

国内图书分类号:TK123
国际图书分类号: 621.1.016.7

学校代码:10213
密级: 公开

工学博士学位论文

气溶胶粒子光学常数的实验研究及 辐射传输的数值模拟

博士研究生: 王希影

导师: 阮立明

申请学位: 工学博士

学科: 工程热物理

所在单位: 能源科学与工程学院

答辩日期: 2012年5月

授予学位单位: 哈尔滨工业大学

Classified Index: TK123

U.D.C: 621.1.016.7

Dissertation for the Doctoral Degree in Engineering

**EXPERIMENTAL STUDY ON OPTICAL CONSTANTS
OF AEROSOL PARTICLES AND NUMERICAL
SIMULATION OF RADIATIVE TRANSFER**

Candidate:	Wang Xiying
Supervisor:	Prof. Ruan Liming
Academic Degree Applied for:	Doctor of Engineering
Speciality:	Engineering Thermophysics
Affiliation:	School of Energy Science and Engineering
Date of Defence:	May, 2012
Degree-Conferring-Institution:	Harbin Institute of Technology

摘要

气溶胶粒子广泛存在于自然界中，如尘埃、烟粒、微生物、植物的孢子和花粉等，气溶胶粒子不仅影响人类的健康，还可以导致天气和气候的变化。气溶胶粒子对来自太阳短波辐射和地球的长波辐射产生吸收和散射作用，从而影响地-气系统的辐射能量平衡。因此，气溶胶粒子辐射问题的研究对大气光学、大气辐射学、气候学、环境医学及生态学等学科来说，都有重要意义。在此背景下，本文开展了含气溶胶粒子介质内辐射传输理论及数值求解方法的研究；探讨了准直光入射和漫射光入射时气溶胶粒子系的红外光谱透射特性；并在此基础上建立了气溶胶粒子光学常数反演模型，即通过实验测量得到气溶胶粒子系的红外透射率，然后结合 Mie 理论和 K-K 关系式反演得到气溶胶粒子的等效光学常数；最后，针对典型的气溶胶粒子系—云层计算了其红外辐射特性。

首先，建立了求解二维线性各向异性散射参与性介质内辐射换热问题的积分方程有限元法模型。模拟了各向异性散射介质在规则形状和非规则形状几何体的辐射传输，考察了散射相函数、反照率和壁面发射率对边界出射辐射强度及热流的影响。对于复杂的各向异性散射问题，在详细分析二维球谐函数法（ P_1 和 P_3 近似）的基础上，建立了基于 P_1 和 P_3 近似的球谐函数有限差分模型。在进一步的研究中，将 P_1 与有限元法结合发展了球谐函数有限元法，并将球谐函数有限元法推广应用于求解二维非规则参与性介质的辐射换热问题。

其次，基于完整的辐射传输方程建立了准直光入射和漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算模型。在 P_1 近似基础上发展了求解气溶胶粒子系红外透射特性计算的 MDA 法，并对气溶胶粒子系红外透射特性的影响因素（如粒子粒径、粒子形状、粒子浓度、粒子层厚度，探测角度）进行研究。通过研究获得了探测波段为 3-5 μm 和 8-12 μm 时水雾粒子红外隐身的最佳粒径。

基于以上分析，建立反演气溶胶粒子光学常数的透射法模型，即实验测量气溶胶粒子粒子系的红外透射率，然后结合 Mie 理论和 K-K 关系式反演气溶胶粒子的光学常数。实验测得多种粒子按不同体积百分比混合而成的混合粒子系的红外光谱透射率，然后将所测得的红外光谱透射率带入到反演模型中得到混合粒子的等效光学常数，结果表明混合粒子的等效光学常数介于各组分的光学常数之间。将有效介质理论计算结果与反演结果进行比较，有效介质理论的计

算结果与实验反演结果之间有一定的偏差，该偏差与各组分的体积比及混合方式有关。此外，对哈尔滨地区收集得到的气溶胶粒子，开展了等效光学常数的实验研究，结果表明哈尔滨地区气溶胶粒子的等效光学常数实部在 1.45 和 1.7 之间，而虚部在 0 和 0.3 之间。

针对典型的气溶胶粒子系-云层，依据第四章和第五章的计算方法和计算结果分别计算了含有不同类型气溶胶粒子的五种水云的辐射特性和红外透射特性，上述的五种水云分别为洁净水云、含有乡村型气溶胶粒子的水云、含有城市型气溶胶粒子的水云、含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云和沙尘暴天气时含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云。计算波长范围分别为 3-5 μm 和 8-12 μm 。

通过本文的研究，丰富和发展了辐射传输的数值计算方法；同时对气溶胶粒子系的红外辐射特性和透射特性及影响因素获得了较深入细致的认识，为气溶胶粒子光学常数的反演提供了理论依据；获得了基于实验测量气溶胶粒子红外透射率反演气溶胶粒子等效光学常数的模型。研究结果可为大气辐射传输、遥感探测等领域的研究提供参考依据。

关键词：气溶胶粒子；光学常数；积分方程有限元法；球谐函数有限元法；云层辐射传输模拟

Abstract

Aerosol particles are widespread in nature in forms of dust, smoke, microbes, spores, pollen and so on. Aerosol particles can not only affect human health, but also lead to changes in weather and climate. The direct impact aerosol particles have on weather and climate is reflected in its scattering and absorption of solar shortwave radiation and the Earth's longwave radiation, and thus affect the radiative balance of the earth-atmosphere system. Therefore, the study of aerosol particle radiation is of great significance to atmospheric optics, atmospheric radiation science, climatology, environmental medicine, ecology and other disciplines. In this paper, the systematical study on radiation transfer theory and numerical method for solving in participating media with aerosol particles have been presented. The infrared spectral transmittance characteristics of aerosol particles with collimated and diffuse incident irradiation are discussed. Based on transmittance of the aerosol particles from experiments, the inverse model to obtain the optical constant of aerosol particles is developed. The infrared radiative characteristics and atmospheric radiative transfer for a typical aerosol particle system, namely, cloud, are calculated.

Firstly, integral equation method and the integral equation finite element method are proposed to solve the radiative transfer within a two-dimensional participating media. The radiation transfer calculations in the anisotropic scattering media have been done for both regular and irregular enclosures. The influences of the scattering phase function, albedo, and the wall emissivity on the incident radiation intensity and heat flux are studied in the dissertation. Based on the analysis of the spherical harmonics method (P_1 and P_3), the finite difference model has presented for the participating media with complicated anisotropic scattering. Further research has been done using P_1 in conjunction with the finite element method to deal with the radiative heat transfer in two-dimensional participating media with regular and irregular enclosures.

Secondly, A computational model of the infrared transmission characteristics of the aerosol particle layer with collimated and diffuse incident irradiation is presented. On the basis of P_1 approximation, MDA method has been developed for solving the infrared transmission characteristics of the aerosol particle layer.

Influencing factors (such as particle size, particle shape, particle volume fraction, particle layer thickness, the detection angle) on infrared transmission characteristics of aerosol particle layer factors are studied in further research. The best infrared stealth diameter of water fog particles is obtained for the detecting waveband 3-5 μm and 8-12 μm .

Based on the analysis above, a transmission model is used to obtain the optical constants of aerosol particles. The infrared spectral transmittance of mixed particles which is a mixture of different types of aerosol particles can be measured by means of the experimental measurement. Combined with the Mie theory and K-K relationship, the equivalent spectral optical constants of the mixed particles have been inverted with the measured infrared spectral transmittance. It is shown that the equivalent optical constant of the mixed particles lies between the optical constants of each component. Comparing the inversion results with those are calculated by the effective medium theory, certain differences exist between them which have the relationship with the volume fractions and mixed mode for each component. Furthermore, the equivalent optical constant of aerosol particles collected in Harbin area is determined by the inverse model used in the present work. The real part of the equivalent optical constant of aerosol particles in Harbin area varies between 1.45 and 1.7, and the imaginary part between 0 and 0.3.

For the typical aerosol particles-cloud, the radiative properties and infrared transmission characteristics of water cloud and water clouds containing different types of aerosol particles are studied with the simulation method as shown in chapters 4 and 5. Five types water cloud are examined in the research, the clean water cloud, the water cloud with rural type aerosol particles, the water cloud with city type aerosol particles, the water clouds with aerosol particles from Harbin for sandstorms and the clear weather. The infrared transmission characteristics of water cloud have been calculated in 3-5 μm and 8-12 μm wavelength ranges.

With the investigations in this dissertation, the simulation methods for solving the radiative heat transfer in participating media are developed. The thorough researches have been done for infrared radiative properties of aerosol particles and their influencing factors. The research results prepare the ground for optical constant inversion of aerosol particles. A equivalent optical constants inversion model has been proposed based on experimental measurement of the infrared

transmittance of aerosol particles. The results can provide a reference for researches in the field of radiative transfer, remote sensing, etc.

