbf{T} = \frac{\Delta x^2}{\Delta t} \sum_w \sum_i [f_{-i}(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) + f'_i(\mathbf{x}_f, t) - f'_i(\mathbf{x}_s, t + \Delta t) - f_{-i}(\mathbf{x}_s, t)] \times (\mathbf{x}_b - \mathbf{x}_c) \times \mathbf{c}_i \quad (2.33)$$

获得颗粒所受流体的作用力和力矩后，通过求解以下两式计算颗粒的速度和角速度

$$M_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{G}, I_p \frac{d\Omega_p}{dt} = \mathbf{T} \quad (2.34)$$

其中 M_p 和 I_p 分别是颗粒的质量和转动惯量， $\mathbf{u}_p$ 和 Ω_p 分别为颗粒的速度和角速度， $\mathbf{G}$ 是颗粒的重力与浮力的和，若颗粒密度大于流体密度，则 $\mathbf{G}$ 的方向向下，若颗粒密度小于流体密度，则 $\mathbf{G}$ 的方向向上。



2.2.3 非平衡态外推示意图

我们知道，在处理平直边界时，我们可以采用非平衡态外推法，Guo 等人指出该方法也可以推广到曲面边界的处理^[36]。如图 2.2.3 所示，在该方法中，为了执行 $\mathbf{x}_s$ 处在时刻 t 时的碰撞，必须首先确定 $f_{-i}(\mathbf{x}_s, t)$ ，而 $f_{-i}(\mathbf{x}_s, t)$ 可以分解成两部分，即平衡态部分和非平衡态部分

$$f_{-i}(\mathbf{x}_s, t) = f_{-i}^{eq}(\mathbf{x}_s, t) + f_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_s, t) \quad (2.35)$$

对两部分分开处理，平衡态部分通过一个虚拟的平衡态分布函数来近似

$$f_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_s, t) \approx f_{-i}^*(\mathbf{x}_s, t) \equiv \rho(\mathbf{x}_f, t) \left[1 + \frac{\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}_s}{c_s^2} + \frac{(\mathbf{c}_i \cdot \mathbf{u}_s)^2}{2c_s^4} - \frac{u_s^2}{2c_s^2} \right] \quad (2.36)$$

其中 $\mathbf{u}_s$ 通过下式计算

$$\mathbf{u}_s = \begin{cases} \mathbf{u}_{s1}, & q \geq 0.75 \\ q\mathbf{u}_{s1} + (1-q)\mathbf{u}_{s2}, & q < 0.75 \end{cases} \quad (2.37)$$

$$\mathbf{u}_{s1} = [\mathbf{u}_w + (q-1)\mathbf{u}(\mathbf{x}_f, t)] / q \quad (2.38)$$

$$\mathbf{u}_{s2} = [2\mathbf{u}_w + (q-1)\mathbf{u}(\mathbf{x}_f', t)] / (1+q) \quad (2.39)$$

而非平衡态部分则由下式给出

$$f_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_s, t) = \begin{cases} f_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_f, t), & q \geq 0.75 \\ qf_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_f, t) + (1-q)f_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_f', t), & q < 0.75 \end{cases} \quad (2.40)$$

在求出 $f_{-i}(\mathbf{x}_s, t)$ 后，我们就可以在 $\mathbf{x}_s$ 处执行碰撞步

$$f_{-i}'(\mathbf{x}_s, t) = f_{-i}(\mathbf{x}_s, t) - \frac{1}{\tau} f_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_s, t) = f_{-i}^*(\mathbf{x}_s, t) + \frac{\tau-1}{\tau} f_{-i}^{ne}(\mathbf{x}_s, t) \quad (2.41)$$

得到 $\mathbf{x}_s$ 处碰撞后的分布函数 $f_{-i}'(\mathbf{x}_s, t)$ 后，就可以在所有流体格点执行迁移步了，流体与颗粒的相互作用力则通过动量交换法实现^[37]。颗粒边界碰撞后弹出的流体粒子动量与碰向边界的流体粒子动量之差，就是流体粒子的动量变化，由动量守恒定理可知颗粒受到的动量则大小相等方向相反，将所有壁面格点的动量变化求和可得颗粒受到流体的作用力为：

$$F = -\frac{\Delta x}{\Delta t} \sum_{x_w} c_i \left[f'_i(\mathbf{x}_s, t) + f'_i(\mathbf{x}_f, t) \right] \quad (2.42)$$

然后通过 2.34 式计算颗粒的运动。

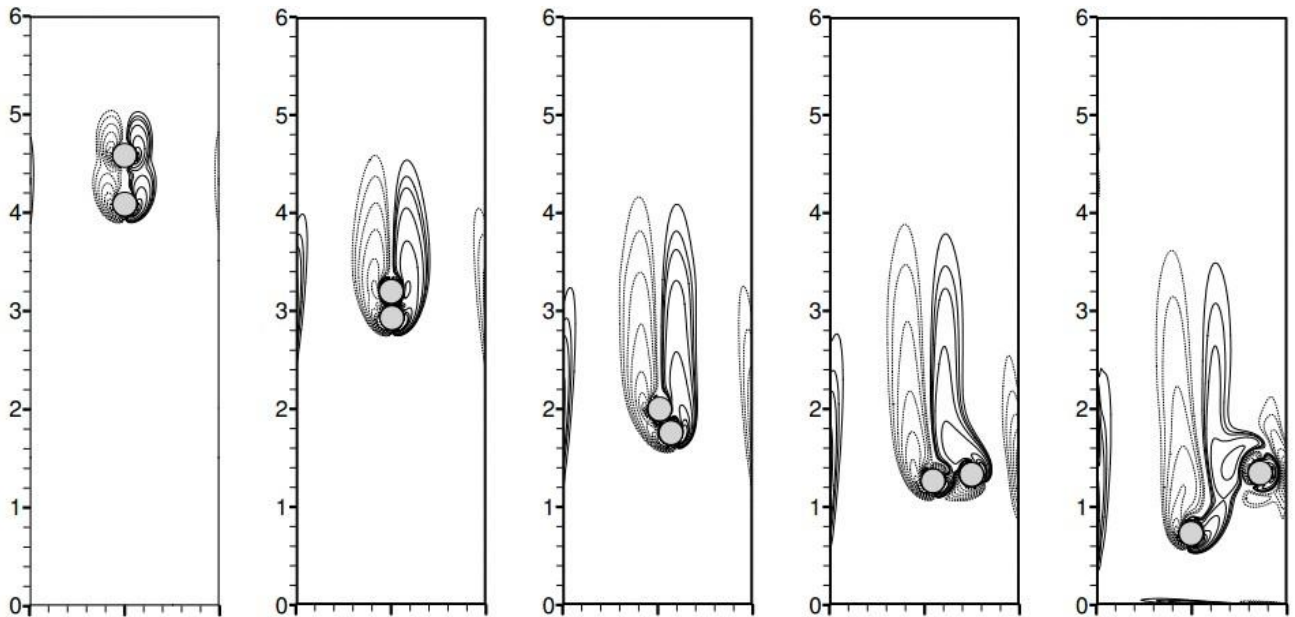
3 等温条件下的颗粒沉降

对于等温条件下的颗粒沉降，许多学者都从不同角度进行过研究^[38,39,40,41,42]，并从中发现不少有趣的现象，如单个圆颗粒在管道中最终总沿中心线沉降，椭圆颗粒在不同直径的管道中最终沉降的方式也不同，如图 3.1 所示，双颗粒在一定距离内会发生周期性的 DKT 现象^[40]。本单中，我们将使用 LBM 中几种不同的流固两相边界处理方法，即 Cook 的 immersed boundary 方法、Guo 的非平衡态外推法和 Ladd 的方法对单颗粒和双颗粒的沉降进行模拟，观察现象了

解其中原理，并比较几种方法的优缺点。在等温条件下，颗粒所受的作用力 $M_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{G}$ ，

$\mathbf{F}$ 为流体对颗粒的作用力， $\mathbf{G}$ 是颗粒的重力与浮力之和，若颗粒密度小于流体密度，则 $\mathbf{G}$ 方向向上，若颗粒密度大于流体密度，则 $\mathbf{G}$ 方向向下；流体粒子的演化对应宏观方程

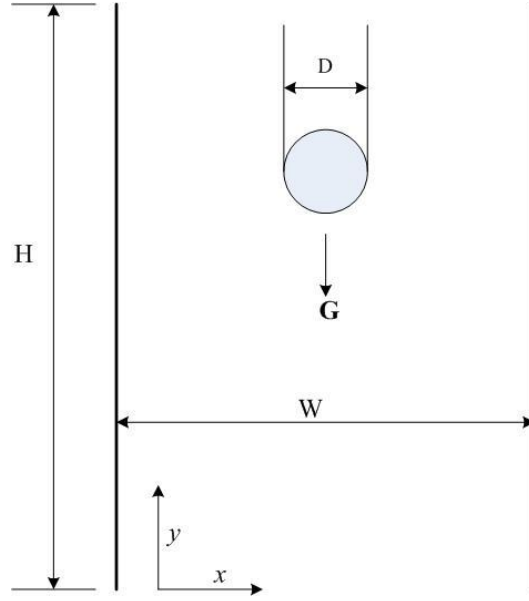
$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \text{ 和 } \frac{\partial \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nabla \cdot [\rho \nu (\nabla \mathbf{u}) + (\nabla \mathbf{u})^T]。$$



3.1 双颗粒的拖曳、接触、翻转(DKT)现象

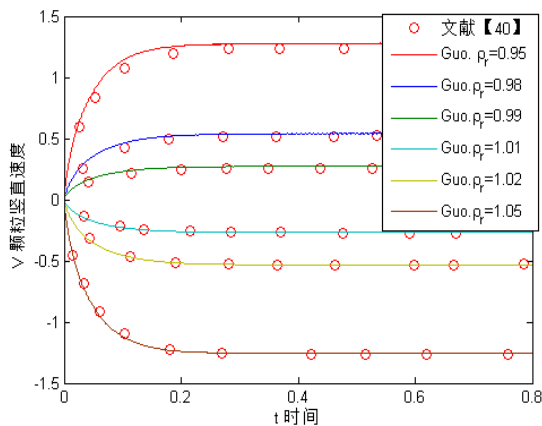
3.1 单个圆颗粒在无限长管道中的沉降

首先我们模拟一个圆形颗粒在无限长的管道中在重力作用下沉降的过程。如图 3.1.1 所示，初始时刻将颗粒放置于管道中心线位置。

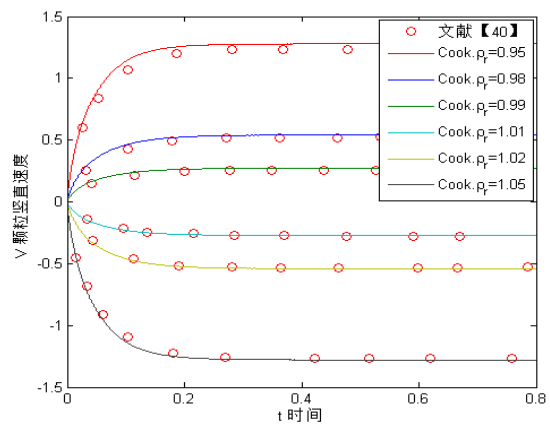


3.1.1 单个圆颗粒在重力作用下在无限长管道中的沉降示意图

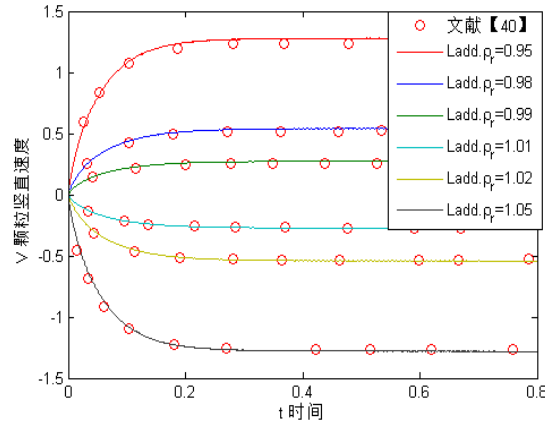
具体条件为, 模拟区域 $W \times H = 1.2\text{cm} \times 6\text{cm}$; 颗粒直径 $D = 0.24\text{cm}$; 流体密度为 $\rho_f = 1.0\text{g/cm}^3$; 松弛时间 $\tau = 0.8$; 格子长度为 $\Delta x = 0.01\text{cm}$; 颗粒初始位置 $(0.6\text{cm}, 3.0\text{cm})$, 并使用动网格技术使颗粒始终保持了在该位置附近。出口边界为静止边界, 即 $u = 0$; 入口边界为充分发展边界, 即 $\frac{\partial u}{\partial y} = 0, \frac{\partial v}{\partial y} = 0$; 左右为静止固壁。对于这一问题, Nie 等人曾使用 LB-DF/FD 方法对不同密度的颗粒($\rho_s = 0.95, 0.98, 0.99, 1.01, 1.02, 1.05$)沉降进行过模拟^[40], 我们将采用三种流固两相耦合方法进行研究。



(a)



(b)



(c)

图 3.1.2 颗粒沉降速度与文献结果的对比。(a)Guo 的方法；(b)Cook 的方法；(c)Ladd 的方法

图 3.1.2 给出了三种处理方法的所得到的颗粒沉降速度的变化，可以看出三种方法的结果总体来说都与文献结果符合的较好。颗粒密度小于流体密度时颗粒由静止开始加速度运动，达到某固定速度后稳定向上运动，而颗粒密度大于流体密度时则以相反方向稳定运动。由于随着速度的增大，颗粒所受流体的阻力增大，最终颗粒所受的阻力与重力大小相等时运动速度就会稳定下来。并且若流固两相密度差相同时，最终沉降速度的绝对值也相同。从图中可以看出 Ladd 的方法与文献中的结果符合的更好，Guo 和 Cook 的方法在 $\rho_f = 0.95$ 的工况下在达到稳定的沉降速度之前会比文献的沉降速度稍大。

3.2 单个圆颗粒在封闭腔中的沉降

为了进一步测试方法的可行性，接下来我们模拟单个圆形颗粒在封闭腔内的沉降。具体模拟工况为，颗粒直径和密度分别为 $D=0.25cm$ ， $\rho=1.25g/cm^3$ ，封闭腔的宽度和高度为 $W=2cm$ 和 $H=6cm$ ，流体的密度和动力黏性分别为 $\rho_f=1.0g/cm^3$ ， $\mu=0.1g/(cm \cdot s)$ ，格子长度和松弛时间为 $\Delta x=0.01cm, \tau=1.1$ 。

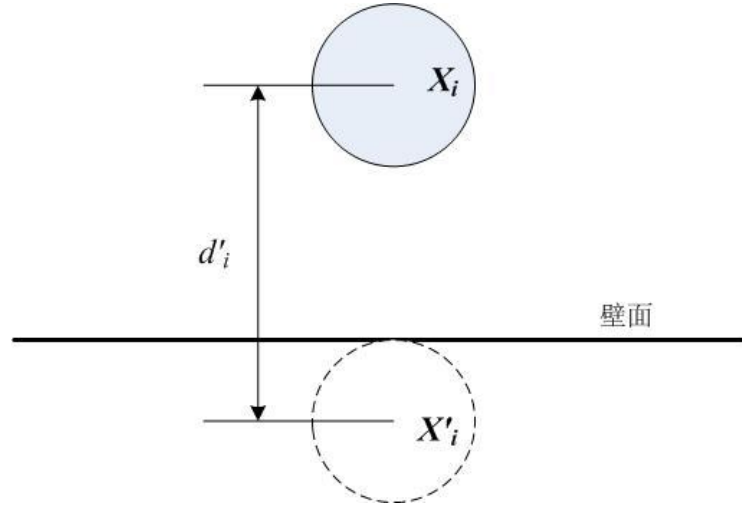


图 3.2.1 计算颗粒与管壁排斥力时的假设颗粒

如图 3.2.1 所示，颗粒在运动到封闭腔的壁面时，会受到壁面碰撞的作用力，我们采用 Wan 等人提出的碰撞作用力模型，颗粒所受壁面的作用力为

$$F_i^w = \begin{cases} 0, d'_i > 2R_i + \xi \\ \frac{1}{\varepsilon'_w} (X_i - X'_i)(2R_i - d'_i), d'_i \leq 2R_i \\ \frac{1}{\varepsilon_w} (X_i - X'_i)(2R_i + \xi - d'_i)^2, 2R_i \leq d'_i \leq 2R_i + \xi \end{cases} \quad (3.1)$$

其中， X_i 为颗粒坐标， X' 为位于壁面外测离颗粒最近的假想颗粒的坐标， $d'_i = |X_i - X'_i|$ ，

$\varepsilon_w = \varepsilon'_w = 5.0e-8$ 。颗粒的沉降雷诺数定义为

$$Re_p = \frac{\rho_p D \sqrt{U_p^2 + V_p^w}}{\mu} \quad (3.2)$$

U_p 和 V_p 分别为颗粒水平和竖直方向的速度。

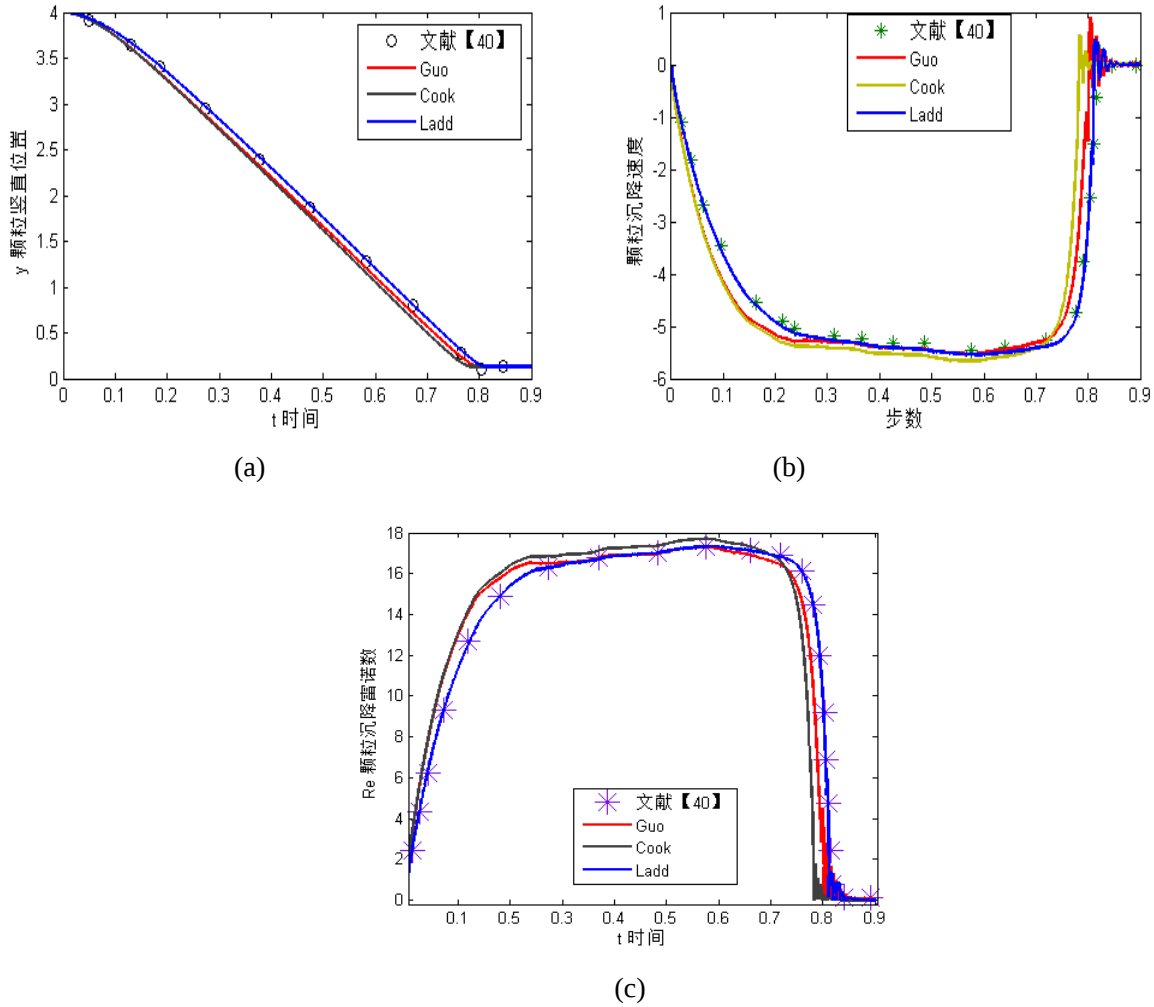


图 3.2.2 三种方法的结果与文献结果的比较。(a)颗粒竖直位置的变化；(b)颗粒沉降速度的变化；(c)颗粒沉降雷诺数的变化。

图 3.2.2 中分别给出了模拟结果中颗粒竖起方向位置的变化、沉降速度的变化和沉降雷诺数的变化。可以看出，三种方法的结果总体上都与文献^[40]的结果符合的较好。在时刻 $t=0.8$ 左右颗粒运动到封闭腔底部，在从 (b) (c) 可以看出颗粒由静止速度不断增大，在接近底部时由于受壁面的作用力而速度急剧减小，最终达到静止。其中 Ladd 的方法在数值上更加符合文献的结果，Guo 和 Cook 的方法会有微小偏差，会稍微提前落入封闭腔底部。

3.3 双颗粒的沉降

上面单颗粒沉降的模拟验证了模型的正确性，接下来我们将研究双颗粒在长管道中的沉降。双颗粒的沉降过程将比单颗粒的沉降更加复杂，现象也更加丰富。在这个问题中，两颗粒如果接触会产生碰撞的作用力，跟单颗粒与壁面的碰撞相似，我们采用下面的模型来反映颗粒间的作用力，以保证在模拟中两颗粒不发生网格重合。

$$F_{i,j} = \begin{cases} 0, d_{i,j} > R_i + R_j + \xi \\ \frac{1}{\varepsilon_p'} (X_i - X_j)(R_i + R_j - d_{i,j}), d_{i,j} \leq R_i + R_j \\ \frac{1}{\varepsilon_p} (X_i - X_j)(R_i + R_j + \xi - d_{i,j})^2, R_i + R_j \leq d_{i,j} \leq R_i + R_j + \varepsilon \end{cases} \quad (3.3)$$

其中 X_i 和 X_j 分别代表两颗粒的圆心坐标， R_i 和 R_j 代表两颗粒的半径， $d_{i,j}$ 表示两颗粒圆心的距离， $\varepsilon_p = \varepsilon_p' = 1.0e-7$ 。该问题的具体条件为：管道的宽度和长度分别为 2cm 和 8cm；流体密度 $\rho_f = 1.0g/cm^3$ ；在 $t=0$ 时刻将颗粒从 $(1.0cm, 7.2cm)$ 和 $(1.0cm, 6.8cm)$ 位置释放，初始时刻位于上方和下方的颗粒分别用 Particle 1 和 Particle 2 表示。两颗粒在重力作用下向下运动，众所周知，两颗粒将相互靠近，发生拖曳、接触、翻滚即 DKT 现象。

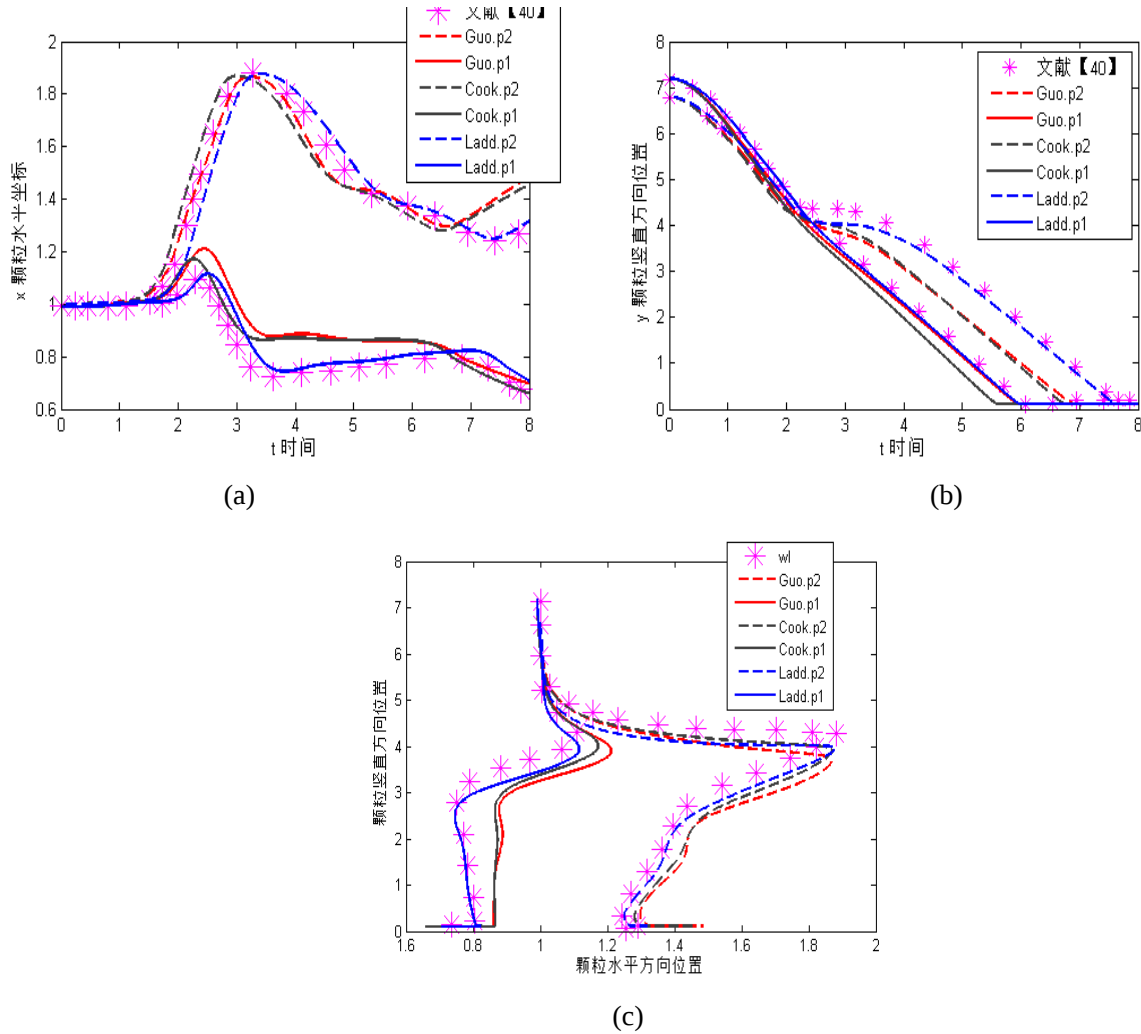


图 3.3.1 三种方法的结果与文献结果的对比。(a)两颗粒水平位置随时间的变化；(b)两颗粒竖直方向位置随时间的变化；(c)两颗粒的沉降轨迹。

在 LBM 的模拟中, 我使用 201×801 的格子, 松弛时间 $\tau = 0.65$, 得出的时间步长 $\Delta t = 5.0e - 4s$ 。图 3.3.1 中分别给了三种方法得出的两颗粒横坐标、纵坐标以及沉降轨迹的变化。从图 (b) 中可以看出, 两颗粒从初始静止状态释放后, Particle 1 随着时间增大而逐渐追上 Particle 2, 这是因为 Particle 2 向下运动时, 其尾部会形成涡脱落, 在涡区域有一个低压区, Particle 1 在此作用下会以较大的速度向下运动, 从而与 Particle 1 在竖直方向上逐步接近, 这就是所谓的“拖曳”过程; 然后两颗粒发生接触; 结合图(a)可以看出, 两颗粒在接触以后, Particle 2 会向管道右测运动, 直到靠近管壁时受到壁面作用又向管道中心移动, 而 Particle 1 则在接触后稍微向右运动, 然后由于两颗粒的斥力而向管道左测运动, 再结合图(b)可以看出, 此时 Particle 2 已处于 Particle 1 的下方, 实际上是完成了“翻滚”过程, 最后 Particle 2 先于 Particle 1 落入封闭腔底部。若在一个长管道中, Particle 2 在沉降到 Particle 1 下方之后, 又由相同的原理再次发生 DKT 过程, 这样就会产生周期性的 DKT 现象。图中的结果显示, Ladd 的方法在整个沉降过程中与文献的结果吻合的较好, 而 Guo 与 Cook 的方法在定性上较为符合, 但是中间的运动过程与文献结果有偏差, 这是因为不同的处理方法在精度上会稍有不同。

3.4 椭圆颗粒在长管道中的沉降

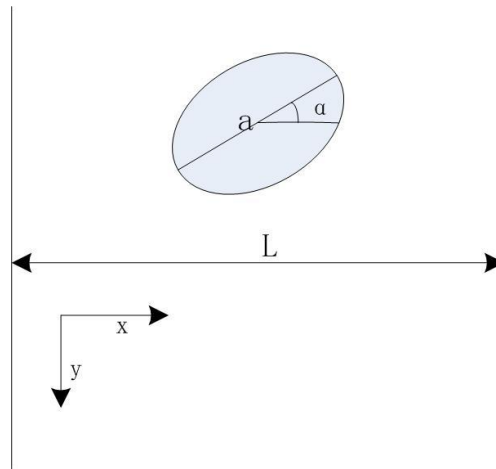


图 3.4.1 椭圆颗粒在长管道中沉降的示意图

与圆形颗粒不同的是, 椭圆颗粒的沉降不具有完全对称性, 因此椭圆颗粒在黏性流体中的沉降比圆形颗粒更加丰富多彩。在圆形颗粒的沉降中, 其自转角度无法从流场中观察, 所受流体阻力与转动角无关; 而对于椭圆颗粒, 转动角度将直接影响其在流场中的位置以及所受流体阻力的大小, 因此椭圆颗粒的沉降既要考察沉降速度, 而且要考察其角度转动情况。如图 3.4.1 所示, 采用以下的条件进行模拟: 流体的黏性系数 $\nu = 0.01 \text{ cm}^2 / \text{s}$, 椭圆长短轴为

$a=0.1\text{cm}, b=0.05\text{cm}$ ，每厘米使用 260 个格子，管道宽度 $L/a=4$ ，松弛时间 $\tau=0.6$ ，初始时刻椭圆长轴与水平线的角度为 $\alpha=\pi/4$

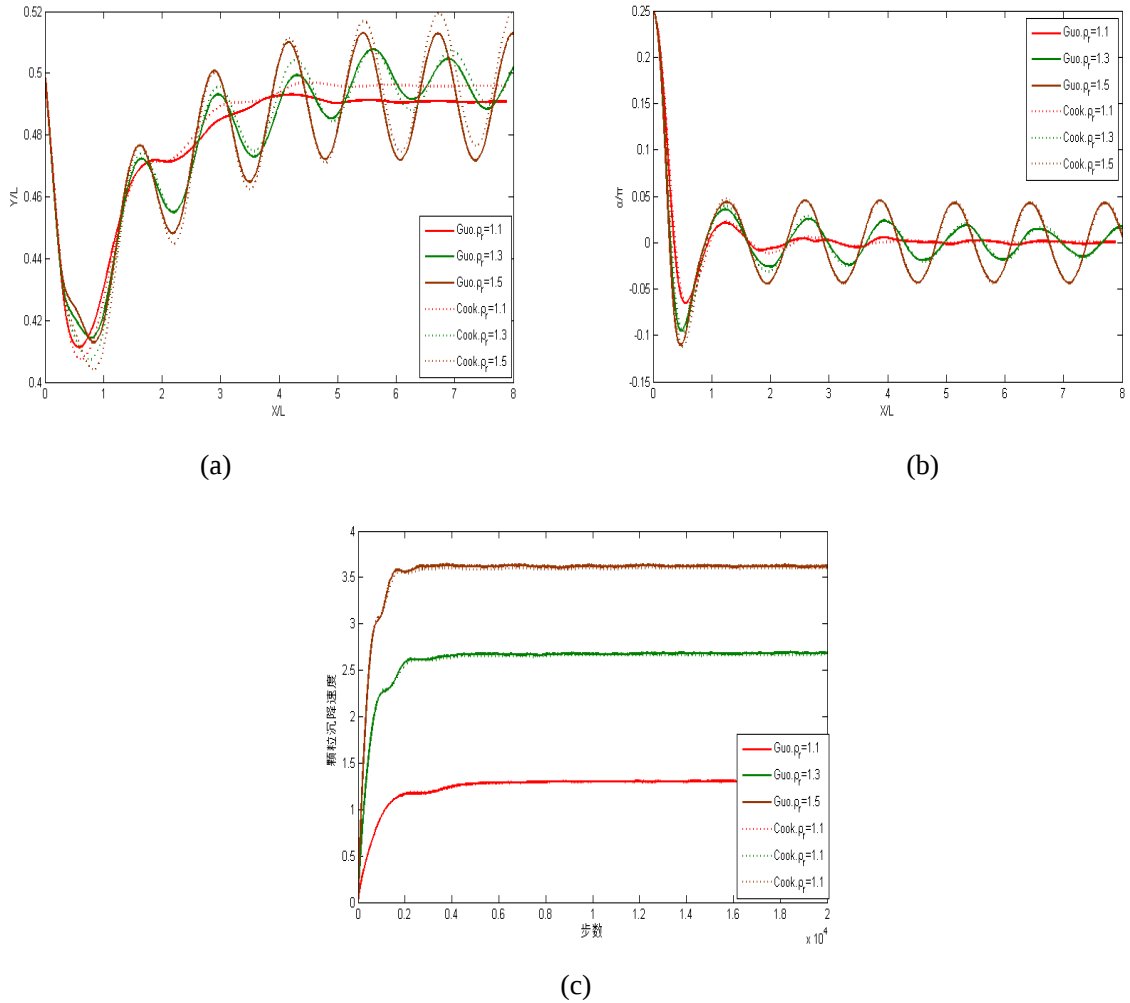


图 3.4.2 三种流固密度比的椭圆颗粒沉降。(a)椭圆颗粒的轨迹；(b)椭圆颗粒角度的变化；(c)椭圆颗粒的沉降速度变化。

图 3.4.2 中给出了流固密度比 $\rho_r = \frac{\rho_s}{\rho_f} = 1.1, 1.3, 1.5$ 时的结果。从图 3.4.2(a)可看出，随着颗粒

的沉降，三种情况下颗粒中心都先偏离管道中心线，然后再向中心线运动，这是因为在初始时刻椭圆的长轴与水平线有 45° 角，无法保持这种平衡状态，在运动到中心线后，密度比较小时椭圆颗粒将沿中心线运动，而当密度比较大时，颗粒将在中心线左右以固定振幅摇摆沉降，而且密度比越大，振幅也越大。从图(b)可看出，随着颗粒沉降，其长轴与水平线的角度从初始时刻的 45° 逐渐变小，在密度比较小时，长轴与水平线的角度保持在零度左右，而当密度比较大时，这个角度将以固定幅度在零度上下摆动，幅度随着密度比的增大而增大。从图(c)

可看出，颗粒最终能够达到稳定的沉降速度，最终沉降速度随着密度比的增大而增大，即密度越大的颗粒最终的沉降速度也越大。在椭圆颗粒的沉降速度达到稳定后，对于较小密度比的颗粒，最终它将沉管道中心线沉降，并且长轴保持在水平方向；对于较大密度比的颗粒，最终它将在管道中心沉降的同时左右摆动，伴随着长轴与水平线的夹角也周期性的在零度上下变化。

4 热对流条件下的单颗粒悬浮流

上一章中，我们对单个圆颗粒、双圆颗粒的沉降进行了模拟，验证了三种边界处理方法对流固两相耦合的可适用性，其中 Ladd 的方法相比另外两种方法在处理动颗粒的问题上能够更好的与文献中的结果相吻合，而且 Ladd 的方法在程序上的实现也更简单，计算量相对较小，是解决颗粒悬浮流问题的有效方法。此外，我们对单个椭圆颗粒的沉降也进行了模拟，相比于圆形颗粒，椭圆颗粒的沉降则更加复杂，现象也更丰富。