Keywords: aerosol particles, optical constants, the integral equation finite element method, the spherical harmonics finite element method, radiative transfer simulation in cloud

目 录

摘 要	I
Abstract	III
目 录	VI
符号表	XII
第 1 章 绪 论	1
1.1 课题背景及研究的目的和意义	1
1.2 国内外研究状况	2
1.2.1 参与性介质内辐射传输求解的数值解法	2
1.2.2 积分方程法及积分方程有限元法的研究状况	4
1.2.3 球谐函数法及球谐函数有限元法的研究状况	5
1.2.4 气溶胶粒子光学常数反演的研究状况	7
1.2.5 云层大气辐射传输研究状况	9
1.3 本文的主要研究内容	10
第 2 章 参与性介质内辐射传递求解的积分方程法	12
2.1 引言	12
2.2 积分方程有限元法公式推导	12
2.2.1 一般形式下的积分方程法	12
2.2.2 二维直角坐标下的积分方程法	17
2.2.3 二维辐射换热的有限元离散	23
2.3 积分方程有限元法的计算程序流程	27
2.4 结果与讨论	28
2.4.1 规则形状几何体-辐射平衡问题	29
2.4.2 规则形状几何体-辐射非平衡问题	31
2.4.3 非规则形状几何体	32
2.5 本章小结	34
第 3 章 参与性介质内辐射传递求解的球谐函数法	35
3.1 引言	35
3.2 球谐函数法的核心思想	36
3.3 一维 SHM 的数值计算	36

3.3.1 一维 SHM 的控制方程.....	36
3.3.2 一维 SHM 的边界条件.....	38
3.3.3 一维计算与结果分析.....	39
3.4 二维 SHM 的数值计算.....	43
3.4.1 二维 SHM 的控制方程.....	43
3.4.2 二维 SHM 的边界条件.....	45
3.4.3 二维计算与结果分析.....	49
3.5 球谐函数有限元法的数值计算.....	52
3.5.1 球谐函数有限元法的推导.....	52
3.5.2 计算与结果分析.....	55
3.6 本章小结.....	58
第 4 章 气溶胶粒子系红外透射特性的研究.....	60
4.1 引言.....	60
4.2 气溶胶粒子辐射特性计算的理论介绍.....	60
4.2.1 单个球形粒子辐射特性的 Mie 理论.....	60
4.2.2 单个非球形粒子辐射特性计算的 T 矩阵法.....	61
4.2.3 稀疏粒子系的辐射特性计算.....	63
4.3 气溶胶粒子系红外透射特性的求解方法—MDA 法.....	65
4.4 漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的研究.....	68
4.4.1 漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算模型.....	68
4.4.2 漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算.....	69
4.4.3 水雾粒子红外隐身特性计算.....	74
4.5 准直光入射时气溶胶粒子系红外透射特性研究.....	76
4.5.1 准直光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算模型.....	76
4.5.2 准直光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算.....	77
4.6 本章小结.....	78
第 5 章 气溶胶粒子等效光学常数的实验研究.....	79
5.1 引言.....	79
5.2 气溶胶粒子等效光学常数研究的理论介绍.....	79
5.2.1 反演气溶胶粒子等效光学常数的透射法.....	79
5.2.2 气溶胶粒子等效光学常数计算的有效介质理论模型.....	84
5.3 气溶胶粒子的光谱透射率测量及其等效光学常数的计算.....	86
5.3.1 粒子的光谱透射率测量仪器.....	86
5.3.2 粒子的光谱透射率测量方法.....	88

5.3.3 气溶胶粒子等效光学常数计算	91
5.4 哈尔滨地区气溶胶粒子光学常数的实验研究	97
5.4.1 气溶胶粒子的元素分析	97
5.4.2 哈尔滨地区气溶胶粒子红外透射率测量及光学常数反演	98
5.5 本章小结.....	100
第 6 章 云层辐射特性及其对大气辐射传输影响	101
6.1 引言.....	101
6.2 云层及气溶胶粒子的物理特性.....	101
6.2.1 云层的物理特性.....	101
6.2.2 气溶胶粒子的物理特性	104
6.3 二维水云的辐射特性计算	105
6.3.1 水云的辐射特性计算模型	105
6.3.2 计算结果与分析.....	108
6.4 水云的红外透射率计算.....	114
6.5 本章小结.....	116
结 论	118
参考文献	121
攻读博士学位期间发表的论文及其它成果	135
哈尔滨工业大学学位论文原创性声明及使用授权说明.....	137
致 谢	138
个人简历	139

Contents

Abstract (In Chinese)	I
Abstract (In English)	III
Contents	VI
Nomenclature	XII
Chapter 1 Introduction	1
1.1 Background, Objective and Significance of the Subject.....	1
1.2 Domestic and Oversea Research Status.....	2
1.2.1 Numerical Methods for Radiative Transfer in Participating Media.....	2
1.2.2 Integral Equation Method and Integral Equation-Finite Element Method.....	4
1.2.3 Spherical Harmonics Method and Spherical Harmonics-Finite Element Method.....	5
1.2.4 Optical Constants Inversion of Aerosol Particles.....	7
1.2.5 Atmospheric Radiative Transfer in Cloud.....	9
1.3 Main research contents of this subject.....	10
Chapter 2 Integral Equation Method and Integral Equation-Finite Element Equation	12
2.1 Introduction.....	12
2.2 Formula Derivation of Integral Equation-Finite Element Equation.....	12
2.2.1 General Form of Integral Equation Method.....	12
2.2.2 Integral Equation Method in Two-dimensional Coordinate.....	17
2.2.3 Finite Element Discretization for Two-dimensional Radiative Transfer.....	23
2.3 Flow Chart of Integral Equation-Finite Element Method.....	27
2.4 Results and Discussion.....	28
2.4.1 Regular Geometry—Radiative Equilibrium Problem.....	29
2.4.2 Regular Geometry—Radiative Nonequilibrium Problem.....	31
2.4.3 Irregular Geometry—Radiative Nonequilibrium Problem.....	32
2.5 Summary.....	34
Chapter 3 Spherical Harmonics Method and Spherical Harmonics-Finite Element Method for Radiative Transfer in Participating Media	35
3.1 Introduction.....	35
3.2 Main idea of Spherical Harmonics Method.....	36
3.3 One-dimensional Calculation with SHM.....	36
3.3.1 Governing equations.....	36
3.3.2 Boundary Conditions.....	38

3.3.3 Results and Discussion for One-dimensional Calculation.....	39
3.4 Two-dimensional Calculation with SHM.....	43
3.4.1 Governing equations.....	43
3.4.2 Boundary Conditions.....	45
3.4.3 Results and Discussion for Two-dimensional Calculation.....	49
3.5 Numerical Calculation with SH-FEM.....	52
3.5.1 Derivation of SH-FEM.....	52
3.5.2 Results and Discussion for Numerical Examples.....	55
3.6 Summary.....	58
Chapter 4 Study on Infrared Transmission Characteristics of Aerosol	
Particles	60
4.1 Introduction.....	60
4.2 Basic Theory for Radiative Characteristics of Aerosol Particles.....	60
4.2.1 Mie theory for Radiative Characteristics of Single Spherical Particle....	60
4.2.2 T Matrix for Radiative Characteristics of Single Nonspherical Particle..	61
4.2.3 Radiative Characteristics Calculation of Sparse Particles.....	63
4.3 Calculation of Infrared Transmittance Characteristics of Aerosol Particles	
—MDA method.....	65
4.4 Infrared Transmittance Characteristics of Aerosol Particles with Diffused	
Irradiation.....	68
4.4.1 Calculation Model.....	68
4.4.2 Calculation of Infrared Transmittance Characteristics.....	69
4.4.3 Calculation of Infrared Stealth Diameter of Water Fog.....	74
4.5 Infrared Transmittance Characteristics of Aerosol Particles with Collimated	
Irradiation.....	76
4.5.1 Calculation Model.....	76
4.5.2 Calculation of Infrared Transmittance Characteristics.....	77
4.6 Summary.....	78
Chapter 5 Study on Equivalent Optical Constants Inversion of Aerosol	
Particles	79
5.1 Introduction.....	79
5.2 Basic Theory for Equivalent Optical Constants Inversion of Aerosol	
Particles.....	79
5.2.1 Transmission Method.....	79
5.2.2 Effective Medium Theory.....	84
5.3 Measurement of Spectra Transmittance and Equivalent Optical Constants	
Inversion of Aerosol Particles.....	86
5.3.1 Measuring Instruments for Spectra Transmittance.....	86
5.3.2 Measurement Methods for Spectra Transmittance.....	88

5.3.3 Equivalent Optical Constants Inversion of Aerosol Particles.....	91
5.4 Experimental Study on Optical Constants Inversion of Aerosol Particles in Harbin Area.....	97
5.4.1 Elemental Analysis and Surface Structure of Aerosol Particles.....	97
5.4.2 Measurement of Spectra Transmittance and Optical Constant Inversion of Aerosol Particles in Harbin Area.....	98
5.5 Summary.....	100
Chapter 6 Experiment on partial porous thrust bearing.....	101
6.1 Introduction.....	101
6.2 Physical Characteristics of Cloud and Aerosol Particles.....	101
6.2.1 Physical Characteristics of Cloud.....	101
6.2.2 Physical Characteristics of Aerosol Particles.....	104
6.3 Radiative Characteristics of Two-Dimensional Water Cloud.....	105
6.3.1 Radiative Characteristics Model of Water Cloud.....	105
6.3.2 Results and Discussion.....	108
6.4 Infrared Spectral Transmittance Characteristics of Water Cloud.....	114
6.5 Summary.....	116
Conclusions.....	118
References.....	121
Papers published in the period of Ph.D. education.....	135
Statement of copyright and Letter of authorization.....	137
Acknowledgements.....	138
Resume.....	139

符号表

缩写		镜
DA	微分近似法	RTNAM 射线踪迹法
DDA	离散偶极子近似	SHDOM 球谐离散坐标法
DOM	离散坐标法	SHM 球谐函数法
DOM-FEM	离散坐标-有限元法	SRA 标准辐射大气
DTM	离散传递法	RTE 辐射传输方程
FDM	有限差分法	英文字母
FEM	有限元法	<i>a</i> 各向异性因子
FTIR	傅立叶红外光谱分析仪	a_n Mie 理论散射系数
FVM	有限体积法	<i>A</i> 面积, m^2
IDA	改进差分近似法	b_n Mie 理论散射系数
IE	积分方程法	C_{ext} 衰减截面, m^2
IEFEM	积分方程有限元法	C_{sca} 散射截面, m^2
LES	大涡模拟	<i>D</i> 粒子直径, μm
MCM	蒙特卡洛法	<i>E</i> 光电矢量或电场强度
MDA	修正差分近似法	E_t 出射辐射能量, Wm^{-2}
MISR	多角度成像光谱仪	f_v 粒子的体积份额
M-G	Maxwell-Garnett 理论	<i>G</i> 投射辐射强度, Wm^{-2}
P_N	球形谐波法	<i>H</i> 圆柱体的高度, μm
P_1 -FDM	P_1 -有限差分法	<i>I</i> 辐射强度, $Wm^{-2}sr^{-1}$
P_1 -FEM	P_1 -有限元法	<i>J</i> 有效辐射力, $Wm^{-2}sr^{-1}$
QUATA	场发射环境扫描电子显微	<i>k</i> 光学常数虚部 (吸收指数)