在本章中，我们将在上述基础上，进一步研究热对流条件下的颗粒悬浮流问题。在热格子 Boltzmann 方法中，较常用的大多是双分布函数模型，用两个分布函数分别演化速度场和温度场。Guo 提出的 SZG 双分布模型已成功用来计算速度场和温度场^[44]，我们在此基础上忽略压力功和黏性热耗散，得到的速度场和温度场的演化方程分别为

$$f_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = f_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_1} [f_i(\mathbf{x}, t) - f_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] + F_i \Delta t \quad (4.1)$$

$$g_i(\mathbf{x} + \mathbf{e}_i \Delta t, t + \Delta t) = g_i(\mathbf{x}, t) - \frac{1}{\tau_2} [g_i(\mathbf{x}, t) - g_i^{eq}(\mathbf{x}, t)] \quad (4.2)$$

其中 τ_1 和 τ_2 分别为速度和温度的松驰时间； $F_i \Delta t$ 为浮力项，反映了温度场对速度场的影响，温度的平衡态分布函数为

$$g_i^{eq}(\mathbf{x}, t) = \omega_i T \left[1 + \frac{3}{c^2} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u}) + \frac{4.5}{c^4} (\mathbf{e}_i \cdot \mathbf{u})^2 - \frac{1.5}{c^2} \mathbf{u}^2 \right] \quad (4.3)$$

T 代表该格点的温度，浮力 F_i 可以表示为

$$F_i = 3\omega_i \rho \frac{g\beta\Delta T}{c^2} \quad (4.4)$$

β 为热膨胀系数， ΔT 则代表温度差。流动的速度，密度和温度分别如下计算

$$\rho = \sum_{i=0}^8 f_i, \rho \mathbf{u} = \sum_{i=0}^8 \mathbf{c}_i f_i, T = \sum_{i=0}^8 g_i \quad (4.5)$$

通过 Chapman-Enskog 多尺度展开分析，可以得到本模型所对应的宏观流动方程和能量方程：

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \mathbf{u} = 0 \quad (4.6)$$

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{u})}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u} \mathbf{u}) = -\nabla p + \nu \nabla^2 \cdot [\rho \nabla \mathbf{u} + (\nabla \mathbf{u})^T] - \rho \beta (T - T_0) \mathbf{g} \quad (4.7)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{u}T) = \alpha \nabla^2 T \quad (4.8)$$

α 为热扩散系数, T_0 为流体初始温度。在热对流条件下, 颗粒所受的作用力 $M_p \frac{d\mathbf{u}_p}{dt} = \mathbf{F} + \mathbf{G}$, $\mathbf{F}$ 为流体对颗粒的作用力, $\mathbf{G}$ 是颗粒的重力与浮力之和, 对于中性颗粒(即颗粒密度与流体密度相等), 则 $\mathbf{G} = \mathbf{0}$; 与等温条件下不同的是, 流体粒子此时温度场的作用而受到浮力 $F_i \Delta t$ 。

在本章的模拟中, 对于流固两相的温度边界的处理问题, 我们采用文献^[45]提出的方法, 即 $g_i(\mathbf{x}_f, t + \Delta t) = -g'_i(\mathbf{x}_f, t) + 2\omega_i T_w$, T_w 表示固壁或颗粒的温度; 而两相边界的密度分布则使用 Ladd 的方法。

4.1 方腔内放置偏心热圆柱产生的自然对流

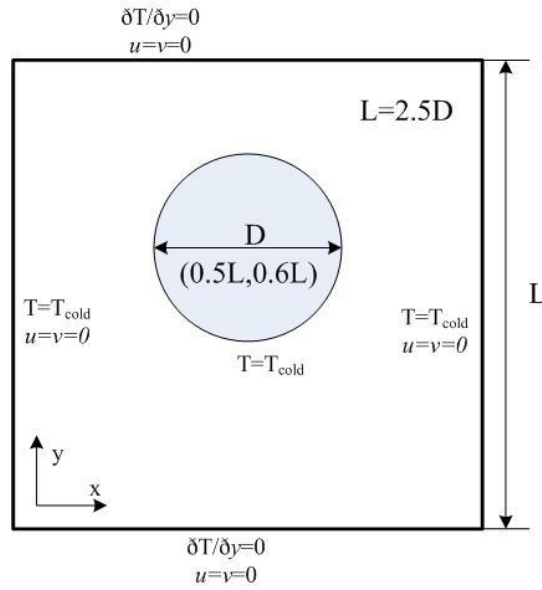


图 4.1.1 方腔内放置偏心热圆柱产生自然对流的示意图

为了测试所使用的方法的正确性, 我们先模拟一个存在静止复杂边界的自然对流问题。如图 4.1.1 所示, 静止圆柱的直径与方腔的宽度比 $D/L = 0.4$, 圆柱中心的坐标为 $(0.5L, 0.6L)$, 圆柱为热边界, 左右壁面为冷边界, 上下壁面绝热。由于圆柱与左右壁面存在温度差, 因此腔内将产生自然对流, 本问题的特征参数有普朗特数 Pr 和瑞利数 Ra , Pr 是表明温度边界层和流动边界层关系的参数, 反映流体物理性质对对流传热过程的影响, 而 Ra 是在自然对流中传热系数关联的无量纲参数, 定义如下

$$Ra = \frac{g \beta \Delta T L^3}{\nu \alpha} \quad (4.9)$$

$$\text{Pr} = \frac{\nu}{\alpha} \quad (4.10)$$

在本模型中 $\alpha = c_s^2(\tau_2 - 0.5)\Delta t$ ， $Ra = 10^6$ ， $\text{Pr} = 10$ 。

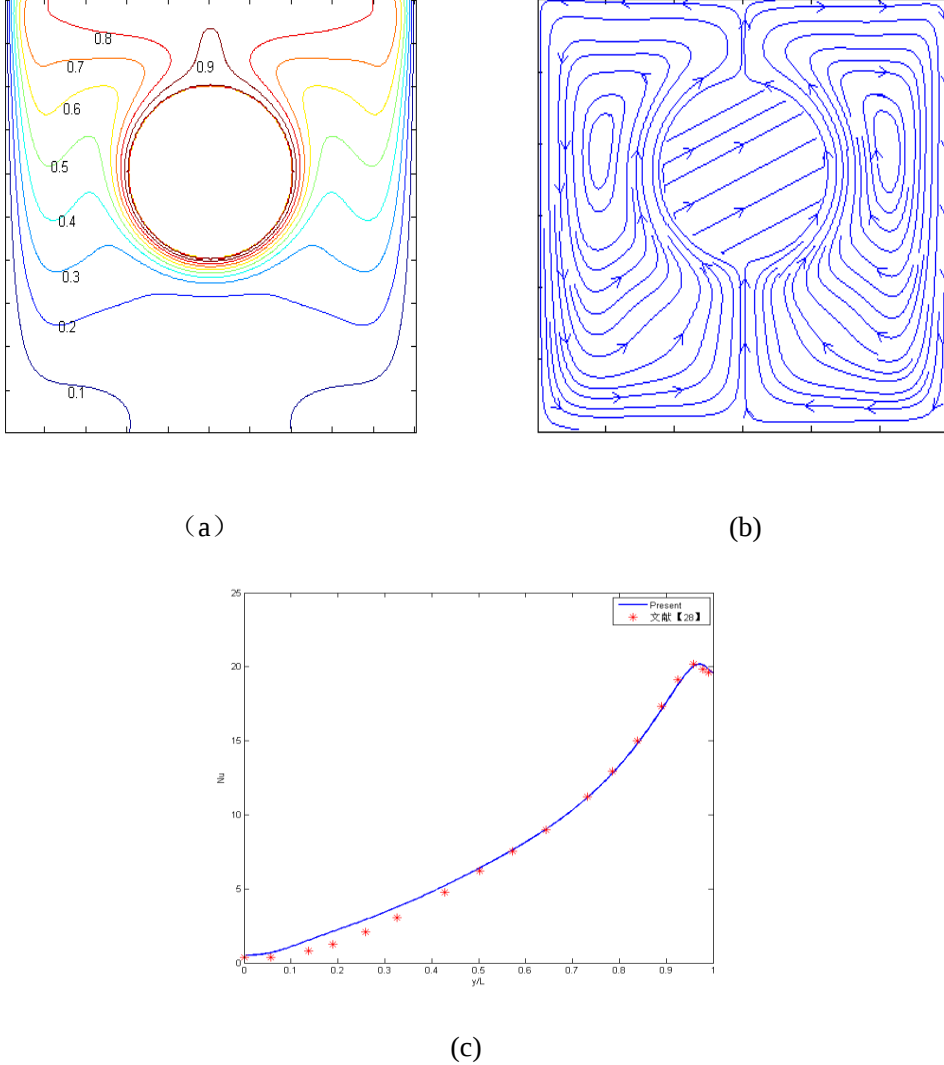


图 4.1.2 内置偏心圆柱的方腔自然对流模拟结果。(a)方腔内的等温线；(b)方腔内的流线；(c)冷壁面上的努塞尔数 Nu 与文献结果的对比。

图 4.1.2(a)、(b)分别给出了方腔内等温线和流线的计算结果，可以发现腔内底部两测温度较低，而顶部中间的流体温度较高，在方腔两测分别形成了两个大涡，由于热圆柱位于腔中心偏上方，所以涡的中心也处于两测偏上的位置，由于采用了 Ladd 的内外流体的处理方法，因此可以看到圆柱内部流体的流动。在本问题中，努塞尔数 Nu 是反映对流传热强度的无量纲参数，图(c)给出了方腔内冷壁面上 Nu 的计算结果，可以看出与文献^[28]的结果符合的较好，在方腔底部的 Nu 较小，随高度变大而增大，在接近顶部时达到最大值，随后又稍微减小，这也正是圆柱的偏心位置所造成的结果。

4.2 热对流条件下圆颗粒的沉降

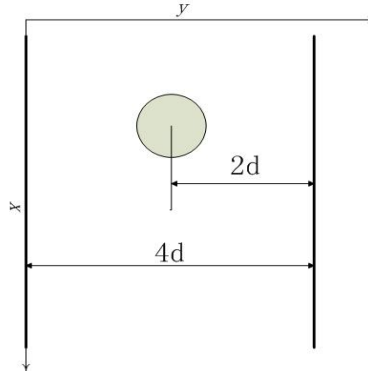


图 4.2.1 单个颗粒的沉降示意图

上面我们对非等温固定曲线边界的自然对流问题进行了模拟，初步验证了本文所采用的方法的可行性，为了验证对非等温移动曲线边界的处理的适用性，我们将进一步研究单个冷、热圆颗粒在流体中的运动情况。

如图 4.2.1 所示，颗粒初始放置于管道中心位置释放。长管道的宽度 W 为 0.48cm，颗粒直径 d 为 0.12cm，直径的网格数为 30，速度场的松弛时间为 $\tau_1 = 0.65$ 。边界条件为：颗粒温度保持 $T_s = -1$ （冷颗粒）或 $T_s = 1$ （热颗粒），上边界为自由边界 $\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} = 0, \frac{\partial T}{\partial x} = 0$ ，其它三个边界 $u = 0, T_w = T_f = 0$ ，流体初始温度与两壁面等温。这种物理条件下所对应的无量纲参数是固定的，颗粒和流体温度不代表真实温度，只需满足该问题的无量纲参数相等，则在不同的条件下仍属于同一类流动。该问题的特征无量纲参数为格拉晓夫数 Gr 、雷诺数 Re ，分别定义为

$$Gr = \frac{\beta \Delta T d^3 g}{\nu^2} \quad (4.11)$$

$$Re = \frac{U d}{\nu} \quad (4.12)$$

其中 g 为重力加速度， ν 为运动黏性系数。赵颖^[46]等使用 LBM 方法模拟过垂直平板间的热对流，他指出 Gr 数是判断热流场从稳定状态向不稳定流动状态转变的一个基本特征参数，其意义相当于 Re 数在强制对流中的作用。依据 Kang^[28]等人的方法，我们同样定义一个参考雷诺数 Re_{ref} 和参考速度 U_{ref}

$$U_{ref} = \sqrt{\pi(d/2)(\rho_r - 1)g} \quad (4.13)$$

$$Re_{ref} = \frac{U_{ref} d}{\nu} \quad (4.14)$$

其中 ρ_r 为固流两相密度比， Re_{ref} 取为 40.5。

Gan 等人^[7]应用任意拉格朗日-欧拉 (ALE) 方法对 $\rho_r = 1.00232$, $Pr = 0.7$ 时的单颗粒沉降进行了计算。我们首先在相同的条件下进行计算, 以检验方法的正确性。

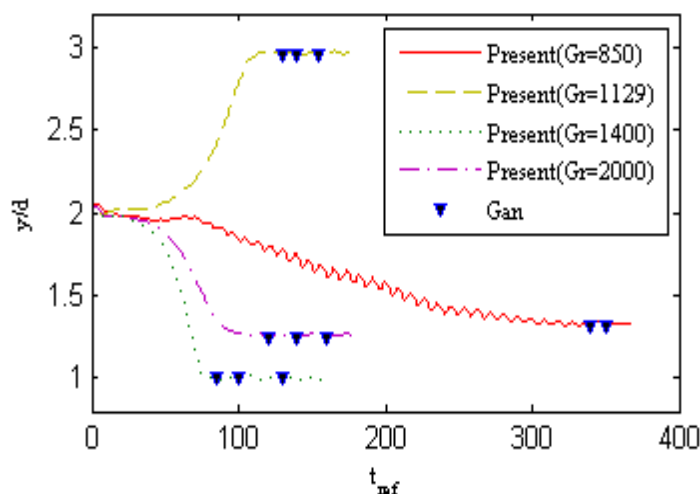


图 4.2.2 不同 Gr 数时冷颗粒水平方向的轨迹变化。

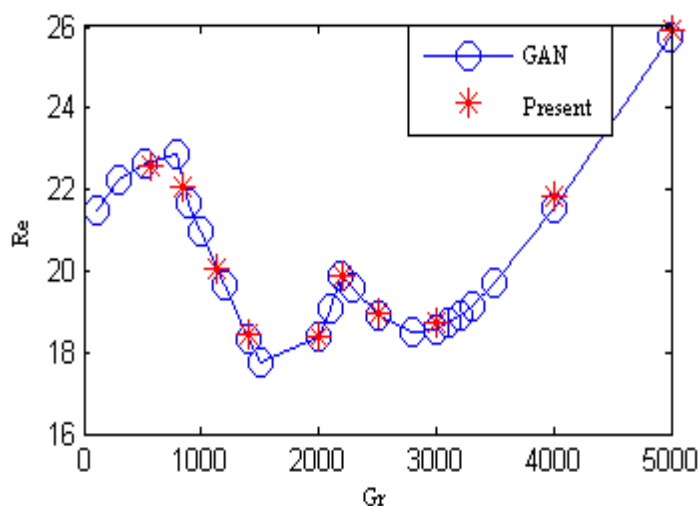


图 4.2.3 不同 Gr 时冷颗粒最终沉降雷诺数的变化。

在图 4.2.2 中, 我们给出了冷颗粒在热流体中沉降时水平方向的轨迹。在图 4.2.3 中, 我们给出了冷颗粒在不同 Gr 下的最终沉降雷诺数。从图 4.2.2 中可以发现, 不同 Gr 数下颗粒的运动轨迹有很大差异。Gan 指出当 $810 < Gr < 2150$ 时, 冷颗粒最终将偏离管道中心线位置运动, 并且最终沉降速度也随之发生突变。流体在颗粒运动的影响下而产生的流动是强制对流, 由于温度的分布不均而形成的流动是热对流, 这种现象就是强制对流和热对流相互作用的结果。从模拟的结果来看, 本文模型的计算结果与 Gan 的结果吻合的较好。应当注意的是, 我们在计算时, 颗粒初始位置偏离了中心线一个微小的距离($d/60$)以提高计算效率。这是因为颗粒在中心位置的运动是一种亚稳态, 初始位置的稍微偏离可以打破这种工况, 在不同的计算方法中, 冷