符号表

L	粒子层厚度, μm	V	体积, m^3
m_r	相对折射率	V_N	大气能见度
\mathbf{M}_{mn}	矢量球谐波函数	W	加权函数
n	光学常数实部 (折射指数)	x, y, z	直角坐标
\mathbf{n}	表面外法向单位矢量	希腊字符	
n_v	掺杂物微粒的数目	α	伽马分布参数
N_i	椭球的极化因子	β	衰减系数, m^{-1}
\mathbf{N}_{mn}	矢量球谐波函数	γ	透射率
$N(D)$	粒径分布函数, $\text{m}^{-3}\cdot\mu\text{m}$	γ'	表观透射率
N_0	粒子的数密度, m^{-3}	Δ	单位微元
p_{mn}	散射展开系数	ε	壁面发射率或介电常数
P_n	Legendre 多项式系数	ζ	形状比例参数
\mathbf{q}	辐射热流矢量, Wm^{-2}	η	共轭系数
q_{mn}	散射展开系数	θ	球坐标方位角方向
Q_{abs}	吸收因子	Θ	散射角
Q_{sca}	散射因子	λ	波长, μm
Q_{ext}	衰减因子	μ	方向余弦
\mathbf{r}	位置矢量	κ	吸收系数, m^{-1}
r_{eff}	非球形粒子等效半径, μm	σ	黑体辐射常数, $\text{W}/(\text{m}^2\cdot\text{K}^4)$
Rg	正则化	σ_s	散射系数, m^{-1}
\mathbf{s}	辐射传输方向	τ	光学厚度
s	空间位置	ϕ	球坐标方位角方向
S	辐射源项, Wm^{-2}	Φ	散射相函数
T	温度, K	χ	尺度参数
		ω	散射反照率

Ω	立体角, sr 或计算区域	w	边界面
$\partial\Omega$	计算域边界		
η	偏差		
Ψ	形函数		
上标			
inc	入射场		
int	内部场		
sca	散射场		
\wedge	单位矢量		
下标			
abs	吸收		
b	黑体		
eff	等效参数		
ext	衰减		
EXACT	精确解		
G	投射辐射强度		
max	最大值		
MDA	修正差分近似解		
min	最小值		
ns	非球形粒子		
p	粒子		
q	辐射热流矢量		
s	球形粒子		
sca	散射		
v	体积		

第1章 绪论

1.1 课题背景及研究的目的和意义

在一般意义上来说,气溶胶粒子是指悬浮在大气中的多种固体颗粒和微小液滴。气溶胶粒子广泛存在于环境中,如火山喷发的烟尘、风吹起的沙尘、燃烧矿物质产生的烟气以及汽车尾气等^[1]。气溶胶粒子可以影响人类的健康,当空气中的颗粒浓度达到一定程度时,会威胁人类的健康,如粒径小于 $10\mu\text{m}$ 的粒子(PM_{10})可通过呼吸进入人体的呼吸道,直径小于 $2.5\mu\text{m}$ 的细颗粒物($\text{PM}_{2.5}$)可直达支气管并在肺部沉积,甚至可通过肺泡进入人体血液^[2]。气溶胶粒子还可以导致天气和气候的变化,一方面,由于气溶胶粒子可以散射和吸收太阳短波辐射和地球长波辐射,从而影响地气系统的辐射平衡;另一方面,气溶胶粒子可以作为凝结核影响云的辐射特性^[3],因此气溶胶粒子浓度及其分布会对地区的天气和气候产生重要的影响。此外,气溶胶粒子在工业、农业、医学、环境科学、军事学方面都有很多的应用。总之,开展气溶胶粒子辐射特性的研究对大气化学、云和降水物理学、大气光学、大气电学、大气辐射学、气候学、环境医学或者生态学等学科来说,都有重要意义。

对气溶胶粒子辐射效应的研究主要包括了其辐射传输算法研究、辐射特性研究及气溶胶粒子基本物性研究等。气溶胶粒子作为参与性介质,其辐射传输过程的求解,目前主要以理论分析、实验和数值方法为主。由于辐射传输方程的复杂性,其分析解只存在于极少数非常简单的例子中。实验方法虽可以获得真实的数据,对做出正确结果具有最可靠的指导意义,但需要耗费大量的人力、物力和财力。因此,对于实际问题,尤其是某些特定问题,数值方法进行研究就成为一种行之有效的手段,并且随着现代计算机技术和数值计算方法的发展,研究求解参与性介质内辐射传递问题的新型数值方法也是重要的内容。

研究气溶胶粒子的辐射传递,就要用到气溶胶粒子的特征参数,包括衰减系数、反照率及散射相函数等。而这些特征参数是由气溶胶粒子的光学常数和尺度参数等基本参数导出的粒子衰减、吸收及散射因子、散射相函数,再结合相应的几何参数(粒子浓度及粒径分布函数等)求得的。气溶胶粒子的几何参数一般可以通过实验方法直接获得,但是光学常数却不能直接通过实验测得,必须通过实验测其他参量,然后建立数学模型反求。由于大气气溶胶粒子具有各种不同成分,

而且其成分因地而异，没有固定的光学常数值，即便是单一成分的气溶胶粒子的光学常数也是温度、波长等的非线性函数，很难从理论上直接得到显函数表达式。因此，气溶胶粒子光学常数的研究不仅具有广泛的工程应用背景，还有重要的科学意义和学术价值。

1.2 国内外研究状况

1.2.1 参与性介质内辐射传输求解的数值解法

描述参与性介质内辐射传输的方程是一个积分-微分方程，在一般情况下对其直接进行数值求解相当复杂。与一般的传热问题模拟不同，求解辐射传输方程不仅需要计算域进行空间离散，还需要对射线传输的方向进行离散求解。辐射传输方程求解的难点，在于如何处理方程中的积分项（也称为散射增强项，指空间内来自各个方向上的辐射能量对所研究方向的辐射强度的贡献）。围绕积分项的处理方式不同，产生了许多求解辐射传输方程的数值算法。大体上分为两个求解思路：（1）将积分项离散，使辐射传输方程转化为在多个离散方向上的微分方程组；（2）对于特殊情况，积分项可以直接求出而无需进行方向离散。基于思路（1），目前已经用于参与性介质内辐射传输求解的数值算法有：蒙特卡洛法（Monte Carlo Method, MCM）^[4-6]、热流法（Heat Flux Method, HFM）^[7]、离散坐标法（Discrete Ordinate Method, DOM）^[8-18]、有限体积法（Finite Volume Method, FVM）^[19-26]；基于思路（2），发展的成熟数值算法包括：射线追踪法（Ray Tracing Method, RTM）^[27-29]、球形谐波法（Spherical Harmonic Method, SHM）^[30-38]以及积分方程法（Integral Equation, IE）^[39-48]等。

在第一类方法中，热流法是最简单的数值模拟方法。通过将沿球空间非均匀分布的辐射强度，分解为沿坐标或某些特定方向的等效平均辐射强度。常用的热流法主要有二热流法、四热流法以及六热流法等。热流法中对角度空间的离散非常少，原来在空间中分布不均匀的辐射强度转化为等效辐射强度后，积分项的计算精度较差。

蒙特卡洛法是一种准离散的概率模拟方法，采用追踪并统计每个发射元发出的光束来模拟辐射传输过程。随着采用光束数目的增加，理论上空间立体角的“离散”就越准确，求解的精度自然会随之提高。该方法没有空间立体角的有限离散引起的射线效应等误差，正因为如此，经常将其作为其他数值方法准确性的检验标准。

离散坐标法中将辐射强度在空间角度上进行离散，每个离散方向构成一个辐射传输方程，从而将辐射传输方程转化为容易进行求解的微分方程，其中积分项采用了某种求积格式和积分权重进行离散。离散坐标法研究的核心是如何选择合适的离散方向以及确定每个方向上辐射强度的权重（常用的权重积分一般取高斯积分），这也决定了该方法的计算精确度和效率。

有限体积法中也采用将辐射强度按空间角度分解的离散方式，与离散坐标法相比，有限体积法中的球空间方向离散划分方法具有明确的物理意义。在计算中通过某种近似格式（阶梯近似或其他近似格式），将控制体表面的辐射强度与节点辐射强度联系起来。将辐射传输方程在控制体和控制立体角内积分，从而转化为积分方程进行求解。有限体积法在每个角度方向上具有守恒特性，因而能保证总的能量平衡。

第二类方法中，射线踪迹法由于不需要对空间角度离散，而直接进行积分运算，因此理论上来说计算精度也较高。但积分运算确实存在复杂性，导致该类方法计算复杂，计算量也相对较大。

球形谐波法俗称 P_N 近似法，是将辐射传输方程中的辐射强度用具有正交性质的球谐函数展开。不考虑实际的物理意义，辐射强度被表示为与位置有关的系数和与方向有关的标准球谐函数两部分乘积的正交级数。辐射传输方程中的散射积分项也是用正交球谐函数级数展开。实际计算中不可能取无穷级数，而通常仅保留前 N 项，随着保留项数的增加，数值计算精度有所提高，但数学处理的复杂性也会急剧增大。综合考虑精度与处理复杂性，广泛使用的此种方法为 P_1 和 P_3 近似。

积分方程法是基于积分型辐射传输方程的数值求解方法，该方法是解决辐射传输问题的最精确的方法之一。积分方程法将辐射传输积分方程和 Fredholm 第二积分方程联系起来，从而可用积分法求解辐射传输方程。该方法计算精度较高，可以用来检验其他方法的有效性。由于积分方程法有限制应用的条件，并且对不同几何形状需分别推导关系式，因此该方法多作为验证标准。

特别的，对于光学厚介质或纯吸收介质，可以不考虑介质内的散射增强。辐射传输方程中就去掉积分项，退化为简单的微分方程。适用于非散射性介质的数值求解方法有区域法（Zone Method, ZM）^[49-52]和离散传递法（Discrete Transfer Method, DTM）^[53,54]等。除了以上求解方法分类外，在辐射传递方程求解中，空

间位置离散还经常使用有限元法 (Finite Element Method, FEM) [55-60]。有限元法与其他空间角度离散方法结合, 衍生出许多新的方法, 如基于离散坐标离散的有限元法^[61]、基于积分方程的有限元法^[62-67]、基于球谐函数的有限元法^[30,68,69]等。综合以上分析, 我们对有限元法在辐射传输问题中的应用有一个明确的定位: 有限元是空间位置离散的有力工具, 而空间方向的离散通常还要借助于其他方法, 从而将空间某点实际存在的无数个方向的辐射传递方程, 离散为若干特定方向的方程, 消除积分项, 使微分积分方程演变为若干微分方程, 然后利用有限元原理处理并求解。因此, 了解目前常用的辐射传输数值模拟方法, 不仅是加深了解辐射传输物理过程的有效途径, 而且还是进行辐射传输有限元建模所必须的前期知识储备。

1.2.2 积分方程法及积分方程有限元法的研究状况

积分方程法采用数值积分方法直接求解辐射传输方程, 该方法对辐射传输方程在整个立体角内进行积分计算, 此时可完全消除立体角离散对求解辐射传输方程的影响, 因而理论上计算结果比其他数值方法更加准确。正因为如此, 为了精确求解多维几何、各向异性等介质内的热辐射传输, 国内外学者使用积分方程法做了大量的研究。1985年, Crosbie 和 Schrenker^[44]等在热辐射传输计算中使用了消去积点法去除积分方程中的奇异点, 并给出各种标准情况下的计算结果。Thynell^[45,46] (1985, 1986) 将伽辽金方法应用到求解一维辐射传输积分方程中, 但并没有将其应用到多维计算中。针对不同的几何形体, 如圆柱、长方体、四面体以及球等, Lin^[39] (1987) 推导出了求解该类问题的辐射传输方程的公式。Wu^[47] (1992) 和 Zhang^[40] (1994) 采用外推法 (Partition-Extrapolation Method) 处理一维和二维辐射积分方程, 但这种方法受计算机内存和计算时间限制。Zhang 和 Sutton^[40] (1994) 给出了多种圆柱辐射传输算例中的精确微分方程。Abulwafa 和 Attia^[48] (1999) 应用伽辽金方法处理了圆柱体内非均匀各向异性散射介质的辐射传输问题。为了避免积分中出现的奇异点, Sutton 和 Chen^[41] (2003) 通过坐标变换消除了奇异积分, 采用该方法求解了二维和三维实心及空心圆柱介质内的热辐射传输问题。Altac 和 Tekkalmaz^[42,43] (2004) 也对积分中的奇异点问题展开研究, 并提出了一种消除奇点的方法, 用于求解二维各向同性散射矩形介质内的辐射传输问题, 最后将该方法用于线性各向异性散射问题的求解中。

由于有限元法具有对复杂形状求解域和边界条件的适应能力强, 且易于实现的优点。基于有限元法的这一优点, 人们将积分方程法和有限元法结合起来, 形

成了积分方程有限元法，即采用积分方程法对辐射传输方程中的空间方向进行积分计算，而采用有限元法对空间坐标进行离散求解。积分方程有限元法在辐射换热问题上的应用可以追溯到上个世纪七十年代，Reddy 和 Murty^[62]（1978）首次使用有限元法计算辐射问题，其主要工作是针对两个一维辐射传递问题的积分方程求解，这两个方程仅包括辐射换热项，不包括其他换热形式。Wu 等^[70]（1980）对一维情况下平板的辐射和导热耦合换热做了一系列工作。Fernandes 和 Francis^[71]（1982）将一维平板的计算公式扩展至柱坐标下，而且更可观的是他们还引入了各向同性散射。对一维辐射与导热耦合传热问题，Nice^[72]（1983）使用 Galerkin 法重点求解了辐射传递方程中的积分项，同时介绍了如何使用特殊的技巧避开第一指数积分函数为零时（布格定律指数项）的情况。Chung^[73]和 Utreja 等^[64]（1989）在他们的论文中应用 FEM 研究了辐射、导热、对流耦合换热。Brandon 和 Derby^[65,74]（1991, 1992）使用了 Swarts-Wendroff 近似求解二维轴对称非散射介质内的辐射传递问题。Burns 等^[66]（1995）在辐射积分方程的基础上发展了多维介质内辐射换热的有限元法。齐宏等^[58]（2004）有限单元法离散求解辐射传递方程和能量控制方程，分别计算了边界为黑体和灰体条件下矩形吸收、发射、各向同性散射介质内的平均入射强度和温度分布，并同蒙特卡洛法（MCM）的计算结果进行了比较。阮立明等^[56]（2007）将该方法扩展到任意几何形状的辐射与导热耦合换热问题。

目前，积分方程有限元法已在辐射传输领域有着广泛应用。积分方程有限元法不需要对空间角度进行离散，仅需要对空间坐标进行离散，因而其计算精度较高。并且由于对空间坐标采用有限元的离散方法，使得积分方程有限元法更易于处理复杂形状几何体内的辐射传输问题。但是，目前的积分方程有限元法仅能处理各向同性散射问题，如何利用积分方程有限元法处理线性各向异性散射问题将是本文研究的一个重点。

1.2.3 球谐函数法及球谐函数有限元法的研究状况

由于本身条件的限制，积分方程有限元法不能计算复杂的各向异性散射问题。基于辐射传输方程中积分项不离散可以提高计算精度的这一特点，我们继续研究了球谐函数法。由于球谐函数法是将积分项中的辐射强度用标准球谐函数展开，散射相函数可以用勒让德多项式展开，然后充分利用勒让德多项式进行化简。因此，理论上散射相函数可以展成无穷多项，即球谐函数法可以处理复杂的各向异性散射问题。

Jeans^[75]（1917）最早提出了球谐函数法（ P_N 近似法），并将其用于研究星际

之间的辐射传输。在此后的研究中, Murray^[76] (1957), Davison^[77] (1958) 和 Kourganoff^[78] (1963) 进一步完善了球谐函数法, 使之能用于求解中子传输的问题。到了上世纪九十年代, 美国学者 Modest^[30] 将其应用于三维辐射传热问题计算中。 P_N 法最初主要用求解一维平行平板介质问题, Barazitoglu 和 Higenyi 等^[79] (1979) 使用 P_3 近似计算了一维柱体和球体介质。随后, Ratzel 和 Howell^[80] (1982) 使用 P_3 近似求解了二维参与性介质内的辐射传输问题。Cheng^[81] (1966) 详细推导了三维直角坐标系中通用的 P_N 法表达式, 但并没有给出具体的求解方法。Ou 和 Liou^[82] (1982) 发展得到了求解任意坐标系下三维介质内辐射传输的 P_N 近似方法。Menguc 和 Viskanta^[31] (1985) 也同样使用强度矩阵, 分别采用 P_1 和 P_3 近似对三维长方体介质内的辐射传输进行了数值计算。近年来, 为了改善低阶 P_N 近似方法的计算准确性, 人们在 P_N 近似方法的基础上相继发展出修正差分近似 (Modified Differential Approximation, MDA)^[83] 和改进差分近似 (Improved Differential Approximation, IDA)^[30] 方法。

陆续有学者采用球谐函数法研究了各类辐射传递问题: 张小娟^[84] (2005) 和高宗慧等^[85] (2006) 基于 P_3 近似理论对光源附近组织的光传输问题进行了理论模拟和实验研究。张昊春等^[86] (2006) 采用数值模拟的方法, 考察了球谐函数法在求解辐射传输方程中所产生的假散射和射线效应等缺点。Atalay 等^[87] (2006) 针对特定的反射性边界条件, 将 P_N 法用于平板状参与性介质内的热辐射传输模拟。Martin^[88] 等 (2007) 给出了改进的简化 P_N 法, 并将其用于求解参与性介质内的瞬态辐射传输问题。柴成刚^[89] (2009) 用球谐函数法计算点源在各向同性类生物组织中的光通量流率, 结果表明 P_3 近似能处理散射系数与吸收系数之比介于 2~10 之间的生物组织。Bhuvaneswari 等^[90] (2009) 采用球谐函数法求解了脉冲激光照射下各向异性散射变折射率平板介质内的瞬态辐射传输。Yuan 等^[91] (2009) 推导了三维简化的球谐函数近似高阶扩散方程, 该模型能够准确描述光在生物组织中传输, 并能改善重建图像的质量。袁远等^[92] (2011) 应用球谐函数展开推导了一维吸收、发射、散射性灰介质的辐射传输近似方程, 采用差分法结合三对角矩阵解法建立了任意阶辐射传输近似方程数值解法, 并验证了高阶 P_N 方法的数值无关性问题。袁远等^[93] (2011) 应用高阶 P_N 计算了 2~5 μm 含气溶胶大气红外辐射传输特性, 研究了各向异性散射对大气红外传输特性的影响。王希影等^[94] (2011) 利用修正差分近似法 (MDA) 计算了中红外区 3-5 μm 和远红外区 8-12 μm 水雾粒子的红外隐身粒径。