热颗粒的运动轨迹可能会稍有差别，但最终沉降速度和最终偏离中心线的程度基本相同，这与方法的精度有关。

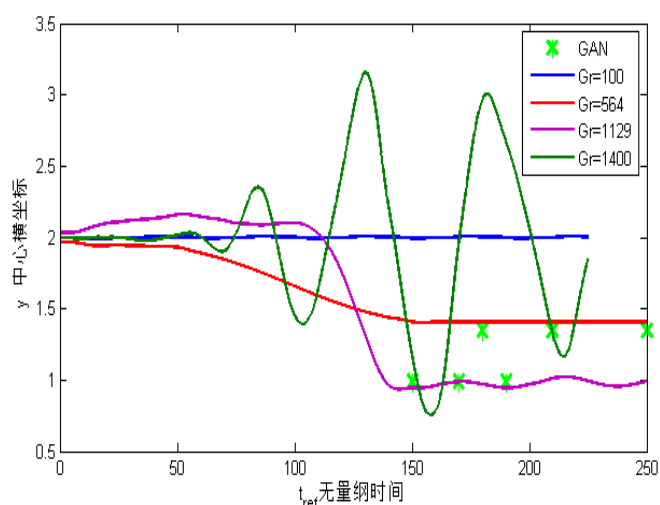


图 4.2.4 不同 Gr 数时热颗粒水平方向的轨迹变化。

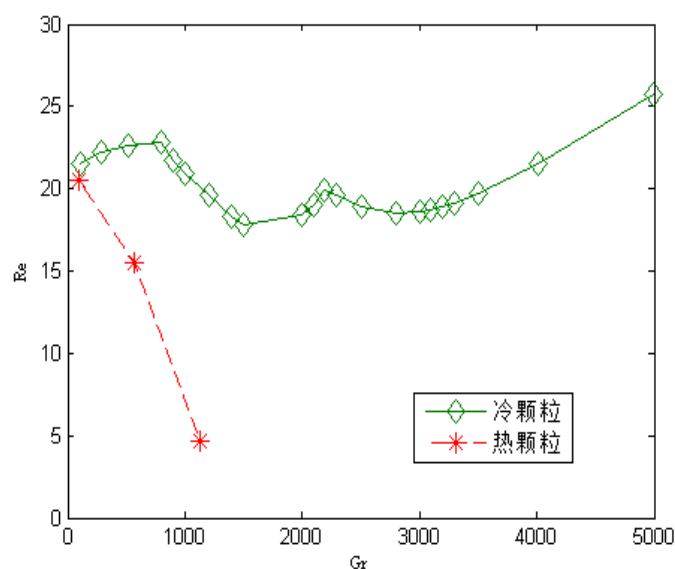


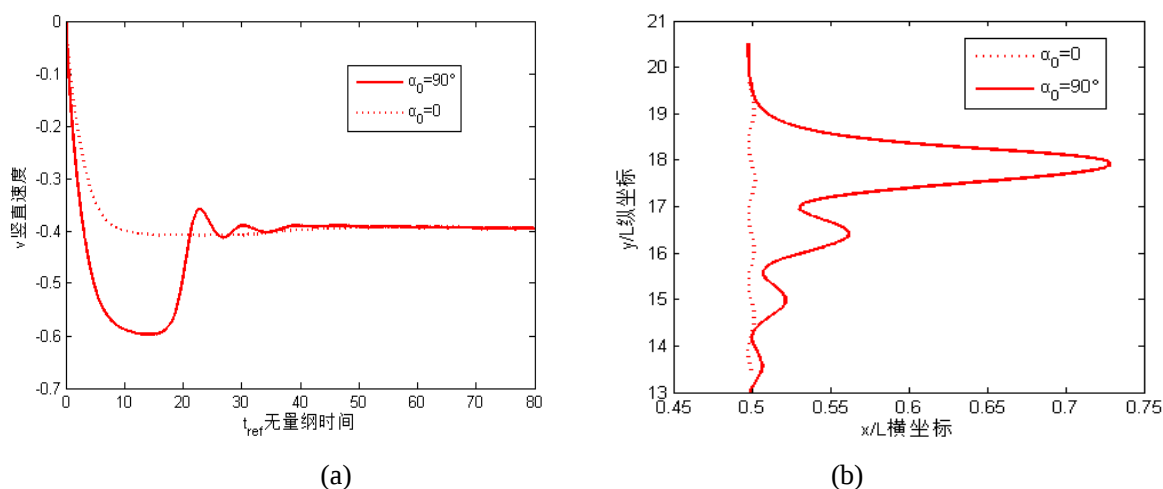
图 2.2.5 相同的 Gr 数时冷、热颗粒最终沉降速度的比较。

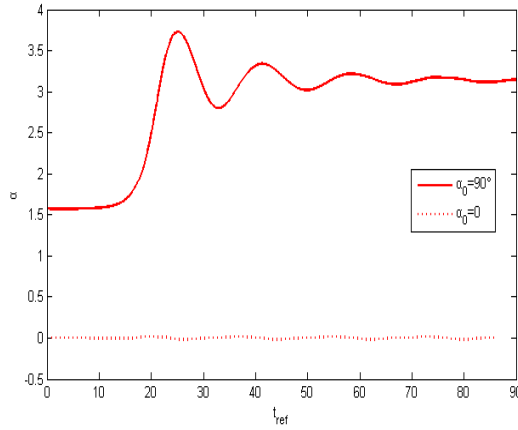
图 2.2.4 给出了热颗粒在冷流体中沉降时水平方向轨迹的变化。可以看出，在某些 Gr 数下，颗粒也会偏离管道中心线沉降； Gr 较小时（ $Gr=100$ ），颗粒将始终沿中心线沉降；而当 Gr 较大时（ $Gr=1400$ ），颗粒在沉降的同时会以较大的幅度在中心线两侧摆动。 Gan 在文中同样指出热颗粒偏离中心线运动的 Gr 数范围，即 $500 < Gr < 1250$ ，从图 2.2.4 中可看出 $Gr=564, 1129$ 时的模拟结果与 Gan 的结果符合的很好。当 Gr 数大于此范围的上限时，颗粒的沉降无法稳定在某一水平位置，而会有较大的摆幅，沉降速度也不稳定；如果 Gr 数足够大，则热颗粒将停

止沉降而向上运动。图 2.2.5 给出了热颗粒的最终沉降雷诺数的变化，由于 $Gr > 1250$ 时热颗粒没有稳定的沉降速度，所以我们只在 Gr 小于 1250 的范围内给出了热颗粒的最终沉降雷诺数随 Gr 的变化趋势。从图中可以看出，热颗粒的沉降雷诺数曲线始终处于冷颗粒沉降雷诺数曲线的下方，也就是说，在热对流条件下，冷颗粒的沉降速度大于热颗粒的沉降速度，即冷颗粒沉降速度快。这是由于在冷颗粒在热流体中沉降时，冷颗粒周围的流体温度低密度大，热对流方向是向下的；而热颗粒在冷流体中沉降时，热颗粒周围流体温度高密度小，热对流方向则是向上的。 Gr 数越大，这种效应越明显，但颗粒最终的沉降雷诺数与颗粒与管壁的距离了相关，因此冷颗粒的最终沉降雷诺数并非单调变化，当偏离中心线后，其沉降雷诺数也会随之变小。

4.3 热对流条件下椭圆颗粒的沉降

在上一章中，我们对等温条件下椭圆颗粒在管道中的运动过程进行了研究，发现椭圆颗粒的沉降比圆颗粒的沉降过程更为复杂，主要原因在于椭圆的不对称性。与圆颗粒的沉降相似的道理，如果椭圆颗粒与流体的温度不相同，其中的热对流也将对其运动产生影响。下面我们对椭圆颗粒在冷、热流体中的沉降进行数值模拟，与等温条件下的情况进行比较，分析热对流对椭圆颗粒沉降的影响。





(c)

图 4.3.1 等温条件下初始水平放置和竖直放置的椭圆颗粒的沉降。(a)沉降速度的变化；(b)沉降的轨迹；(c)长轴与水平线平角的变化。

本问题的条件如下：椭圆长轴和短轴 $a = 2b$ ，长管道的宽度 $L = 4a$ ，长轴与水平线的夹角为 α 。无量纲参数与上节的设定相似，参考雷诺数 $Re_{ref} = 40.5$ ，格拉晓夫数 $Gr = 500$ ，普朗特数 $Pr = 0.7$ 。初始时刻流体与左右壁面等温 $T_f = T_w = 0$ ，颗粒温度为 T_s ，四周的边界与上节中圆颗粒沉降的条件相同，颗粒密度稍大于流体密度 $\rho_s / \rho_f = 1.00464$ ，松弛时间 $\tau = 0.9$ 。初始时刻将椭圆颗粒放置于管道中心，夹角 $\alpha_0 = 0$ 或 $\alpha_0 = 90^\circ$ ，即分别对椭圆竖直和水平放置两种初始情况的运动进行模拟。

图 4.3.1 给出了等温条件下即 $T_s = 0$ 的结果。从图(a)可以看出，水平放置的椭圆颗粒的沉降速度逐渐变大，最后稳定在 0.4 左右；而竖直放置的颗粒的沉降速度先变大达到最大值后又逐渐减小，直到在 0.4 左右达到稳定沉降状态。图(b)可以看出，水平放置的颗粒始终沿管道中心沉降，而竖直放置的颗粒则先从中心线向一侧运动，然后再摆动回到中心线。图(c)可以看出，水平放置的椭圆颗粒的 α 始终保持在零，而竖直放置的颗粒的 α 则逐渐变大，达到最大值后又减小到 3.14 左右达到稳定状态，即长轴最终与水平线平行。

上述结果表明，水平放置的颗粒是一种稳定状态，会沿中心线运动直到达到稳定的沉降速度；而竖直放置的颗粒则处于不稳定状态，它将先向管道一侧运动然后运动回中心线，长轴与水平线最终也会平行，最终的沉降速度与初始水平放置的结果相同。

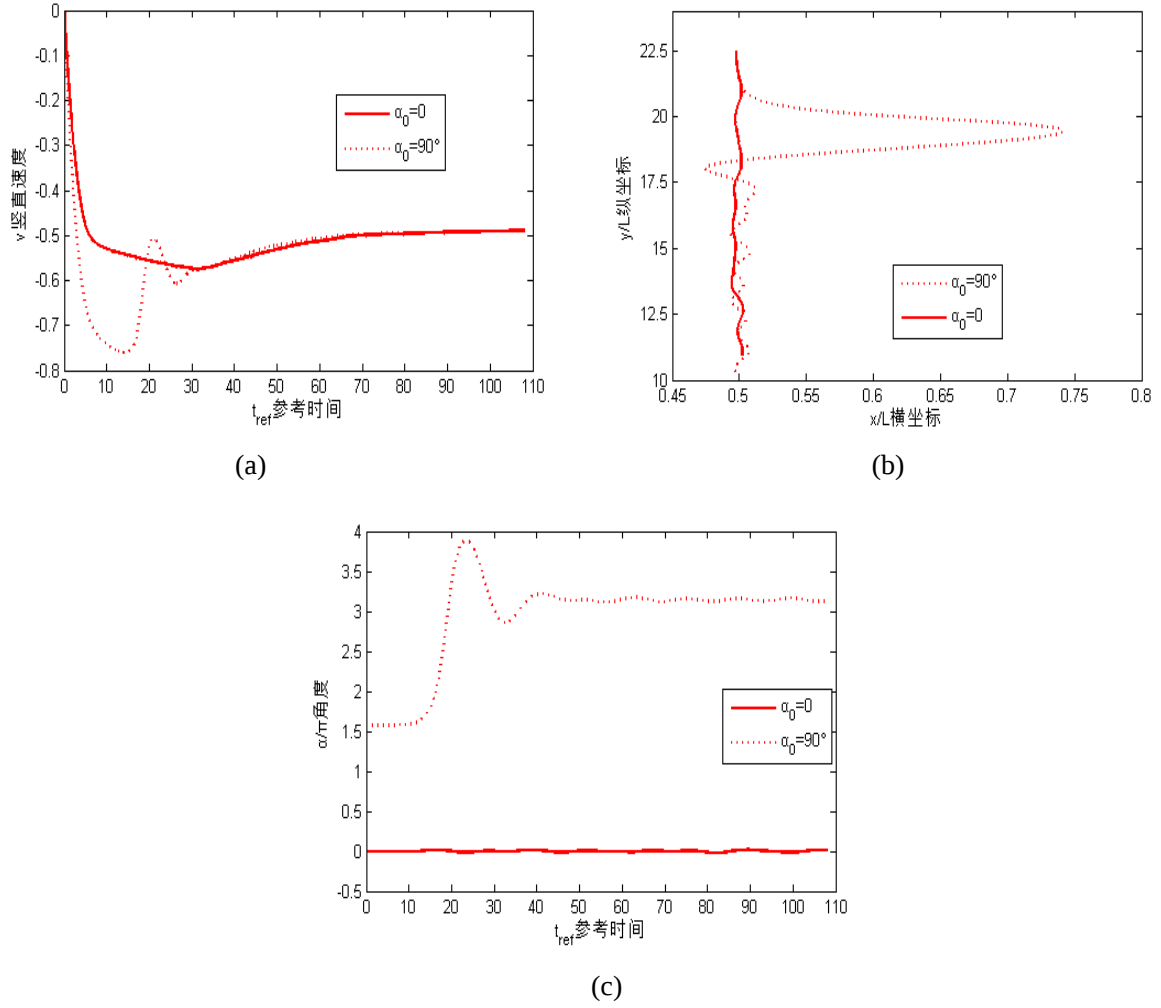


图 4.3.2 热流体中初始水平放置和竖直放置的冷椭圆颗粒的沉降。(a)沉降速度的变化；(b)沉降的轨迹；(c)长轴与水平线平角的变化。

图 4.3.2 给出了冷椭圆颗粒即 $T_s = -1$ 的结果。从图(a)可以看出水平放置的颗粒在达到最大沉降速度后又逐渐减小，最终在 0.5 附近达到稳定；而竖直放置的颗粒的最大沉降速度较大，最终也在 0.5 附近达到稳定状态。从图(b)可以看出，水平放置的颗粒始终位于中心线附近沉降，有微小的振幅；而竖直放置的颗粒与等温条件下的沉降轨迹相似，先向一侧运动再回到中心线，保持微小的振幅左右摆动，幅度与水平放置的颗粒相同。从图(c)可以看出，两种情况的角度变化与等温下相似，最终都保持长轴与水平线平行的状态。

上述结果表明，椭圆冷颗粒的沉降与等温条件下的沉降过程相似，沉降速度会比等温过程的结果大，这是由于向下的热对流加速了颗粒的沉降，而沉降雷诺数的增大会使流场不稳定，从而在向下运动的过程中出现左右摆动的情況。

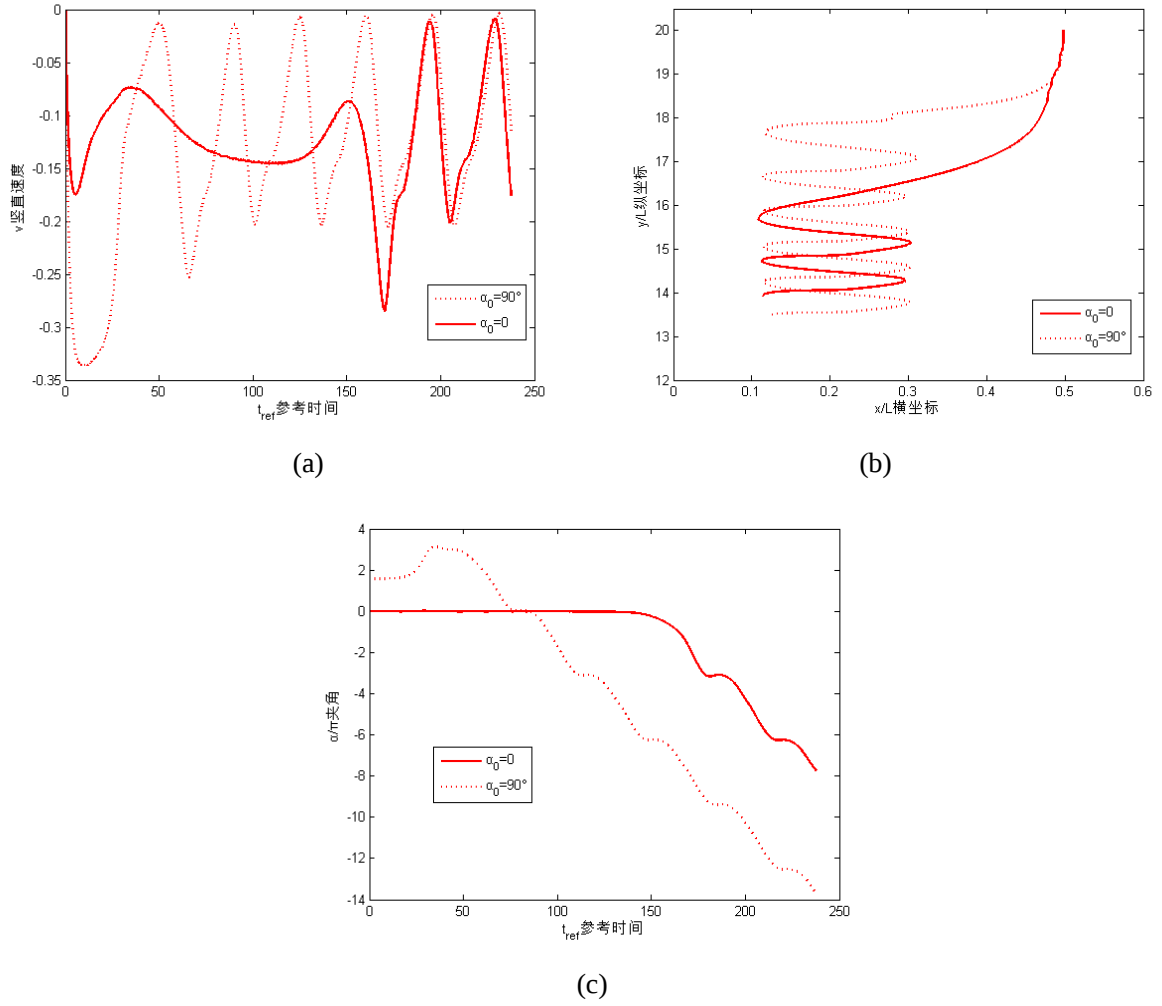


图 4.3.3 冷流体中初始水平放置和竖直放置的热椭圆颗粒的沉降。(a)沉降速度的变化；(b)沉降的轨迹；(c)长轴与水平线平角的变化。

图 4.3.3 给出了热椭圆颗粒即 $T_s = 1$ 的结果。从图(a)可以看出，竖直和水平放置的椭圆颗粒的沉降速度比等温条件下的最终沉降速度要小，从静止逐渐增大，最后都达到 0.1 左右，并且以相同的幅度振动，最小速度接近零，最大速度在 0.2 左右。从图(b)可以看出，竖直和水平放置的椭圆颗粒最终都偏离了管道中心线，运动到中心线左侧以后，两种情况下的颗粒都以离管壁 $0.2L$ 的距离为中心以 $0.1L$ 为振幅左右摆动，并且初始水平放置的椭圆颗粒能够先达到这种平衡状态。从图(c)可以看出，水平放置的颗粒在 $t_{ref} < 150$ 以前一直保持水平状态沉降，随后速度发生了顺时针方向的翻转，当翻转 180° 再次达到水平状态时会有短暂的逆时针方向转动，然后继续顺时针方向翻转，如此循环；而竖直放置的颗粒则先会逆时针转动至水平状态，然后再以初始水平放置的颗粒相同的方式翻转。

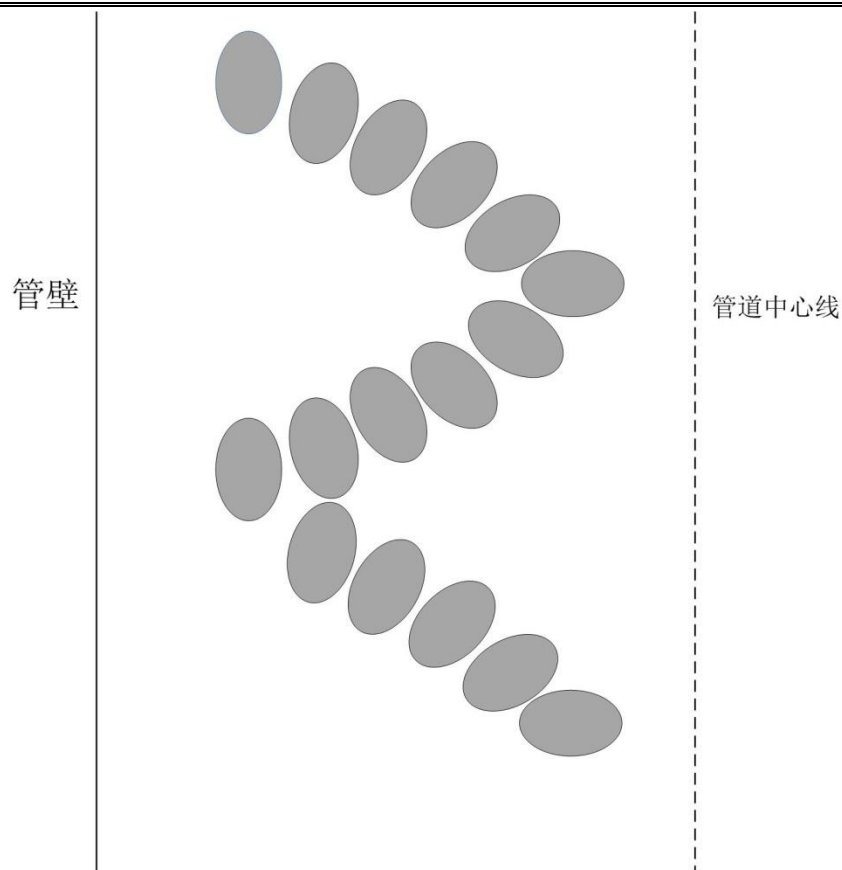


图 4.3.4 热椭圆颗粒沉降轨迹示意图。

图 4.3.4 为热椭圆颗粒最终的沉降轨迹示意图。热颗粒与冷颗粒、等温条件下的颗粒的沉降方式有较大的差别，两种方式放置的颗粒都不能稳定在中心线沉降，都会运动到管道一侧以固定的振幅以固定的竖直线为中心左右摆动，同时伴随着沉降速度的振动以及颗粒自身的转动。进一步观察上图可以发现，颗粒在运动到最左侧时刚好处于竖直状态，而且沉降速度也达到最大，而运动到振动中心最右侧时则会刚好处于水平状态，此时的沉降速度达到最小。

上述的现象可以发现热对流条件下椭圆颗粒的沉降比圆颗粒的沉降更加复杂，热对流使得椭圆颗粒的沉降方式与等温条件下有很大差异。与圆颗粒沉降类似的是，冷椭圆颗粒的沉降速度较等温条件下的结果要大，而且会导致颗粒在中心线沉降时的振动；而热颗粒则会偏离中心线运动到管道一侧以固定振幅摆动的同时沉降，且沉降速度比等温条件下的结果要小。Chang 等人在文献^[47]中也对热对流条件下的椭圆颗粒沉降进行了研究，其现象也与本文的模拟吻合。

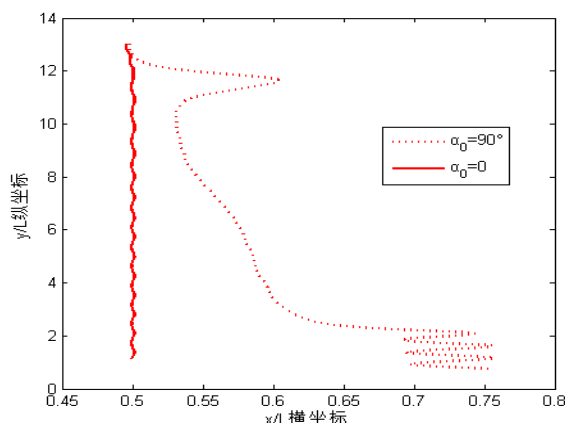


图 4.3.5 $Gr = 2000$ 时冷椭圆颗粒的沉降轨迹。

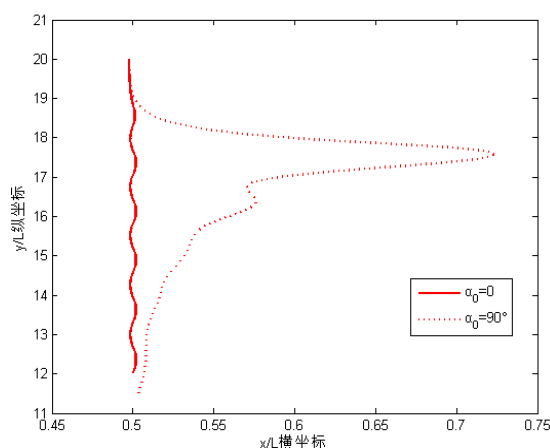


图 4.3.6 $Gr = 100$ 时热椭圆颗粒的沉降轨迹。

在热对流条件下的颗粒悬浮流问题， Gr 数是一个关键性参数，因为 Gr 数是热对流由稳定状态发展为不稳定状态的一个特征参数，可以反映热对流的强弱程度，因此在 Gr 数较小时，热对流对流场影响较小，不足以使颗粒的沉降方式发生变化，而 Gr 数较大时，则会对流场产生较大影响，同时也会影响颗粒的沉降方式。上述的结果都是在 $Gr = 500$ 时的结果，本人也对其余 Gr 数下的椭圆颗粒沉降进行过模拟，结果发现与该理论相符。图 4.3.5 和图 4.3.6 分别给出了冷颗粒在 $Gr = 2000$ 和热颗粒在 $Gr = 100$ 时的沉降轨迹，可以发现较大的 Gr 数下，竖直放置的冷颗粒也偏离了中心线，水平放置的冷颗粒则一直沿中心线沉降；在较小的 Gr 数下，竖直放置的热颗粒在运动到中心线一侧后又回到中心线附近运动，水平放置的颗粒则始终在中心线附近以较小的幅度摆动沉降。因此，我们可以猜测，与圆颗粒沉降相信，对于热对流条件下的椭圆颗粒的沉降， Gr 数是影响其沉降方式的关键因素，并且通过对 Gr 数的范围划分可以对椭圆颗粒的沉降方式进行划分，对此本文不再进一步计算。

4.4 热对流条件下中性颗粒在管流中的运动

1961 年 Segre 和 Silberberg 在《Nature》上发表的文章中对管道中的中性颗粒(即颗粒密度与流体密度相同)的运动进行了实验研究^[48], 结果发现无论初始时刻颗粒位置如何, 最终将运动到管壁与中心线之间的一个固定位置达到稳定状态, 这种现象被称为 Segré-Silberberg 效应。在本节中, 我们将对这种现象进行验证, 并深入研究热对流条件下的中性颗粒在管流中的运动情况。

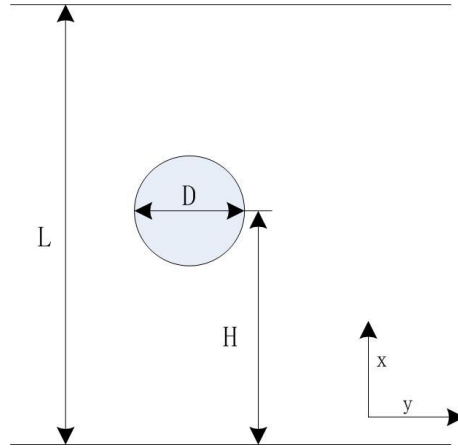


图 4. 4.1 Segré-Silberberg 边界示意图

如图 4.4.1 所示, 管道进出口采用压力边界条件, 流体在左右两端的压力差作用下向右流动(即 Poiseuille 流), 上下为固壁, 颗粒与流体密度相同, 即重力与浮力平衡, 颗粒只受到流体的作用力。管道长宽都为 L , 颗粒直径 $D = \frac{1}{4}L$, 颗粒中心离下管壁距离为 H , 颗粒初始放置位置为 H_0 。松弛时间 $\tau = 2.45$, L 占 200 网格, 使用动网格技术使颗粒始终保持在进出口的中间位置。左右压力边界两个分布函数都采用非平衡态外推方法处理, 上下壁面的速度分布采用采用半反弹格式处理, 上下壁面和颗粒边界的温度分布仍然使用文献^[45]的方法。流体和上下壁面等温 $T_f = T_w = 0$, 在冷颗粒的模拟中, 颗粒温度 $T_s = -1$, 在热颗粒的模拟中, 颗粒温度 $T_s = 1$, 普朗特数 $Pr = 0.7$, 对不同的格拉晓夫数 Gr 的情况进行模拟。

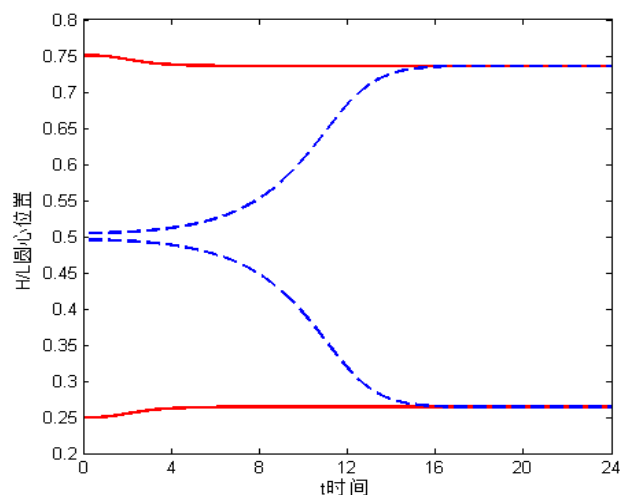
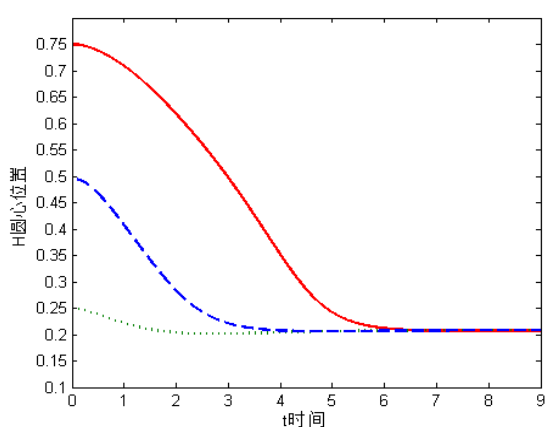
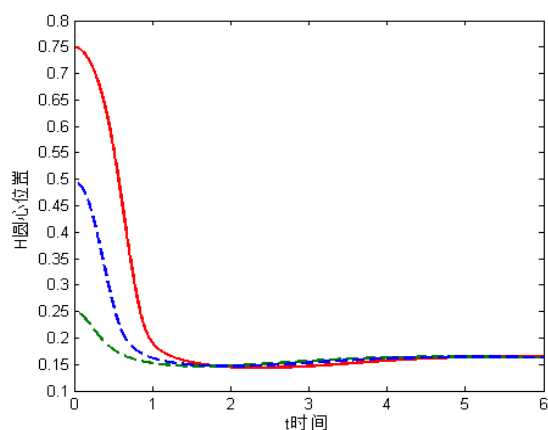


图 4.4.2 不同初始位置的颗粒在管道中的运动轨迹。

图 4.4.2 给出了等温条件下的颗粒在管道中的运动轨迹。可以看出，对于不同的初始 H_0 ，颗粒最终的运动 H 都在两个固定的位置。若 $H_0 < 0.5$ ，则颗粒最终的平衡位置都在 $H = 0.264$ ；若 $H_0 > 0.5$ ，则颗粒最终的平衡位置都在 $H = 0.736$ 。即使初始放置在只偏离中心线一个网格，颗粒最终也会逐渐运动到这两个平衡位置。也就是说，无论颗粒初始位置如何，其最终达到平衡状态时与管壁的距离都是 $0.264L$ ，这与 Segré-Silberberg 效应刚好吻合。



(a)



(b)

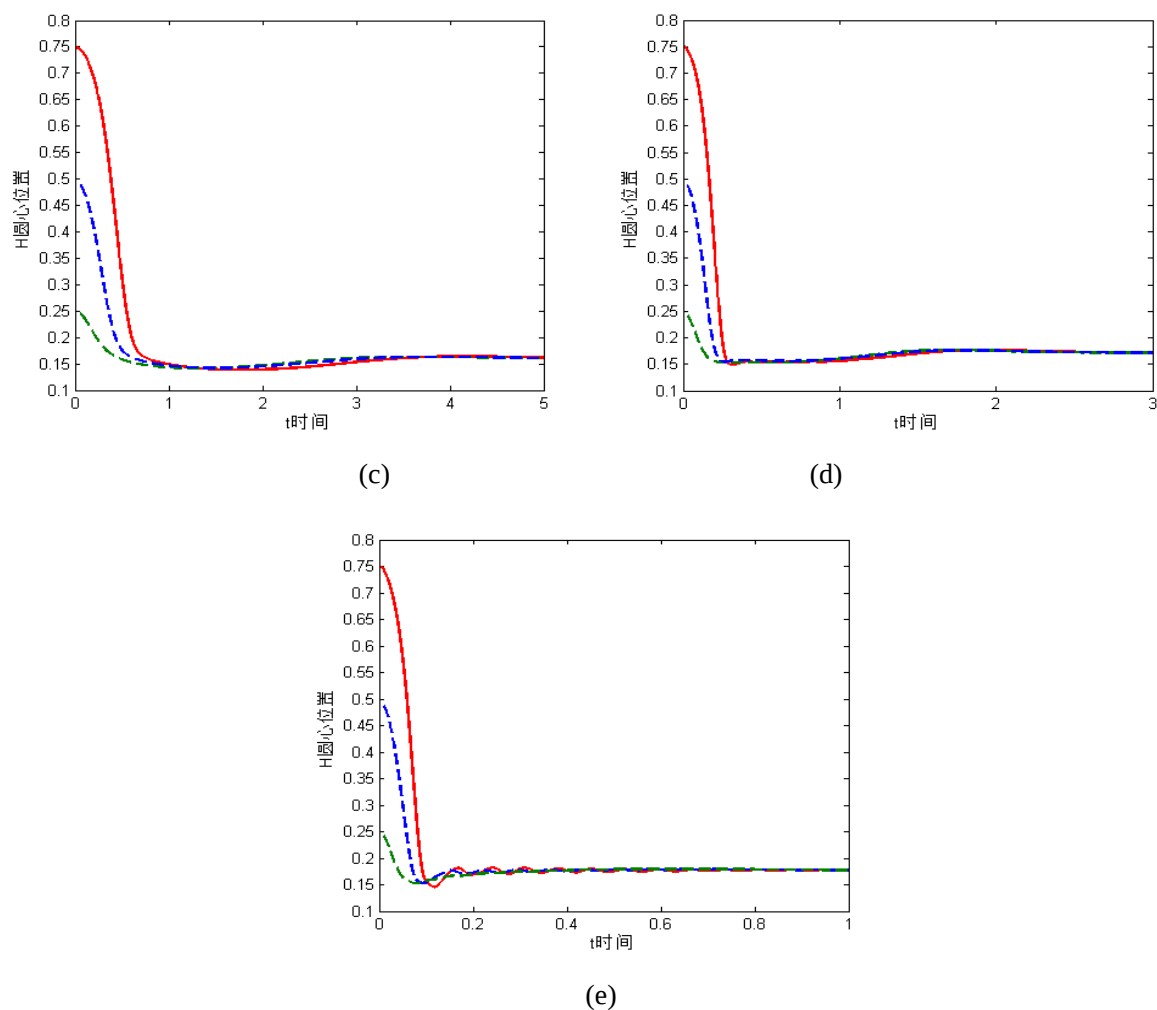


图 4.4.3 不同 Gr 数时颗粒在管道中的运动轨迹。(a) $Gr=5$;(b) $Gr=50$;(c) $Gr=100$;(d) $Gr=500$;(e) $Gr=1000$.

图 4.4.3 给出了冷颗粒在管道中的运动轨迹。从图中可以看出，在不同的 Gr 数下，冷颗粒最终都在管道下部达到平衡，与等温条件下的运动不同的是，即使将颗粒初始放在 $0.75L$ 的位置，颗粒最终还是沉到了管道的下部。当 $Gr=5$ 时，三个初始位置不同的颗粒在 $t=6s$ 时都到达平衡位置；而 $Gr=50$ 时，颗粒在 $t=5s$ 时也都达到平衡位置；随着 Gr 数的增大，颗粒达到平衡位置的时间越短，当 $Gr=1000$ 时，颗粒在 $t=0.4s$ 时就已达到平衡位置。这是因为 Gr 数越大，流体对冷颗粒向下的作用力越大，颗粒向下运动速度越大，达到平衡位置的时间也就越短。