球谐函数法的一个显著特点是便于与其他数值方法结合起来处理参与性介质内的辐射传输问题。如：Evans^[95]（1993）将球谐网格法（Spherical Harmonic Spatial Grid, SHSG）用于求解二维大气辐射传输问题。在进一步研究三维大气辐射传输问题时，Evans^[96]（1998）提出了球谐离散坐标法（Spherical Harmonics Discrete Ordinate Method, SHDOM）。近年来，Yang和Modest^[97]（2006）通过推导将辐射传输方程转化为耦合二阶椭圆形偏微分方程，采用 P_3 近似研究了常物性和变物性参与性介质内的辐射传输问题。在此基础上，Modest和Yang^[68]（2008）又将求解辐射传输方程的 P_N 方法发展到了高阶，如 P_5 、 P_7 等。球谐函数法也可以与有限元法结合，用于求解辐射传输问题。通过将辐射传输方程转化为二阶偶对称传递方程，Trasi等^[98]（2004）分别采用球谐函数有限元法、离散坐标法和球谐离散坐标法等三种方法，求解了辐射传输方程并将计算结果进行了比较。EVENT代码是用来研究大气辐射的通用程序，Cook等^[99]（2004）针对三维云层辐射问题，使用该程序研究了云层辐射场的影响因素，包括云层的结构、分布以及非均匀度等。Aydin等^[100]（2004）使用球谐函数有限元方法求解了均匀异构介质中稳态的Boltzmann传输方程。

1.2.4 气溶胶粒子光学常数反演的研究状况

气溶胶粒子作为大气中的一种重要的参与性介质，它通过吸收和散射太阳和地球的辐射能量，改变地气系统的能量收支，从而影响天气和气候的变化。而气溶胶粒子的这种辐射效应与粒子的本身物性参数有着重要的关系。粒子本身的物性参数包括光学常数（复折射率）和尺度参数等。其中光学常数常用 $m = n + ik$ 来表示，光学常数的实部 n 为折射指数，表征粒子的折射行为，而光学常数的虚部 k 为吸收指数，表征粒子的吸收行为。

在实际大气中，不同的地域或不同大气层高度中气溶胶粒子化学成分多有不同，导致粒子的光学常数的变化范围较大。一般来说，粒子的光学常数不能直接测量得到，人们多数采用实验数据结合相应的反演理论计算获得粒子的光学常数。Fymat^[101]（1977）提出利用消光谱比值来反演气溶胶的复折射指数方法。Shu等^[102]（1986）通过数值计算发现，在可见光和近红外光波段内，由测量得到的四个波长激光雷达信号，可以确定大气的衰减系数和散射系数，进而反演出气溶胶粒子光学常数的实部和虚部。邱金桓等^[103]（1986）采用理论与实验测量结合的方法，对北京地区秋、冬季节大气气溶胶进行研究，并计算了气溶胶粒子的复折射指数。阮立明等^[104]（1996）采用精确Mie理论结合K-K关系，建立了反演粒子光

学常数的模型，并且该模型也适用于非均一粒子系。阎逢旗等^[105]（2003）在粒子计数器和能见度仪的辅助下，对气溶胶粒子的折射率虚部展开了研究。董真等^[106]（2004）通过实验测量研究了折射率虚部与相对湿度的关系，进一步对气溶胶粒子进行化学分析，得到了折射率虚部与元素成分之间的相互关系。通过研究发现，大气环境的湿度和气溶胶粒子化学组分均对粒子的光学折射指数虚部有很大影响。李学彬等^[107]（2009）借助于黑碳仪、浊度计和粒子计数器等测试设备，参考 Mie 散射理论并通过分析吸收系数 κ 、散射系数 σ_s 、粒子谱分布和折射率 m 之间的关系，发展出了一种气溶胶粒子折射率的反演方法。赵国艳^[108]（2009）利用 MCM 计算出的光谱透射率，对气溶胶粒子的光学常数进行了反演研究。

此外，由于气溶胶粒子是由不同化学成分组成的，若气溶胶粒子的组成成分、各组分的体积含量及粒子的混合方式已知时，则气溶胶粒子的等效光学常数也可以通过有效介质理论计算获得。有效介质理论被广泛应用于计算材料介质中掺杂其它混合物的等效光学常数。根据各组分混合方式的不同，目前已发展了多种有效介质理论模型，其中 Maxwell-Garnett 理论和 Bruggeman 理论公式^[109]被广泛应用。有效介质理论正在逐渐应用到其他领域中。在燃烧领域，柳朝晖等^[110]（1997）分别采用 Maxwell-Garnett 理论和 Bruggeman 混合模型研究了孔隙率对碳粒等效光学常数的影响，并应用 Mie 理论对内部孔隙均匀分布的球形碳粒的辐射特性进行研究，计算结果与物理分析相吻合。殷金英等^[111]利用 Maxwell-Garnett 理论和 Bruggeman 理论分别计算了人工合成灰渣的有效光学常数。计算结果表明有效介质理论适用于计算多组分合成灰渣的有效光学常数，针对所合成的灰渣，Bruggeman 理论结合 Mie 理论计算得到的平均辐射特性参数与实验值的相对误差较小。在气溶胶领域，Erlick^[112]（2006）利用有效介质理论计算了水滴和硫酸液滴粒子掺杂灰尘和碳后的等效光学常数，结果表明掺杂物的形状和大小对等效光学常数虚部有显著的影响；Voshchinnikov 等^[113]（2008）假定尘埃粒子的尺度参数为 0.1~10 并假定粒子形状为多层球形结构，分别利用多层球模型和有效介质理论联合 Mie 理论来评估这样结构的辐射特性。类成新等^[114]利用 Bruggeman 有效介质理论含有不同体积份额无定形碳和硅酸盐混合粒子的等效复折射率，然后采用离散偶极子近似（DDA）方法计算了含有不同化学成分的随机取向团簇粒子的辐射特性。李佳玉等^[115]（2009）利用 Bruggeman 有效介质理论研究了 Al_2O_3 粒子掺杂不同体积的炭黑后等效光学常数随温度的变化规律，结果表明随着炭黑含量的增加，吸收指数增大。

1.2.5 云层大气辐射传输研究状况

虽然从物性上讲, 云层也是大气气溶胶的一种, 然而大气辐射传输研究中常将对云层进行单独的研究。云层通过辐射、微物理和化学过程对气候与环境变化起着重要的作用, 是当今全球及区域气候变化的不确定因子之一^[116]。在现有的气候数值模式中, 对云-辐射-气候之间相互作用的描述还相当粗糙, 不足以给出准确的结果, 其关键问题在于云与辐射的作用存在复杂的反馈机制, 而对于这种机制的认识还远远不够^[117]。

在云层的辐射传输模式算法中, 比较典型及运用较多的模式有: MODTRAN 和 LOWTRAN、LIBRADTRAN、SBDART 以及基于离散纵坐标法的 DISORT、基于矩阵算子法的 STAR、基于 MCM 的 I3RC、基于球谐离散坐标法的 SHDOM 等。

MODTRAN^[118-122]是美国空军采用的标准中等分辨率的光谱辐射传输模式, 适用范围从热红外到紫外。MODTRAN-5 中包含了多种双向散射分布函数 (BRDF) 模型。

LOWTRAN^[123-126]是美国空军地球物理实验室开发的大气效应计算软件, 用于计算低频谱分辨率(20cm^{-1})系统给定大气路径的平均透过率和路程辐射亮度。目前最高版本为 1989 年发布的 LOWTRAN-7, 计算内容包括大气中气体或分子的分布及大型的粒子, 如大气气溶胶(灰尘、霾和烟雾)以及水汽(雾、云、雨)。

LIBRADTRAN^[127-131]是一个用来计算太阳短波以及地球大气的长波辐射的程序包, 用户根据需要可以给定气体、气溶胶、水云、冰晶云和地面的辐射特征参数。该软件的优点在于它对冰云辐射性质的考虑较为详细, 包含了 6 种形状冰晶的辐射特征。

SBDART^[127,132-134]是一个用来计算晴空或全云情况下平行大气的软件包。该模式结合了 LOWTRAN 和 DISORT 的算法和优点, 包含了粒径在 $2\sim 128\mu\text{m}$ 水滴和冰晶的 Mie 散射计算结果, 所有的影响紫外、可见光和红外的重要过程都被考虑。

SHDOM 由 Evans^[96]于 1998 年所开发的, 是目前使用最广泛的以显式求解辐射传输方程的途径来解决非均匀介质中的辐射传输问题的方法。该方法效率高, 使用方便灵活, 并且代码公开。SHDOM 可以用来模拟一维、二维、三维的太阳短波和大气长波的辐射传输。用户可以自定义大气参数、气溶胶和云辐射特征参数、太阳光的入射角度等, 可以用来计算各种角度的辐射强度、半球辐射力、净热流

密度等辐射参量。2002年, Mechem 等^[135]针对海洋边界层云层采用大涡模拟(LES)模型, 在模型中给定液滴的数密度和有效方差, 通过计算得到液滴有效半径和含水量分布, 然后应用 SHDOM 模拟云层的辐射强迫。2003年, Mechem 等^[136]又利用文献[135]中的方法模拟了三维云层顶部的热流量和加热率。2007年 Evans^[137]在 SHDOM 基础上提出求解非偏振平行平板介质的辐射传输模型(SHDOMPPDA), 该模型适用于计算云的可见光和红外辐射传输问题。2008年, Evans^[138]研究了多角度成像光谱仪(MISR)的多个观测方向对边界层云层光学厚度反演精度的影响, 并采用 SHDOM 计算了波长为 $0.67\mu\text{m}$ 时 MISR 观测方向上云层的辐射强度。国内方面, 王越等^[139]应用 SHDOM 模式对积云场与层积云场在两个太阳天顶角及四个太阳方位角时天底方向的反射率进行了模拟, 讨论了云的非均匀性对双向反射率的影响。霍娟等^[128]利用 SHDOM 三维辐射传输模式, 模拟分析了不同云况条件下的天空辐亮度以及辐射比的分布特征, 分析了“非云”空间方向的辐射特征相对无云天空时的变化情况。