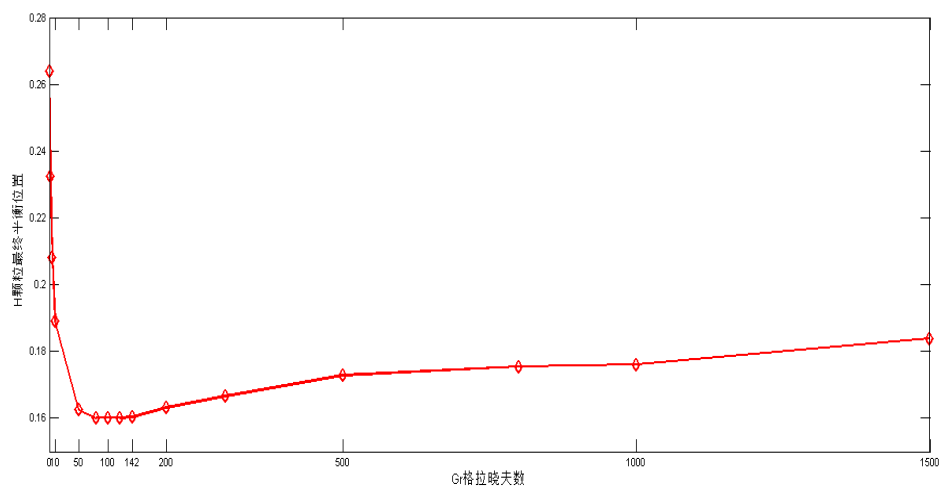


图 4.4.4 不同 Gr 数时冷颗粒在平衡状态时与下管壁的距离。

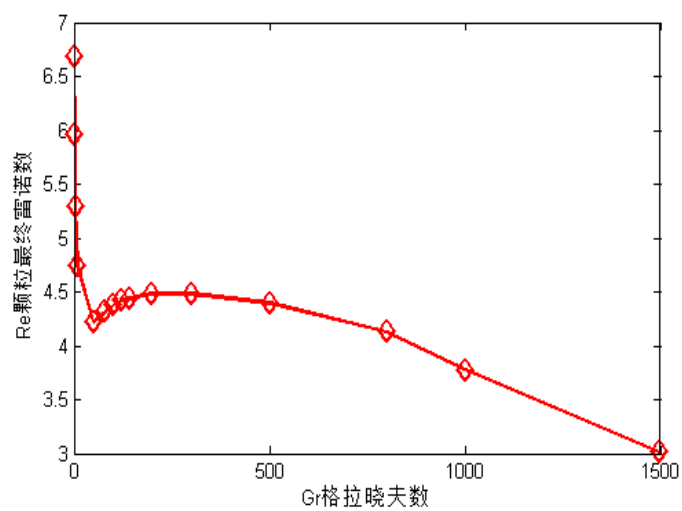


图 4.4.5 不同 Gr 数时冷颗粒在平衡状态时的雷诺数。

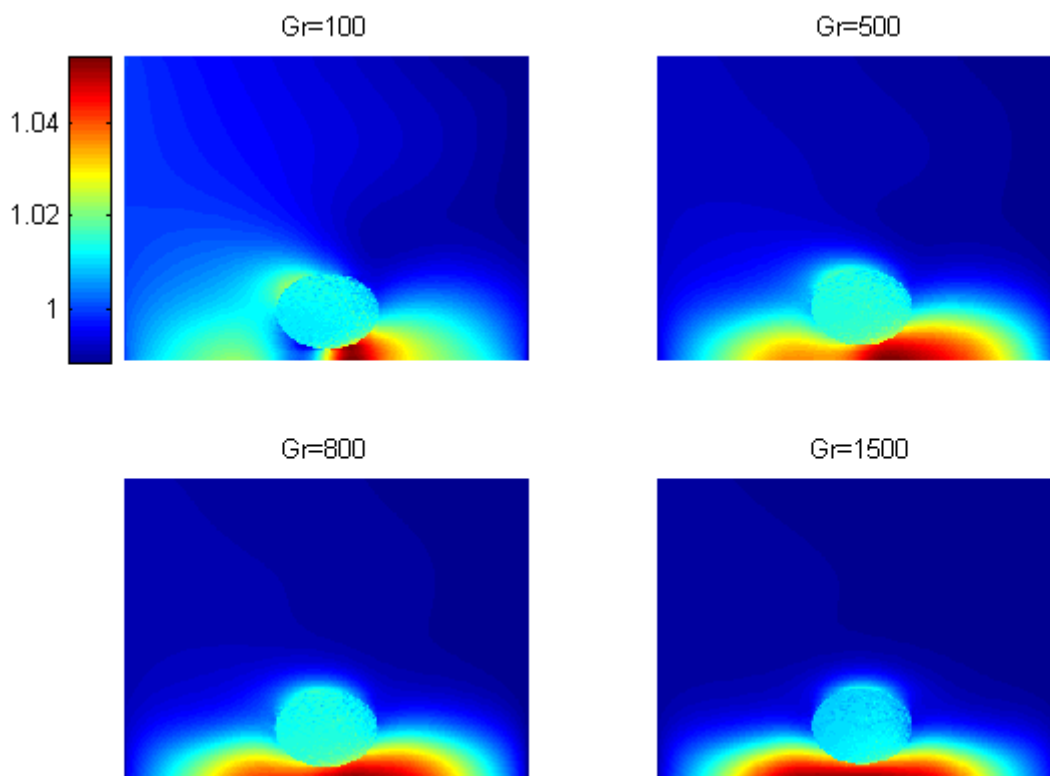


图 4.4.6 颗粒平衡时管道内的流体密度分布。

图 4.4.4 和图 4.4.5 分别给出了不同 Gr 数时冷颗粒的最终平衡位置和平衡状态时的雷诺数。从图 4.4.4 可以看出，颗粒最终的平衡位置随着 Gr 数的增大先逐渐减小，然后逐渐增大，在 $Gr = 100$ 左右时达到最小值 $H = 0.16L$ 。从图 4.4.5 可以看出，冷颗粒在流体中的最终雷诺数随着 Gr 数的增大先减小再增大然后又逐渐减小，在 $Gr = 50$ 左右时达到波谷 $Re = 4.23$ ，在 $Gr = 300$ 左右时达到波峰 $Re = 4.49$ 。由于冷颗粒使周围流体温度降低，周围的冷却流体由于密度增大产生向下流动的趋势，对颗粒也产生了额外的向下作用力，最终与靠近下管壁的流体对颗粒向上的作用力达到动态平衡，此时颗粒位置也就达到平衡。我们的计算结果发现， Gr 数越大，在竖直方向上流体对颗粒的作用力也越大，颗粒受到流体的摩擦力也越大，因此颗粒的最终雷诺数总体上有随着 Gr 数增大而减小的趋势，冷颗粒的最终雷诺数总比等温条件时的结果要小；而颗粒的最终平衡位置不仅与流体对颗粒向下作用力有关，而且受壁面效应的影响， Gr 越大，冷流体对颗粒向下作用力越大，同时热对流也更剧烈，被颗粒冷却的流体密度越大，而且更多的附着在下管壁上，从图 4.4.6 中可以看出这个现象，流体密度变大导致下管壁附近的流体压力也变大，因此颗粒最终平衡位置是这两种因素相互作用的结果，随 Gr 数增大而有较大的变化，但总是比等温条件时更加靠近管壁。

我们知道， Gr 数是反映热对流从稳定到不稳定状态发展的一个无量纲参数，可以代表热对流的强弱程度，从上面的结果我们知道，与等温中性颗粒在管道流动中的运动不同，无论冷颗粒初始位置如何，它总是最终运动到管道中心线下方，这是由于热对流对颗粒的向下作用力的结果，而如果 Gr 数较小时，即热对流强度较弱时，颗粒是否还会从管道中心线上方运动到下方，这个问题我们将做进一步探讨。

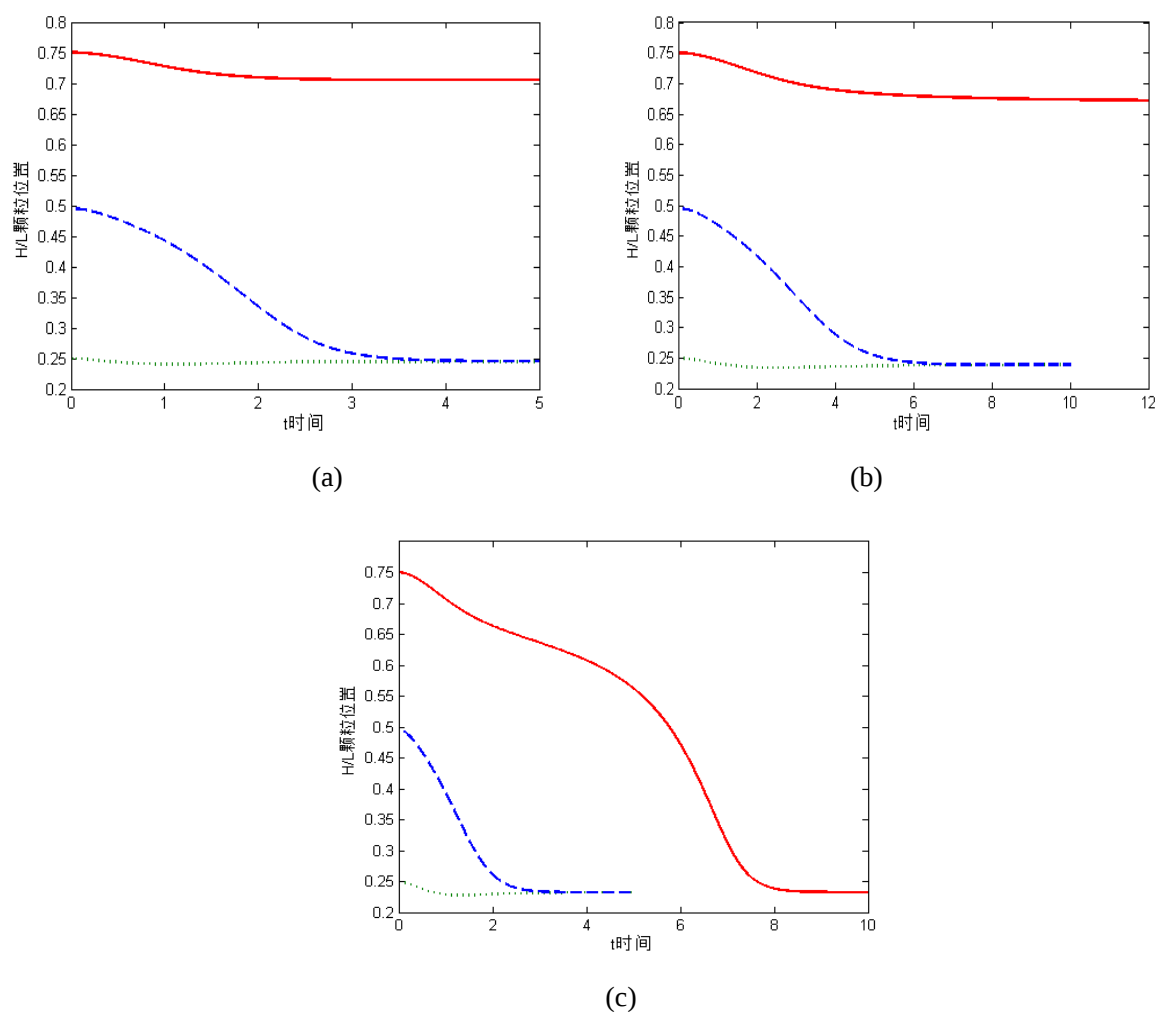


图 4.4.7 Gr 数较小时颗粒在管道中的运动轨迹。(a) $Gr=1$;(b) $Gr=1.5$;(c) $Gr=2$.

图 4.4.7 中分别给出了 $Gr=1, Gr=1.5, Gr=2$ 时的结果。从图(a)和图(b)可以看出， $Gr=1$ 和 $Gr=1.5$ 时，放置于管道中心线上方的颗粒没能越过中心线，最终在管道上方的位置达到稳定状态，而放置于管道下方的颗粒则都在靠近下管壁的位置达到平衡，并且上下两个平衡位置不对称；而 $Gr=2$ 时，放置于管道中心线上方的颗粒越过中心线，最终和初始位于下方的颗粒在同一位置达到平衡。上面已经提到， Gr 越大，则颗粒受向下的额外作用力越大，当 Gr 足够小时，这个力不足以使位于管道中心线上侧的颗粒越过中心线，最终只能在中心线上侧某位

置达到平衡。因此，与 Gr 数较大时的结果不同， Gr 较小时，初始位置在中心线上方和下方的颗粒最终平衡不同。在热对流条件下，无论初始位置如何，颗粒最终能否在同一位置(管道下方)达到平衡状态有一个临界的 Gr 数，即 Gr_c ，由上面的结果我们可以判断出在 $1.5 < Gr_c < 2$ 的范围内。当 $Gr < Gr_c$ 时，初始位于管道上方的颗粒都在中心线上侧达到平衡，初始位于管道下方的颗粒都在中心线下侧达到平衡，且两个平衡位置不对称；而 $Gr > Gr_c$ 时，颗粒初始放于管道中任何位置，都将在管道中心线下方的同一位置达到平衡。

同时，我们还注意到，在 $Gr = 1$ 时，初始位于管道上侧的颗粒最终平衡位置在 $H = 0.705L$ ，最终的颗粒雷诺数 $Re = 7.32$ ，而 $Gr = 1.5$ 时，同样放置的颗粒最终平衡在 $H = 0.67L$ ，最终雷诺数 $Re = 7.96$ 。可以看出，这两种情况最终的平衡位置都比等温条件下的结果更接近管道中心线，平衡状态时的颗粒雷诺数也比等温时的结果要大。在 $Gr < Gr_c$ 的范围内，对于初始位于管道上方的颗粒，其 Gr 越接近 Gr_c ，其最终平衡位置就越接近管道中心线，最终颗粒雷诺数也越大，当 $Gr = Gr_c$ 时，冷颗粒将刚好在管道中心线达到平衡，颗粒最终雷诺数也达到最大值。

上面是我们对管道流中冷颗粒运动过程的研究，由于中性颗粒的重力与浮力相平衡，因此在相同的 Gr 数下，热颗粒的受力与冷颗粒受力大小相等、方向相反，热颗粒的运动过程也就与相同条件下的冷颗粒的运动类似，其最终平衡位置与相同条件下的冷颗粒的平衡位置刚好关于管道中心线对称，而最终雷诺数与冷颗粒的结果则相等。

5 热对流条件下双颗粒的沉降

在上一章中，我们研究了热对流条件下的颗粒悬浮流问题，结果发现热对流对颗粒的运动有着很大的影响，无量纲参数 Gr 表征热对流强度的大小，不同的 Gr 数下的结果也有着明显差异。本章中，我们将在此基础上，进一步研究热对流条件下的双颗粒沉降。在双颗粒沉降的研究中，大部分都还仅限于等温条件下的问题，少部分学者对两个温度相同的颗粒沉降进行过研究^[26]，而对于两个不同温度的颗粒的沉降目前还未出现在公开的文献中，而对于两温度不同的颗粒的沉降问题的研究，不仅与现实生活、生产密切相关，更可以用于基本理论的建立。本章我们将研究雷诺数 Re 在两温度相同的颗粒的沉降过程中的作用，并开创性的研究两个不同温度的颗粒的沉降问题。在本章的模拟中，颗粒的作用力计算和流体粒子的受力情况与上一章中热对流条件下的单颗粒悬浮流问题相同。

本章所研究的问题如下：两个相同直径的颗粒在长管道中静止释放，初始位置如图 5.1 所示，初始位于上方的用 $P1$ 表示，下方的用 $P2$ 表示，管道宽度 $L = 4d$ ， $P1$ 初始位置时圆心离右侧管壁一个直径 d ， $P2$ 初始位置时圆心离左管壁 $1.8d$ ， $P1$ 与 $P2$ 的圆心竖直方向上的初始距离为 $3d$ ，左右管壁定温，初始时流体温度与管壁等温。

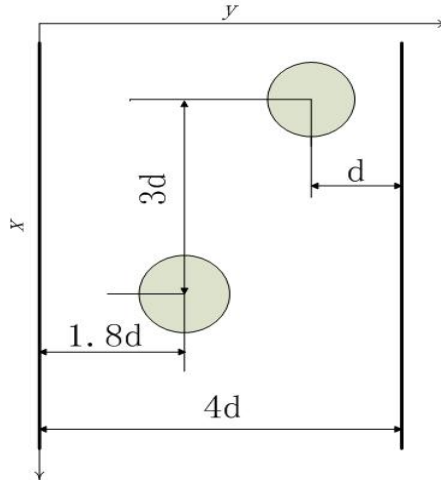


图 5.1 双颗粒沉降示意图

边界条件与前述单颗粒沉降的条件相同。在无热对流情况下，两颗粒会发生拖曳、接触、翻转现象（DKT），很多学者都对这类现象进行过研究。如刘汉涛等用 ALE 方法模拟了固定 Gr 数和固定 ν (即固定 Re) 情况下两等温颗粒分别在等温、冷、热流体中的沉降^[26]。但是，DKT 现象与 Re 有很强的依赖关系，即使在等温情况下，不同 Re 下的 DKT 现象也有显著不同。从式

4.13 和 4.14 两式可以看出, 计算过程中参考速度 U_{ref} 保持不变, 而较大的 Re_{ref} 代表着较小的粘性系数 ν 。 ν 越小, 颗粒受到的阻力越小, 其真实沉降雷诺数 Re 将越大, 即较大 Re_{ref} 代表着较大的 Re 。本文将进一步考虑不同 Re 下双颗粒的沉降, Gr 固定为 142, $P1$ 和 $P2$ 的温度分别为 T_{s1} 和 T_{s2} , 流体温度为 $T_f = 0$, 并分以下几种工况来分析热对流对颗粒沉降的影响:(1) $T_{s1} = T_{s2} = -1$; (2) $T_{s1} = T_{s2} = 1$; (3) $T_{s1} = 1, T_{s2} = -1$; (4) $T_{s1} = -1, T_{s2} = 1$; (5) $T_{s1} = -1, T_{s2} = 0$; (6) $T_{s1} = 1, T_{s2} = 0$; (7) $T_{s1} = 0, T_{s2} = -1$; (8) $T_{s1} = 0, T_{s2} = 1$ 。把这八种存在热对流的工况与等温颗粒即(0) $T_{s1} = T_{s2} = 0$ 的工况进行比较分析。

5.1 参考雷诺数 $Re_{ref} = 25$ 时的双颗粒沉降轨迹

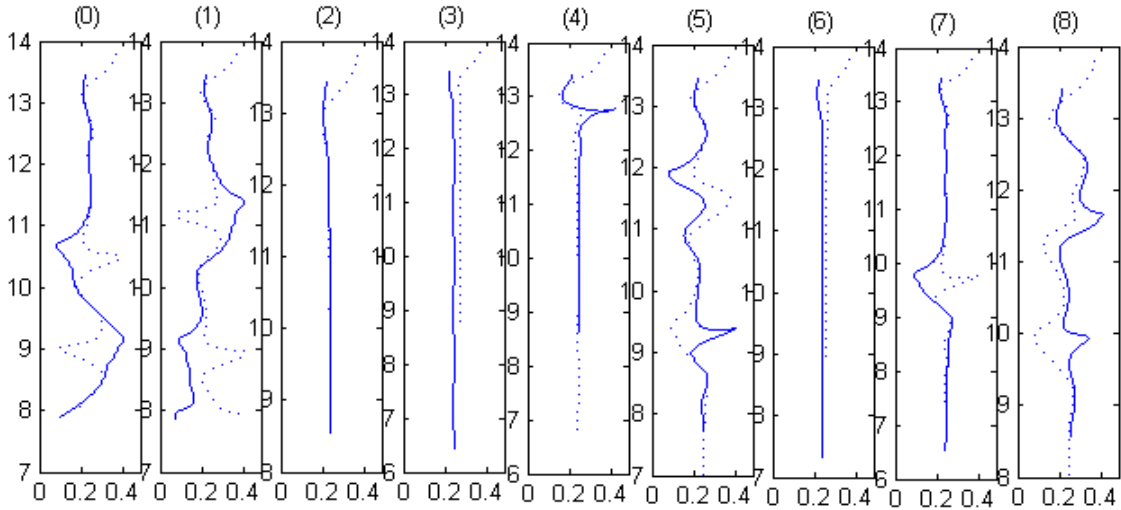


图 5.1.1 $Re_{ref} = 25$ 时双颗粒在管道中的运动轨迹

首先考查 $Re_{ref} = 25$ 情况, 图 5.1.1 是在上述 9 种工况下的双颗粒在 $Re_{ref} = 25$ 时的沉降轨迹, 描述了两颗粒在管道中的运动情况, 虚线代表 $P1$, 实线代表 $P2$ 。可以看出, 工况(2)即两热颗粒条件下, 没有发生 DKT 现象, 两颗粒都沿管道中心沉降; 工况(3)和(6)都是热颗粒在上方, 它们的运动规律相似, 两颗粒分别运动到管道中心线两侧附近以不同的高度沉降, 图 5.1.2 给出了不同雷诺数时工况(3)在 $t_{ref} = 25$ 和 $t_{ref} = 40$ 时的涡量图, 在 $Re_{ref} = 25$ 时, 两颗粒的距离随时间越来越远, 并且由于在雷诺数较小时, 热对流对颗粒的影响较大, 导致颗粒偏离中心线沉降。其它几种工况下, 包括工况(0)、(1)、(4)、(5)、(7)、(8)中两颗粒都发生了不稳定的运动, 有不同程度的拖曳和接触现象 (drafting and kissing, DK), 但都不够明显, 其中工况(4)在发生

了一次 DKT 后冷颗粒位于热颗粒下方都沿中心线稳定沉降。在本文中，若两颗粒只发生拖曳和接触而没有发生翻滚过程，那么我们称之为 DK 现象，如果不能确定是否发生翻转过程时，我们都先称之为 DK 现象。

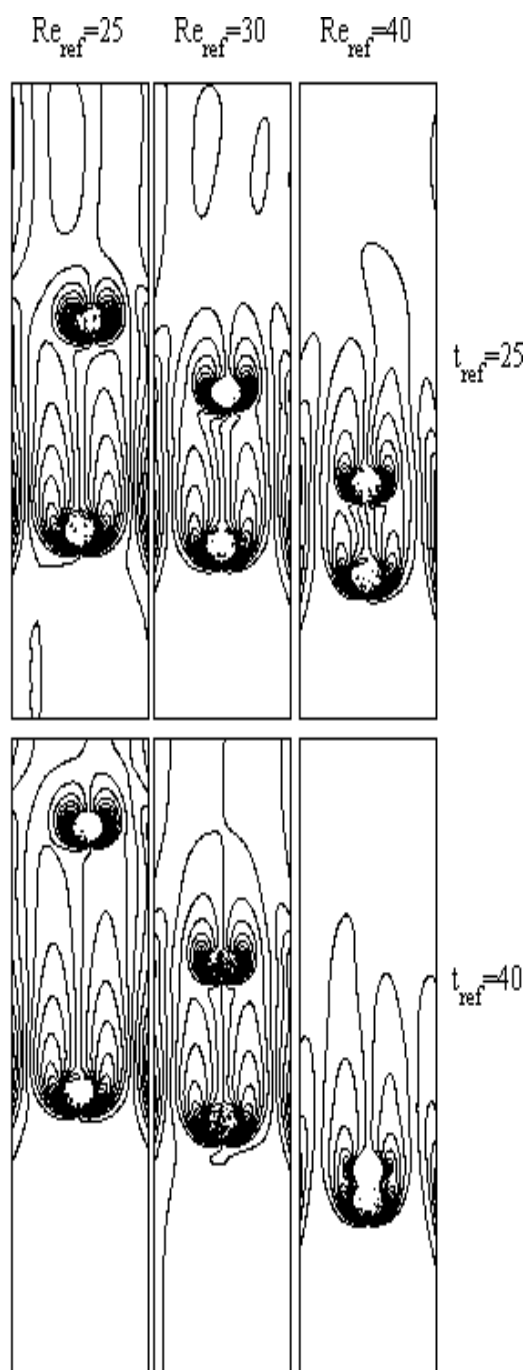


图 5.1.2 工况(3)不同时刻的涡量

5.2 参考雷诺数 $Re_{ref} = 30$ 时的双颗粒沉降轨迹

$Re_{ref} = 30$ 时的计算结果在图 5.2.1 中给出。可以发现，随着 Re 的增大，工况(2)即两热颗粒条件下，后颗粒追赶上前颗粒后，两颗粒以一定的振幅左右摇摆同时向下沉降，这是因为下

方颗粒的尾部形成的向上的羽流吸引了上方的颗粒，从而作为一个整体运动。工况(3)和(6)的运动规律与 $Re_{ref} = 25$ 时相似，不同的是两颗粒都沿管道中心线沉降，因为 Re 变大使得热对流对颗粒运动的影响已较小。从图 5.1.2 可以发现，工况(3)中两颗粒的相互作用变得更为强烈，位于上方的热颗粒在冷颗粒产生的尾涡作用下比 $Re_{ref} = 25$ 时沉降的更快。其它几个工况下两颗粒的 DK 现象较为明显，也正是因为随着 Re 的增大，下方的颗粒沉降速度变大，产生了涡脱落使上方的颗粒在压力差作用下追赶处于下方的颗粒，从而发生更为明显的 DK 现象。

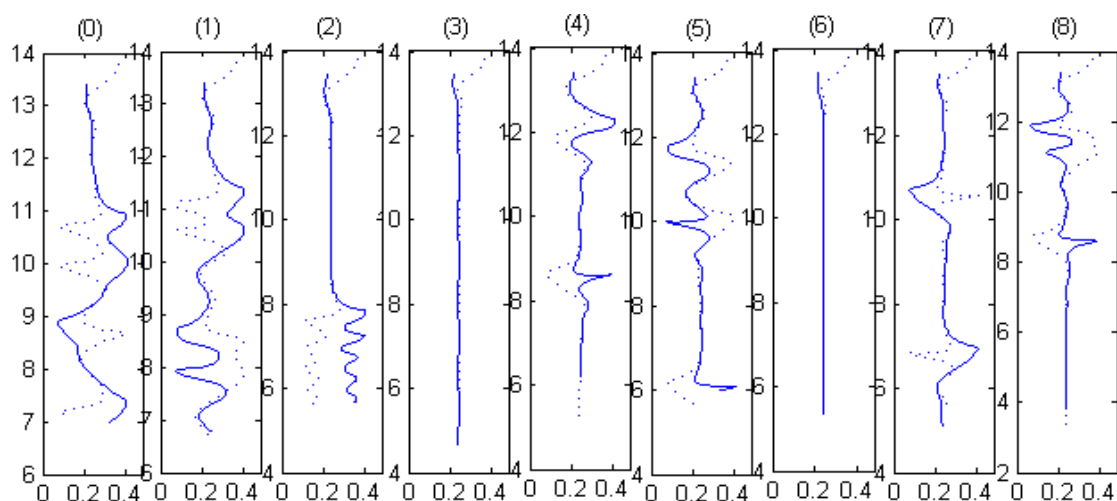


图 5.2.1 $Re_{ref} = 30$ 时双颗粒在管道中的运动轨迹

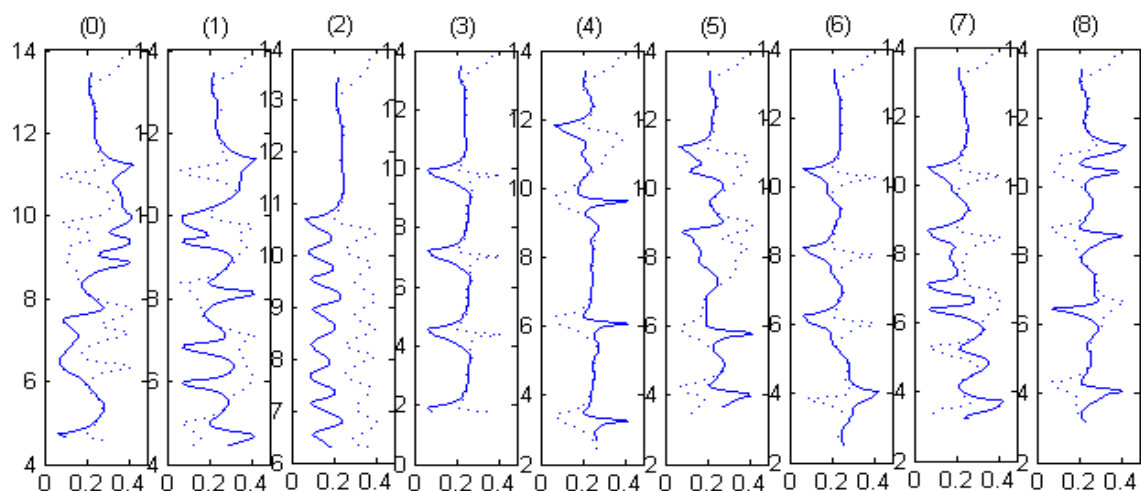


图 5.3.1 $Re_{ref} = 40$ 时双颗粒在管道中的运动轨迹

5.3 参考雷诺数 $Re_{ref} = 40$ 时的双颗粒沉降轨迹

$Re_{ref} = 40$ 时的计算结果在图 5.3.1 中给出。可以看出，在 $Re_{ref} = 40$ 时，工况(2)的运动规

律与 $Re_{ref} = 30$ 相似，两热颗粒以相同的运动方式在管道中心线做摆动沉降，不同之处在于由于 Re 的增大使得拖曳过程变得更短。此时，由于雷诺数的进一步增大，其它 8 种工况下，包括两热颗粒的工况下双颗粒都发生了周期性的 DK 现象，并且这种现象发生的更为频繁。从图 5.1.2 可以看出，此时工况(3)中的两颗粒与前两种工况有明显的差别，两颗粒的相互作用进一步加剧，在 $t_{ref} = 40$ 时已发生接触。我们还发现，对工况(3)~(8)(即颗粒温度不同),在相同的时间内颗粒沉降更快。

5.4 双颗粒发生 DK 现象和 DKT 现象的规律

为了进一步分析两颗粒的运动情况，图 5.4.1 图 5.4.2 分别给出了几种情况下两颗粒中心距和纵坐标的变化情况， D 为两颗粒的中心距， r 为颗粒半径，图中纵坐标为 D/r 。在图(a)中，当纵坐标约为 2 时就表明两颗粒已发生接触，横坐标为无量纲时间 $t_{ref} = t * U_{ref} / d$ ，当 $Re_{ref} = 30$ 和 $Re_{ref} = 30$ 时工况(2)两热颗粒会有一次 DK 过程，然后相对位置在一定的范围内小幅波动，即两颗粒作为一个整体运动； $Re_{ref} = 25$ 时，两颗粒不发生拖曳现象，中心距随时间越来越大。图 5.4.1(b)中工况(3)下两颗粒只有在 $Re_{ref} = 40$ 时会发生周期性的 DK 现象，从图 5.4.2(a)中可以此时看出后颗粒始终位于前颗粒上方，说明两颗粒未能发生翻转。图 5.4.1(c)中可以看出，工况(4)两颗粒在 $Re_{ref} = 40$ 时发生了周期性的 DK 现象,结合图 5.4.2(b)可以看出，第一次接触后两颗粒发生了翻转完成了 DKT 过程，而后只发生 DK 过程，并且随着 Re 的变小，DK 过程越难发生，而 $Re_{ref} = 25$ 时只发生一次 DK 现象。在单颗粒的研究中，我们已发现热颗粒沉降速度慢，冷颗粒沉降速度快的特点，Feng^[24]在文章中也同样指出这个特点。在工况(3)下即热颗粒在上方，即使发生 DK 现象，热颗粒也不会翻转到冷颗粒下方；在工况(4)下即冷颗粒在上方，由于冷颗粒沉降快，故第一次发生 DK 现象后会继续发生翻转现象，完成 DKT 过程，而随后只发生 DK 现象而不会再翻转，冷颗粒最终会位于热颗粒下方运动，因此可以推断工况(4)下 $Re_{ref} = 25$ 时发生了完整的 DKT 过程。

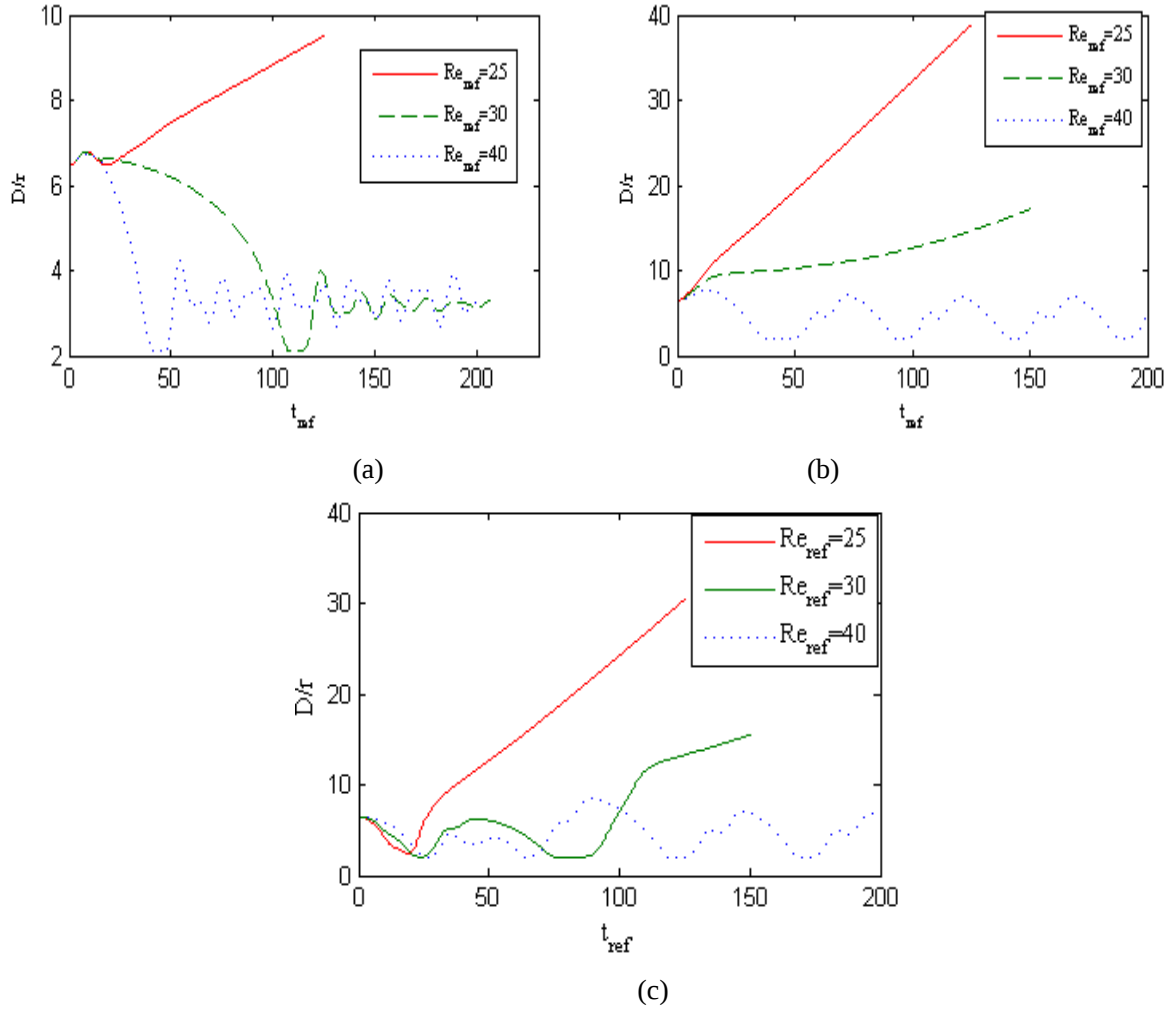


图 5.4.1 不同 Re_{ref} 下两颗粒的距离随时间的变化。(a)工况(2); (b)工况(3); (c)工况(4)。

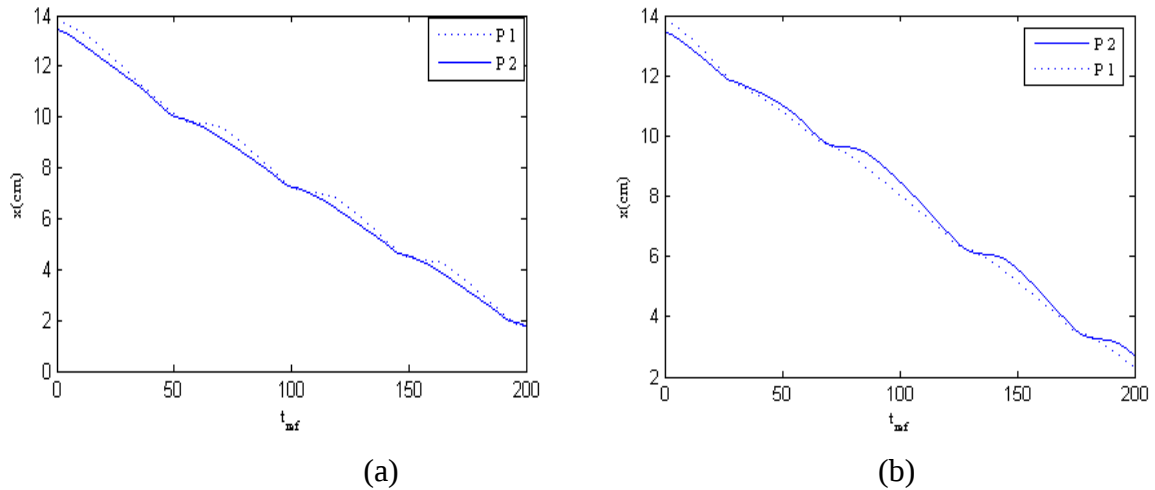


图 5.4.2 $Re_{ref} = 40$ 时两颗粒的纵坐标随时间的变化。(a)工况(3); (b) 工况(4)。

从图 5.1.1、5.2.1、5.3.1 整体来看, Re 越大, 两颗粒运动越不稳定, DKT 现象越容易发生。同时, 若热颗粒在冷颗粒上方, 由于热颗粒沉降速度慢, 则难以追上冷颗粒, 即不会发生

DK 现象,但是从模拟结果中我们发现,在固定的 Gr 下,当 Re 较小时,热颗粒确实无法追上冷颗粒且两颗粒距离不断拉大,而当 Re 较大时,热颗粒会追上冷颗粒,虽然不会发生翻转,但会有周期性的 DK 现象。因此,在有热对流时,两热颗粒的 DK 现象是 Re 与 Gr 竞争的结果,普遍认为的两热颗粒不会发生 DK 现象,其实只是在 Re 较小时的特殊情况,当 Re 足够大时,两热颗粒仍然会发生 DK 现象。