综上所述, 多年来国内外众多学者经过长期不懈的努力, 发展了许多求解参与性介质内的辐射传输方程的数值计算方法。然而, 由于辐射传输方程中基于积分项离散而发展的数值计算方法容易引起射线效应, 因此围绕积分项不离散而发展的数值计算方法的研究很有发展前景。此外, 由于有限元法易于复杂形状求解域和边界条件, 因此, 将有限元法与其他数值方法结合起来处理辐射传输问题也是目前研究的一个热点。目前, 对参与性介质内辐射传递的积分方程有限元法和球谐函数有限元法的研究较少, 因此, 有必要对上述的两种数值方法展开深入的研究。

气溶胶粒子作为一种参与性介质, 对粒子系内的辐射传输进行研究的前提是气溶胶粒子的光学常数必须已知。气溶胶粒子的光学常数是粒子的基本物性参数之一, 其不能通过直接通过实验测量获得, 一般需要实验测量粒子系的某些量然后结合相应理论反演获得。由于目前还没有既全面又权威的各个地区气溶胶粒子光学常数的数据库, 气溶胶粒子光学常数的反演仍是粒子辐射传输领域的一个研究热点。因此, 有必要对气溶胶粒子的光学常数进行进一步的研究。

1.3 本文的主要研究内容

基于以上分析, 本文系统研究气溶胶粒子的辐射传输理论, 展开含气溶胶粒子介质内辐射传输的数值求解方法与模型研究, 探讨了准直光入射和漫射光入射时气溶胶粒子系的红外透射特性, 并在此基础上建立气溶胶粒子光学常数反演模

型，即通过实验测量得到气溶胶粒子系的红外透射率，然后结合 Mie 理论和 K-K 关系式反演得到气溶胶粒子的等效光学常数，并将反演得到的结果与借助有效介质理论计算的结果进行比较，最后针对典型的气溶胶粒子-云层计算了其红外辐射特性和大气辐射传输。具体的研究内容可分为以下几个方面：

(1) 建立求解二维参与性介质内辐射传递的积分方程法及积分方程有限元法模型，模拟了各向异性散射介质在规则形状和非规则形状几何体的辐射传输，分析了散射相函数、反照率和壁面发射率对边界出射辐射强度及热流的影响。

(2) 在详细分析球谐函数法中的 P_1 和 P_3 近似的基础上，建立基于 P_1 和 P_3 近似的球谐函数有限差分模型和基于 P_1 近似的球谐函数有限元模型，模拟了一维平板及二维介质内的辐射传输。

(3) 建立准直光入射和漫射光入射时气溶胶粒子红外透射特性的计算模型，并采用修正差分近似法 (Modified Differential Approximation) 对其进行求解，同时对气溶胶粒子红外透射特性的影响因素进行分析，为气溶胶粒子光学常数的反演研究提供基础。

(4) 通过实验测量得到的不同种类气溶胶粒子混合而成的混合粒子系的红外光谱透射率，结合 Mie 理论和 K-K 关系式反演得到混合粒子的光谱光学常数。并将反演结果与借助有效介质理论计算的结果进行比较。

(5) 对典型气溶胶粒子-云层进行研究，计算波长范围为 3-5 μm 和 8-12 μm 时云层及含有不同类型气溶胶粒子云层的辐射特性和红外透射特性。

第 2 章 参与性介质内辐射传递求解的积分方程法 及积分方程有限元法

2.1 引言

积分方程法是采用数值积分方法直接求解辐射传输方程，将辐射传输方程对全部立体角进行积分计算，可完全消除立体角离散对求解辐射传输方程的影响，因而理论上计算结果比其他数值方法更加准确。同时，为了更加方便处理非规则几何题内的辐射换热问题，通常将积分方程法与有限元法结合使用，即积分方程有限元法。国内外学者对积分方程有限元法做了大量的研究，但目前直角坐标下的积分方程有限元法只能处理各向同性散射问题，而不能处理各向异性散射问题。本章在前人研究的基础上，推导出了用于处理线性各向异性散射介质内辐射换热问题的积分方程有限元法的计算公式，然后计算了规则几何体和非规则几何体内参与性介质的辐射换热问题，并将计算结果与 MCM 或已公开发表的文献的计算结果进行比较。

2.2 积分方程有限元法公式推导

2.2.1 一般形式下的积分方程法

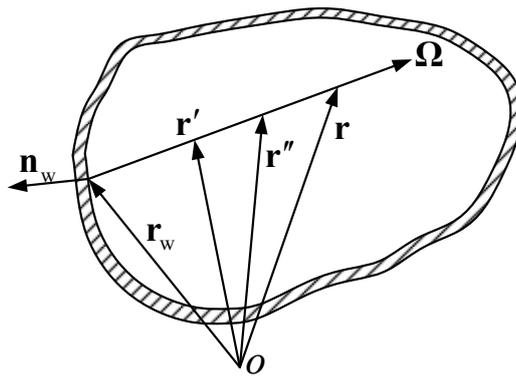


图 2-1 封闭腔内射线的几何关系

Fig. 2-1 Geometric relations of ray in closed cavity

考虑如图 2-1 所示的封闭空腔，假设空腔内壁为灰体漫反射表面，空腔内介质为均匀折射率的半透明灰体介质。漫反射面的边界条件为^[140]：

$$I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} + \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}' > 0} I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}') (\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}') d\Omega' \quad (2-1)$$

式中, $\boldsymbol{\Omega}$ 为某一传输方向单位矢量, \mathbf{n}_w 为边界的外法线方向单位矢量。

沿如图 2-1 所示的辐射传递路线, 在矢径 \mathbf{r} 处 $\boldsymbol{\Omega}$ 方向的辐射强度 $I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega})$ 的矢量表达式为^[140]:

$$I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) = I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}) \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] + \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} S(\mathbf{r}') \exp \left[- \int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \quad (2-2a)$$

$$S(\mathbf{r}') = \frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \int_{4\pi} I(\mathbf{r}', \boldsymbol{\Omega}') \Phi(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') d\Omega' \quad (2-2b)$$

式中 β 为介质的衰减系数; κ 为介质的吸收系数; σ_s 为介质的散射系数; σ 为黑体辐射常数; $\frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|}$ 表示 $\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w$ 方向的单位向量, $\frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$ 表示 $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ 方向的单位向量。式(2-2a) 中右边第一项为壁面 \mathbf{r}_w 有效辐射的贡献; 右边第二项为辐射源项的贡献, 包括从壁面 \mathbf{r}_w 到 \mathbf{r} 沿程介质发射的贡献和沿程介质入射散射的贡献。

矢径 \mathbf{r} 处的投射辐射强度 $G(\mathbf{r})$ 和辐射热流密度矢量 $\mathbf{q}^r(\mathbf{r})$ 分别定义为:

$$G(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) d\Omega \quad (2-3)$$

$$\mathbf{q}^r(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \boldsymbol{\Omega} d\Omega \quad (2-4)$$

若介质为各向同性散射, 即 $\Phi(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') = 1$, 则方程(2-2b)可改写为:

$$S(\mathbf{r}') = \frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{1}{4\pi} \sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}') \quad (2-5)$$

若介质为线性各向异性散射, 即 $\Phi(\boldsymbol{\Omega}, \boldsymbol{\Omega}') = 1 + a \cdot (\boldsymbol{\Omega} \cdot \boldsymbol{\Omega}')$, 引入投射辐射强度和热流矢量, 则方程(2-2b)可改写为:

$$S(\mathbf{r}') = \frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{1}{4\pi} \sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}') + a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{q}^r(\mathbf{r}') \quad (2-6)$$

由于各向同性散射是线性各向异性散射的特例, 因此以下的讨论均是围绕线性各向异性散射展开的。将方程(2-1)和(2-6)代入方程(2-2a), 并将所得结果代入方程(2-3)和方程(2-4), 分别得^[140]:

$$\begin{aligned}
 G(\mathbf{r}) &= \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) d\boldsymbol{\Omega} \\
 &= \int_{4\pi} \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} \exp\left[-\int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}'\right] d\boldsymbol{\Omega} \\
 &\quad - \int_{4\pi} \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}' > 0} I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}') (\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \exp\left[-\int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}'\right] d\boldsymbol{\Omega} \\
 &\quad + \int_{4\pi} \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}')}{4\pi} \right] \exp\left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}''\right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\boldsymbol{\Omega} \\
 &\quad + \int_{4\pi} \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{q}'(\mathbf{r}') \right] \exp\left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}''\right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' d\boldsymbol{\Omega}
 \end{aligned} \tag{2-7}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}'(\mathbf{r}) &= \int_{4\pi} I(\mathbf{r}, \boldsymbol{\Omega}) \boldsymbol{\Omega} d\boldsymbol{\Omega} \\
 &= \int_{4\pi} \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} \exp\left[-\int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}'\right] \boldsymbol{\Omega} d\boldsymbol{\Omega} \\
 &\quad + \int_{4\pi} \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \int_{\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}' > 0} I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}') (\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \exp\left[-\int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}'\right] \boldsymbol{\Omega} d\boldsymbol{\Omega} \\
 &\quad + \int_{4\pi} \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}')}{4\pi} \right] \exp\left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}''\right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \cdot \boldsymbol{\Omega} d\mathbf{r}' d\boldsymbol{\Omega} \\
 &\quad + \int_{4\pi} \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \boldsymbol{\Omega} \cdot \mathbf{q}'(\mathbf{r}') \right] \exp\left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}''\right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} \cdot \boldsymbol{\Omega} d\mathbf{r}' d\boldsymbol{\Omega}
 \end{aligned} \tag{2-8}$$

参考图 2-1，存在以下几何关系^[140]：

$$\boldsymbol{\Omega} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|} \tag{2-9a}$$

$$d\boldsymbol{\Omega} = \frac{dA_{\perp}}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} = -\frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dA_w \tag{2-9b}$$

$$dV' = dA_{\perp} \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}' \tag{2-9c}$$

式中 dA_{\perp} 为 \mathbf{r}' 处垂直于矢量 $\mathbf{r} - \mathbf{r}'$ 的微元面积； dA_w 为矢径 \mathbf{r}_w 处的壁面微元面积。

将方程(2-9)代入方程(2-7)和方程(2-8)可得：

$$\begin{aligned}
 G(\mathbf{r}) = & \int_{\partial V^*} \left[-\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} \int_{\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}' > 0} I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}') (\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \right] \\
 & \times \exp \left[-\int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^3} dA_w \\
 & + \int_{V^*} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}')}{4\pi} \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} dV' \\
 & + \int_{V^*} \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{r}') \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV'
 \end{aligned} \tag{2-10}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}^r(\mathbf{r}) = & \int_{\partial V^*} \left[-\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} \int_{\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}' > 0} I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}') (\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \right] \\
 & \times \exp \left[-\int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^4} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) dA_w \\
 & + \int_{V^*} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}')}{4\pi} \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \\
 & + \int_{V^*} \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{r}') \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^4} dV'
 \end{aligned} \tag{2-11}$$

式中 ∂V^* 和 V^* 分别为矢径 \mathbf{r} 处的面积和体积； dV' 为矢径 \mathbf{r}' 处的微元体积。

当 $\mathbf{r} = \mathbf{r}_w$ 时， $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w = 0$ 。方程(2-11)表示的辐射热流密度为壁面辐射热流，离开壁面 \mathbf{r}_w 的辐射能为 0，则 $\mathbf{q}^r(\mathbf{r}_w)$ 为壁面 \mathbf{r}_w 处的入射辐射热流矢量，即：

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}^r(\mathbf{r}_w) = & \int_{\partial V^*} \left[-\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} \int_{\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}' > 0} I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}') (\mathbf{n}_w \cdot \boldsymbol{\Omega}') d\boldsymbol{\Omega}' \right] \\
 & \times \exp \left[-\int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r}_w - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r}_w - \mathbf{r}_w|^4} \cdot (\mathbf{r}_w - \mathbf{r}_w) dA_w \\
 & + \int_{V^*} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}')}{4\pi} \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{\mathbf{r}_w - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}_w - \mathbf{r}'|^3} dV' \\
 & + \int_{V^*} \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{r}') \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{(\mathbf{r}_w - \mathbf{r}')^2}{|\mathbf{r}_w - \mathbf{r}'|^4} dV'
 \end{aligned} \tag{2-12}$$

利用式(2-12)，方程(2-1)可改写为

$$I(\mathbf{r}_w, \boldsymbol{\Omega}) = \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} + \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \quad (2-13)$$

将方程(2-13)代入到方程(2-10)和(2-11)中，则投射辐射强度和辐射热流密度矢量可分别表示为：

$$\begin{aligned} G(\mathbf{r}) = & - \int_{\partial V^*} \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^3} dA_w \\ & - \int_{\partial V^*} \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^3} dA_w \\ & + \int_{V^*} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}')}{4\pi} \right] \exp \left[- \int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^2} dV' \\ & + \int_{V^*} \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{r}') \right] \exp \left[- \int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \\ \mathbf{q}^r(\mathbf{r}) = & - \int_{\partial V^*} \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{r}_w)}{\pi} \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^4} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) dA_w \\ & - \int_{\partial V^*} \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^4} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) dA_w \\ & + \int_{V^*} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') G(\mathbf{r}')}{4\pi} \right] \exp \left[- \int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \\ & + \int_{V^*} \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{r}') \right] \exp \left[- \int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^4} dV' \end{aligned} \quad (2-15)$$

由方程(2-14)和(2-15)可以看出，积分方程法完全消除了立体角离散对求解辐射传输方程的影响，辐射传输方程化简为仅包含空间变量的方程组，但本文的算法只适用于线性各向异性散射。积分方程法的优点在于当散射相函数为线性各向异性散射时，辐射积分方程源函数中的积分项可以写成投射辐射强度和辐射热流之和的形式，避免了由于角度离散而引起的射线效应。而当散射相函数较为复杂时，则上述的源函数中的积分项就不能仅写为投射辐射强度和辐射热流之和的形式，还需要将多余的角度进行离散，则计算过程就会引入射线效应，使 IE 法的优点消失。

方程(2-14)和(2-15)组成的积分方程组含有三个未知量： T ， G ， \mathbf{q}^r 。当封闭空腔内介质及壁面的辐射物性及温度已知时，方程(2-14)和(2-15)即可组成已封闭的方程组可联立求解。但当温度未知时，则需将方程(2-14)和(2-15)与能量方程联立才能构成封闭方程组。能量方程的表达式如下式所示：

$$\nabla \cdot \mathbf{q}^r(\mathbf{r}) = \kappa [4\sigma T^4(\mathbf{r}) - G(\mathbf{r})] \quad (2-16)$$

2.2.2 二维直角坐标下的积分方程法

对于二维辐射换热问题，由于辐射换热问题与导热或对流换热有本质的不同，辐射换热研究始终应考虑本身固有的三维性，即使温度和边界条件沿一个坐标轴方向上是常数（假设为 z 方向），也不能人为地忽略 z 方向上的辐射传递对 x - y 平面上各相关量的影响。因此，在求解二维辐射换热问题时必须将与 z 方向相关的量沿 z 方向积分处理，即考虑全场区域的影响^[141]。

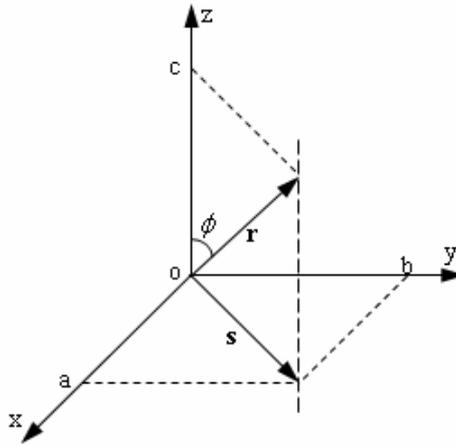


图 2-2 三维直角坐标系下空间向量的定义

Fig. 2-2 Vector definitions in Cartesian coordinate

如图 2-2 所示， \mathbf{r} 为三维直角坐标系下的矢径， \mathbf{s} 为其在 x - y 平面的投影；角度 ϕ 表示 z 轴与矢径 \mathbf{r} 的夹角，据此可以导出下列关系式^[141]：

$$\mathbf{r} = a\hat{\mathbf{i}} + b\hat{\mathbf{j}} + c\hat{\mathbf{k}} = \mathbf{s} + c\hat{\mathbf{k}} \quad (2-17a)$$

$$c = |\mathbf{s}| \operatorname{ctg} \phi \quad (2-17b)$$

$$|\mathbf{r}| = |\mathbf{s}| \operatorname{csc} \phi \quad (2-17c)$$

$$\mathbf{r} = \mathbf{s} + |\mathbf{s}| \operatorname{ctg} \phi \hat{\mathbf{k}} \quad (2-17d)$$

$$\hat{\mathbf{r}} = \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|} = \hat{\mathbf{s}} \sin \phi + \hat{\mathbf{k}} \cos \phi \quad (2-17e)$$

式中 $\hat{\mathbf{s}}$ 表示单位矢量。因为对于二维问题， z 轴方向的积分范围是 $(-\infty, +\infty)$ ，为简化处理，引入角度积分，将 z 方向距离同向量与 z 轴夹角 ϕ 联系起来^[141]：

$$\frac{dz}{d\phi} = -|\mathbf{s}| \csc^2 \phi \quad (2-17f)$$

对于二维表面积分，面积分可分解为一个在 x - y 平面内的线积分和一个 z 方向的积分。对于二维问题而言， $T(\mathbf{r}_w)$ 和 $\mathbf{q}'(\mathbf{r}_w)$ 是与 z 无关的函数，即 $T(\mathbf{r}) = T(\mathbf{s}_w)$ ， $\mathbf{q}'(\mathbf{r}_w) = \mathbf{q}'(\mathbf{s}_w)$ ，则式(2-14)中的面积分项 Π_A^I 可表示为：

$$\begin{aligned} \Pi_A^I &= - \int_{\partial V^*} \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^3} dA_w \\ &\quad - \int_{\partial V^*} \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}'(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^3} dA_w \\ &= \int_x \int_y \left\{ - \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}'(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\ &\quad \times \int_{z=-\infty}^{+\infty} \exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] \frac{[(\mathbf{r} - \mathbf{r}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|^3} dz dy dx \end{aligned} \quad (2-18)$$

将(2-17c)、(2-17e)和(2-17f)代入式(2-18)中，则对于 $z = [-\infty, +\infty]$ 的积分项可转化为 ϕ 在 $[\pi, 0]$ 范围内的积分，若假设物性均匀，则有

$$\exp \left[- \int_{\mathbf{r}_w}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}') \frac{\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w}{|\mathbf{r}' - \mathbf{r}_w|} d\mathbf{r}' \right] = \exp(\beta |\mathbf{r} - \mathbf{r}_w|) \quad (2-19)$$

则结合式(2-17f)，将 dz 用 $d\phi$ 代替，式(2-18)可转化为

$$\begin{aligned} \Pi_A^I &= \int_x \int_y \left\{ - \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}'(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \times \\ &\quad \int_{\phi=\pi}^0 \frac{(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \sin \phi \cdot \mathbf{n}_w}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|} \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^2 \csc^2 \phi} \exp[-\beta |\mathbf{s} - \mathbf{s}_w| \csc \phi] (-|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w| \csc^2 \phi d\phi) dy dx \\ &= \int_x \int_y \left\{ - \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}'(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\ &\quad \times \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^2} \int_{\phi=\pi}^0 -\sin \phi \times \exp[-\beta |\mathbf{s} - \mathbf{s}_w| \csc \phi] d\phi dy dx \end{aligned} \quad (2-20)$$