从上述的现象以及分析中,我们可以得以下结论:

1) 颗粒的运动受两种对流的影响,即强制对流和热对流,雷诺数 Re 和格拉晓夫数 Gr 的大小分别代表了强制对流和热对流的强度, Re 越大,两颗粒越不稳定而不断处于分离工况,此时更容易发生 DKT 现象。

2) 在某些工况例如两冷颗粒即工况(1)中,热对流会加剧两颗粒运动不稳定性,从而发生更为频繁的 DKT 现象;而在其它工况如两热颗粒即工况(2)中热对流将减小这种不稳定性,也就是 DKT 现象难以发生,此时 Re 与 Gr 处于竞争关系,只有在足够大的 Re 下颗粒才会发生 DKT 现象。

3) 若初始时冷颗粒在上热颗粒在下,则会首先发生一次完整的 DKT 过程,在较大的 Re 下将继续发生 DK 过程,否则冷颗粒将以较大的速度沉降。若初始时热颗粒在上冷颗粒在下,在较大的 Re 下两颗粒将发生连续的 DK 过程,否则冷颗粒将以较大的速度沉降。即不管初始位置如何,冷颗粒最终将位于热颗粒下方运动。

6 全文总结及展望

6.1 全文总结

颗粒悬浮流在自然界和人类社会生活中广泛存在, 对这类问题的研究有着重要的意义。从流体与颗粒相互作用的层面上研究颗粒悬浮流, 能够让我们从物理本质和机理上更加了解这类问题。为了与实际物理现象更加接近, 本文利用格子 Boltzmann 方法对热对流条件下的颗粒沉降问题进行了数值模拟, 着重研究了热对流对颗粒运动的影响, 并首次对热对流条件下的管道中性颗粒流以及两个不同温度的颗粒的沉降过程进行了研究。本文所做的工作以及得出的结论如下:

- 1) 首先我们使用 Guo 的非平衡态外推法、Cook 的沉浸边界方法以及 Ladd 的方法分别对等温条件下的颗粒沉降进行了模拟。单个圆颗粒的沉降表明三种方法的结果都与文献中的结果相符, 验证了三种方法的正确性; 双颗粒的沉降过程发生了 DKT 现象, 而使用 Ladd 方法得到的轨迹与文献的结果更接近, 而且计算量也较小, 边界处理较简单; 对单个椭圆的沉降过程进行了模拟, 发现椭圆颗粒最终以长轴与水平线平行的状态沿管道中心线附近摆动沉降。
- 2) 然后我们双分布函数模型模拟了热对流条件下的单颗粒悬浮流。
 - a) 在空腔内偏心放置的热圆柱产生的自然对流的结果中, 等温线、流线、冷壁面的努塞尔数 Nu 都与文献的结果相符, 表明我们所采用的模型对处理热对流条件下静止边界问题时的正确性;
 - b) 对单个冷颗粒、热颗粒在管道中的沉降过程进行了模拟, 得出在不同格拉晓夫数 Gr 时的沉降轨迹、最终颗粒雷诺数与文献相符, 表明本模型对处理热对流条件下动边界的正确性, 我们还发现在相同条件下热颗粒总比冷颗粒的沉降速度小, 这是因为冷颗粒时热对流方向向下, 对颗粒有向下的作用力, 而热颗粒时热对流向上, 对颗粒有向上的作用力, 颗粒偏离中心线沉降是热对流与强制对流相互作用的结果;
 - c) 单个冷椭圆颗粒、热椭圆颗粒的沉降进行了模拟, 结果表明冷颗粒速度较等温条件下的结果要大, 沉降轨迹与初始放置的位置有关, Gr 较小时颗粒最终沿中心线沉降并有小幅振动; Gr 较大时竖直放置的冷颗粒最终偏离中心线, 水平放置的冷

颗粒则一直沿中心线沉降；对于热椭圆颗粒，在 Gr 较小时颗粒最终都沿中心线附近运动，而 Gr 较大时热颗粒则会偏离中心线运动到管道一侧以固定振幅摆动并同时沉降。

- d) 对管道流中的中性颗粒(密度与流体密度相同)的运动进行了模拟，在等温条件下，颗粒最终平衡位置都在离管壁 0.264 倍管径的距离，验证了 Segré-Silberberg 效应。

对于冷颗粒，当 $Gr < Gr_c$ 时放置于管道中心线上方的颗粒随着 Gr 增大最终平衡位置逐渐靠近中心线但不会运动下管道下侧，颗粒雷诺数也大于等温时的结果，而放置于管道中心线下方的颗粒最终都在靠近下管壁的另一位置达到平衡，且该位置比等温时离管壁更近；当 $Gr > Gr_c$ 时，无论初始颗粒位于管道上侧还是下侧，最终都将在靠近下管壁的另一位置达到平衡，且这一位置也比等温时的结果更靠近管壁，并计算出冷颗粒平衡时离管壁最近的距离为 1.6 倍管径。热颗粒与冷颗粒时受力则相反，平衡位置也与冷颗粒关于管道中心线对称。

- 3) 对热对流条件下的双颗粒沉降进行了模拟，在不同雷诺数条件下考虑了两个温度不同的颗粒在流体中的沉降，分为 8 种工况与等温下双颗粒的沉降进行了比较，并得出以下结论：

- a) 颗粒的运动受两种对流的影响，即强制对流和热对流，雷诺数 Re 和格拉晓夫数 Gr 的大小分别代表了强制对流和热对流的强度， Re 越大，两颗粒越不稳定而不断处于分离工况，此时更容易发生 DKT 现象。
- b) 在某些工况例如两冷颗粒即工况(1)中，热对流会加剧两颗粒运动不稳定性，从而发生更为频繁的 DKT 现象；而在其它工况如两热颗粒即工况(2)中热对流将减小这种不稳定性，也就是 DKT 现象难以发生，此时 Re 与 Gr 处于竞争关系，只有在足够大的 Re 下颗粒才会发生 DKT 现象。
- c) 若初始时冷颗粒在上热颗粒在下，则会首先发生一次完整的 DKT 过程，在较大的 Re 下将继续发生 DK 过程，否则冷颗粒将以较大的速度沉降。若初始时热颗粒在上冷颗粒在下，在较大的 Re 下两颗粒将发生连续的 DK 过程，否则冷颗粒将以较大的速度沉降。即不管初始位置如何，冷颗粒最终将位于热颗粒下方运动。

6.2 工作展望

从目前的工作来看，格子 Boltzmann 方法在热对流条件下的悬浮颗粒运动问题上表现出了

较高的精度、较少的计算量等优势，能够从颗粒边界上的细节信息体现热对流对颗粒运动的影响，便于从物理本质上对非等温条件下的颗粒运动进行深入研究。本文在热对流条件下悬浮颗粒的运动规律上取得了一定的成果，在理论上为流固两相流的研究提供了可参考的数据，同时也可以作为实际工程应用提供理论依据，但是本文的研究还远远不够，热对流条件下悬浮颗粒的运动较为复杂，还有很多问题值得进一步探讨：

- 1) 椭圆颗粒在热对流条件下的沉降表现出丰富的现象，其运动规律与圆颗粒沉降有着相似性，在不同的 Gr 数范围内有不同的现象，可以对现象依据 Gr 进行归纳；同时椭圆颗粒的沉降受壁面影响较大，可以进一步对不同宽度的管道中的运动进行分析。
- 2) 本文对中性颗粒在水平方向的管道流中的运动进行了细致研究，发现热对流在竖直方向对颗粒运动有影响，我们可以进一步模拟中性颗粒在竖直方向的管道流中的运动，分析其运动规律和原理。
- 3) 本文研究了八种热对流条件下的双颗粒沉降，在雷诺数较大时只有两热颗粒的工况没有发生拖曳和接触现象，可以进一步验证随着雷诺数的增大，两热颗粒最终也会发生拖曳和接触现象。

致谢

在本文即将完成之际，回想在这两年多的硕士生涯中，有过惊恐和压力，也有过迷茫和徘徊，但是在导师和课题组的同学们的耐心指导和帮助下，也经过自己的不断努力，最终重拾了信心，顺利完成了科研任务。在此，我向所有在硕士期间对我帮助和关怀的前辈和朋友们致以最诚挚的感谢和祝福。

首先，感谢我的导师郭照立教授。郭老师在学术上有着很高的成就，专业知识功底深厚，知识面极广，科研态度踏实严谨，现在依然不断发现和解决新的问题，勇攀高峰，在郭老师的影响下我深感触，得到不少启发和教训，使我能在学习和科研上能够不骄不躁，能够沉下心来做好自己的事情；在为人方面，郭老师品质高尚、为人师表、以身作责，他从不摆架子，总是热情指导学生提出的每个问题，而且在生活上给予了我们很大的帮助，关心着我们的日常生活和学习。郭老师严谨的科研作风和亲切的待人态度感染着课题组的每个人，使整个课题组充满着和谐欢乐而不失踏实的学术气氛。在此，祝福郭老师全家身体健康、幸福美满。

其次，我要感觉我们的大师兄王亮博士和课题组的各位兄弟姐妹。王亮师兄与郭老师有着很大的相似之处，学术上踏实认真，为人也真诚亲切，从我进入课题组时师兄就耐心指导着每个不懂的地方，而且对我的科研进度进行规划，让我能够一步步向前迈进。我还要感谢殷志武同学，他与我同门而且也在同一寝室，在学习和科研上进我有很大帮助，我们不断讨论共同进步。同时，感谢组内的各位同学，他们是：娄钦、徐自勉、刘高杰、杨康、孟旭辉等等，在学习上的困难之处总能有他们伸出温暖的手，让我的学习一路平坦。在此也祝福各位在学习科研上进上一层楼。

感谢我的父母和姐姐在生活上的支持和理解，父母养育我们姐弟，良好的家庭教育使我们两都顺利攻读硕士学位，你们永远是我坚强的后盾。

最后感谢各位评审，你们在百忙之中评阅我的论文，使我们的答辩能够顺利进行！

毛威

2012 年 12 月

参考文献

- [1] Jianhua Lu, Haifeng Han, Zhaoli Guo, et al. A numerical study of fluid flow pass two heated square cylinders in tandem arrangement via lattice Boltzmann method.2012(submitted)
- [2] Sheng Chen, Jing Li, Haifeng Han, et al. Effects of hydrogen addition on entropy generation in ultra-lean counter-flow methane-air premixed combustion. International Journal of Hydrogen Energy,2010,35:3891-3902
- [3] Liu Yaming, Liu Zhaohui, Han Haifeng, et al. Scalar statistics along inertial particle trajectory in isotropic turbulence. Chines Physics Letter,2009,26(6):064402
- [4] Patankar N A, Huang P Y, Ko T, et al. Lift-off of a single particle in Newtonian and viscoelastic fluid by direct numerical simulation. Journal of Fluid Mechanics,2001,438:67-100
- [5] Ladd A. J. C. Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 1.Theoretical foundation. Journal of Fluid Mechanics,1994,271:285-309
- [6] Ladd A. J. C. Numerical simulations of particulate suspensions via a discretized Boltzmann equation. Part 2.Numerical results. Journal of Fluid Mechanics,1994,271(1):311-339
- [7] Mandujano F, Rechtman R. Thermal levitation. Journal of Fluid Mechanics,2008,606:105-114
- [8] O. Filippova, D. Hänel. Lattice-Boltzmann simulation of gas-particle flow in filters. Comput. Fluids,1997,26:697-712
- [9] U. Lantermann, D. Hänel. Particle Monte Carlo and lattice-Boltzmann methods for simulations of gas-article flow. Comput. Fluids,2007,36:407-422
- [10] S. Chen, B. C. Shi, Z. H. Liu, et al. Lattice Boltzmann simulation of particle-laden flow over a backward-facing step. Chinese Phys.,2004,13:1657-1664
- [11] A. Masselot, B. Chopard. A lattice Boltzmann model for particle transport and deposition. Europhys. Lett.,1998,42:259-264
- [12] A Dupuis, B. Chopard. Lattice gas modeling of scour formation under submarine pipelines. J. Comput. Phys.,2002,178:161-174
- [13] C. K.Aidun, Y. N. Lu. Lattice Boltzmann simulation of solid particles suspended in fluid. J. Stat. Phys.,1995,81:49-61
- [14] C. K. Aidun, Y. N. Lu, E. Ding. Direct analysis of particulate suspensions with inertia using the discrete Boltzmann equation. J. Fluid Mech.,1998,373:287-311

- [15] T. Inamuro, M. Yoshino, F. Ogino. A non-slip boundary condition for lattice Boltzmann simulations. *Phys. Fluids*,1995,1:2928-2930
- [16] P. Lallemand, L. S. Luo. Lattice Boltzmann method for moving boundaries. *J. Comput. Phys.*,2003,184:406-421
- [17] Noble D, Torczynski J. A lattice-Boltzmann method for partially saturated computational cells. *International Journal of Modern Physics C-Physics and Computer*,1998,9(8):1189-1202
- [18] Cook BK. A numerical framework for the direct simulation of solid-fluid systems.[PhD Thesis][D]. Cambridge: Massachusetts Institute of Technology, 2001.
- [19] Cook BK, Noble DR, Williams JR. A direct simulation method for particle-fluid systems. *Engineering Computations: Int J for Computer-Aided Engineering*,21,2004,2(3): 151-168
- [20]Gan H, Chang J, Feng J. J,et al. Direct numerical simulation of the sedimentation of solid particles with thermal convection. *Journal of Fluid Mechanics*,2003, (481):385-441
- [21]Gan H, Feng J. J, Hu H. H. Simulation of the sedimentation of melting solid particles. *International Journal of Multiphase Flow*,2003,29:751-769
- [22]Yu Z, Shao X, Wachs A. A fictitious domain method for particulate flows with heat transfer. *Journal of Computational Physics*,2006,271:424-452
- [23]Dan C, Wachs A. Direct Numerical Simulation of particulate flow with heat transfer. *International Journal of Heat and Fluid Flow*,2010,31:1050-1057
- [24]Feng Z. G, Michaelides E. E. Inclusion of heat transfer computations for particle laden flows. *Physics of Fluids*,2008,20:040604
- [25]刘汉涛, 仝志辉, 安康, 等.溶解与热对流对固体颗粒运动影响的直接数值模拟.物理学报,2009,58(9)
- [26]刘汉涛, 常建忠, 安康, 等.热对流条件下双颗粒沉降的直接数值模拟.物理学报,2010, 59(3)
- [27]GuoZ. L.,ZhengC. G.,ShiB. C.Non-equilibrium extrapolation method for velocity and pressure boundary conditions in the lattice Boltzmann method. *Chinese Physics*, 2002, 11(4):366-374
- [28] Kang S K, Hassan Y. A. A direct-forcing immersed boundary method for the thermal lattice Boltzmann method. *Computers & Fluids*,2011,49:36-45
- [29] J. Hardy, Y. Pomeau, O. de Pazzis. Time evolution of a two-dimensional classical lattice system.

Phys. Rev. Lett.,1973,31:276-279

[30] J. Hardy, Y. Pomeau, O de Pazzis. Time evolution of two-dimensional model system I : Invariant states and time correlation functions. Math. Phys.,1973,14:1746-1759

[31] G. R. McNamara, G. Zanetti. Use of the Boltzmann equation to simulate lattice gas automata. Phy. Rev. Lett.,1988,61:2332-2335

[32] F. Higuera, S. Succi S, R. Benzi. Lattice gas dynamics with enhanced collisions. Europhys. Lett.,1989,9:345-349

[33] S. Chen, H. Chen, D. O. Martine, et al. Lattice Boltzmann model for simulation of magnetohydrodynamics. Phys. Rev. Lett.,1991,67:3776-3779

[34] J. Koelman. A simple lattice Boltzmann scheme for Navier-Stokes fluid flow. Europhys. Lett.,1991,15:603-607

[35] Y. Qian, D. d'Humières, P. Lallemand. Lattice BGK models for Navier-Stokes equation. Europhys. Lett.,1992,17:479-484

[36] Z. L. Guo, C. G. Zheng, B. C. Shi. An extrapolation method for boundary conditions in lattice Boltzmann method. Phys. Fluids,2002,14:2007-2010

[37] 龚帅, 郭照立. 流向振荡圆柱绕流的格子 Boltzmann 方法模拟. 力学学报, 2011, 43(1)

[38] Feng J, Hu H. H, Joseph D. D. Direct simulation of initial value problems for the motion of solid bodies in a Newtonian fluid Part 1. Sedimentation. Journal of Fluid Mechanics, 1994, 261: 95-134

[39] Aidun C K, Ding E J. Dynamics of particle sedimentation in a vertical channel: Period-doubling bifurcation and chaotic state. Physics of Fluids, 2003, 15(6): 1612-1621

[40] Nie D. M, Lin J. Z. A LB-DF/FD Method for Particle Suspensions. Commun. Comput. Phys, 2010, 7(3): 544-563

[41] Xia Z. H, Connington K. W, Rapaka S, et al. Flow patterns in the sedimentation of an elliptical particle. Journal of Fluid Mechanics, 2009, 625: 249-272

[42] Chen Xing, Lam Y. C, Wang Zhiying. Non-isothermal analysis of concentrated suspension slip flow with particle migration. Composites Science and Technology, 2008, 68: 398-409

[43] H. Chen, S. Chen and W. Matthaeus. Recovery of the Navier-Stokes equations through a lattice gas Boltzmann equation method. Phys. Rev. A, 1992, 45: 5339-5342

[44] Y. Shi Y, T. S. Zhao, Z. L. Guo. Thermal lattice Bhatnagar-Gross-Krook model for flows with

viscous heat dissipation in the incompressible limit. Phys. Rev. E.70,2004,066310

[45] Ting Zhang, Shi Baochang, Guo Zhaoli, et al. General bounce-back scheme for concentration boundary condition in the lattice-Boltzmann method. Physical Review E, 2012, 85, 016701

[46] 赵颖, 季仲贞, 冯涛. 用格子 Boltzmann 模型模拟垂直平板间的热对流. 物理学报. 2004, 53(3)

[47] J. Z. Chang, H. T. Liu, T. X. Su, et al. Direct numerical simulation of particle sedimentation in two-phase flow under thermal convection. International Journal of Computational Methods. 2011, 8(4):851-861

[48] SEGRÉ G, SILBERBERG A. Radial Particle Displacements in Poiseuille Flow of Suspensions. Nature. 1961, 189(4760):209-210