这里 ϕ 表示向量 $(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w)$ 与坐标轴 z 轴的夹角。设 $\theta = \pi/2 - \phi$ ，代入式(2-20)中得：

$$\begin{aligned} \Pi_A^I = \int_x \int_y \left\{ -\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\ \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^2} \times 2 \int_{\theta=0}^{\pi/2} \cos \theta \exp \left[-\frac{\beta |\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|}{\cos \theta} \right] d\theta dy dx \end{aligned} \quad (2-21)$$

引入

$$S_n(x) = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \exp(-x/\cos \theta) \cos^{n-1} \theta d\theta \quad (2-22)$$

其中 $n=0, 1, 2, \dots$, $S_n(x)$ 的求解及数学特性参见文献[67]。

则式(2-18)转化为

$$\begin{aligned} \Pi_A^I = \int_x \int_y \left\{ -\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\ \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^2} \times \pi S_2(\beta |\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) dy dx \end{aligned} \quad (2-23)$$

同理，对于二维体积积分而言，式(2-14)中的体积分项 Π_V^I 可表示为

$$\begin{aligned} \Pi_V^I = \int_x \int_y \left[\frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \times \int_{z=-\infty}^{+\infty} \frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^2} \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}''-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}''-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] dz dy dx \\ + \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{r}') (\mathbf{r}-\mathbf{r}') \cdot \mathbf{q}^r(\mathbf{r}')}{4\pi |\mathbf{r}-\mathbf{r}'|^3} \right] \times \int_{z=-\infty}^{+\infty} \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}''-\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}''-\mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] dz dy dx \end{aligned} \quad (2-24)$$

将式(2-17c)、(2-17e)和(2-17f)代入式(2-21)中，则对于 $z = [-\infty, +\infty]$ 的积分项可转化为 ϕ 在 $[\pi, 0]$ 范围内的积分，假设物性均匀，则式(2-24)可转化为

$$\begin{aligned} \Pi_V^I = \int_x \int_y \left[\frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \\ \times \frac{1}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2 \csc^2 \phi} \int_{\phi=\pi}^0 \exp[-\beta |\mathbf{s}-\mathbf{s}'| \csc \phi] (-|\mathbf{s}-\mathbf{s}'| \csc^2 \phi d\phi) dy dx \\ + \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \right] \\ \times \int_{\phi=\pi}^0 \frac{\left[\frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}'}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \sin \phi + \hat{k} \cdot \cos \phi \right]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2 \csc^2 \phi} \exp[-\beta |\mathbf{s}-\mathbf{s}'| \csc \phi] (-|\mathbf{s}-\mathbf{s}'| \csc^2 \phi d\phi) dy dx \end{aligned} \quad (2-25)$$

同样，设 $\theta = \pi/2 - \phi$ ，代入式(2-25)中得

$$\begin{aligned}
 \Pi_V^I &= \int_x \int_y \left[\frac{\kappa(\mathbf{s}')\sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \frac{1}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dy dx \\
 &\quad + \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \right] \times \left\{ \begin{aligned} &\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}') \cos \theta]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2} \exp\left[-\frac{\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|}{\cos \theta}\right] d\theta \\ &+ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \frac{[\hat{\mathbf{k}} \cdot \sin \theta]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \exp\left[-\frac{\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|}{\cos \theta}\right] d\theta \end{aligned} \right\} dy dx \\
 &= \int_x \int_y \left[\frac{\kappa(\mathbf{s}')\sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \frac{1}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dy dx \\
 &\quad + \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \right] \frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}'}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2} \pi S_2(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dy dx
 \end{aligned} \tag{2-26}$$

同理，对于热流密度矢量的求解公式(2-15)而言，利用上述推导过程，则式(2-15)中的面积分项 Π_A^q 可转化为

$$\begin{aligned}
 \Pi_A^q &= \int_x \int_y \left\{ -\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\
 &\quad \times \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^2} \left\{ \begin{aligned} &\int_{\phi=\pi}^0 -\frac{(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w)}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|} \sin^2 \phi \cdot \exp[-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w| \csc \phi] d\phi \\ &+ \int_{\phi=\pi}^0 -\sin \phi \cos \phi \hat{\mathbf{k}} \cdot \exp[-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w| \csc \phi] d\phi \end{aligned} \right\} dy dx
 \end{aligned} \tag{2-27}$$

与辐射强度的面积分公式(2-20)不同的是，在式(2-27)中出现了 $\cos \phi \hat{\mathbf{k}}$ 一项，由于 z 轴方向的积分范围是从 $-\infty$ 到 $+\infty$ ，辐射热流对 $-z$ 轴和 $+z$ 轴的贡献相抵消，所以 $\cos \phi \hat{\mathbf{k}}$ 可直接去掉，则式(2-27)转化为

$$\begin{aligned}
 \Pi_A^q &= \int_x \int_y \left\{ -\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\
 &\quad \times \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^2} \int_{\phi=\pi}^0 -\frac{(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w)}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|} \sin^2 \phi \cdot \exp[-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w| \csc \phi] d\phi dy dx
 \end{aligned} \tag{2-28}$$

同样，设 $\theta = \pi/2 - \phi$ ，代入式(2-28)中得

$$\begin{aligned} \Pi_A^q = \int_x \int_y \left\{ -\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\ \times \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^3} \cdot (\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \pi S_3(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) dy dx \end{aligned} \quad (2-29)$$

同理，热流密度矢量的体积分项 Π_V^q 可转化为

$$\begin{aligned} \Pi_V^q &= \int_{V^*} \left[\frac{\kappa(\mathbf{r}') \sigma T^4(\mathbf{r}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \\ &+ \int_{V^*} \left[\frac{\sigma_s(\mathbf{r}')}{4\pi} a \cdot \mathbf{q}^r(\mathbf{r}') \right] \exp \left[-\int_{\mathbf{r}'}^{\mathbf{r}} \beta(\mathbf{r}'') \frac{\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}'' - \mathbf{r}'|} d\mathbf{r}'' \right] \frac{(\mathbf{r} - \mathbf{r}')^2}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^4} dV' \\ &= \int_x \int_y \left[\frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \times \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dy dx \\ &+ \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \right] \times \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dy dx \end{aligned} \quad (2-30)$$

综上所述：

$$\begin{aligned} \Pi_A^I = \frac{1}{4\pi} \int_x \int_y \left\{ -\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\ \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^2} \times \pi S_2(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) dy dx \end{aligned} \quad (2-31a)$$

$$\begin{aligned} \Pi_V^I = \int_x \int_y \left[\frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dy dx \\ + \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \right] \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dy dx \end{aligned} \quad (2-31b)$$

$$\begin{aligned} \Pi_A^q = \int_x \int_y \left\{ -\frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} - \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \right\} \\ \times \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^3} \cdot (\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \pi S_3(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) dy dx \end{aligned} \quad (2-31c)$$

$$\begin{aligned} \Pi_V^q = \int_x \int_y \left[\frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} + \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \right] \times \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dy dx \\ + \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \right] \times \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dy dx \end{aligned} \quad (2-31d)$$

将(2-31a)~(2-31 d)式分别代入式(2-14)和式(2-15)中，得：

$$\begin{aligned}
 G(\mathbf{s}) = & - \int_x \int_y \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) dx dy \\
 & - \int_x \int_y \frac{(1 - \varepsilon_w)}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) dx dy \\
 & + \int_x \int_y \frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\
 & + \int_x \int_y \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\
 & + \frac{a}{4\pi} \int_x \int_y \sigma_s(\mathbf{s}') \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \cdot \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\
 \mathbf{q}^r(\mathbf{s}) = & - \int_x \int_y \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) dx dy \\
 & - \int_x \int_y \frac{(1 - \varepsilon_w)}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) dx dy \\
 & + \int_x \int_y \frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\
 & + \int_x \int_y \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\
 & + \frac{a}{4\pi} \int_x \int_y \sigma_s(\mathbf{s}') \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy
 \end{aligned} \tag{2-32}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}^r(\mathbf{s}) = & - \int_x \int_y \frac{\varepsilon_w \sigma T^4(\mathbf{s}_w)}{\pi} \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) dx dy \\
 & - \int_x \int_y \frac{(1 - \varepsilon_w)}{\pi} [\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w] \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) dx dy \\
 & + \int_x \int_y \frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma T^4(\mathbf{s}')}{\pi} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\
 & + \int_x \int_y \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') G(\mathbf{s}')}{4\pi} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\
 & + \frac{a}{4\pi} \int_x \int_y \sigma_s(\mathbf{s}') \mathbf{q}^r(\mathbf{s}') \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy
 \end{aligned} \tag{2-33}$$

方程(2-32)和(2-33)即为辐射传输方程的积分方程组。当介质为各向同性散射时，则方程(2-32)和(2-33)中的最后一项为 0。对于辐射传输积分方程组的求解，Crosbie 和 Schrenker^[44](1985)首次将消去积点法应用于辐射传输计算中，并将各种标准情况下的计算结果以表格的形式给出。Wu^[47](1992)和 Zhang^[40](1994)采用外推法 (partition-extrapolation method) 处理一维和二维辐射积分方程，但这种方法受计算机内存和计算时间限制。Abulwafa 和 Attia^[48](1999)应用伽辽金方法处理了圆柱体内非均匀各向异性散射介质的辐射传输问题。近期，Sutton 和 Chen^[41](2003)提出了坐标变化的方法避免奇异积分的出现，进而处理二维和三维实心及空心圆柱介质辐射换热问题。Altac 和 Tekkalmaz^[42,43](2004)提出了应用消去奇点法处理二维各向同性散射均匀矩形介质的辐射换热问题，该方法

同样也适用于线性各向异性散射。但是以上文献的研究很难适用于非规则几何体内的辐射换热问题，考虑到有限元法具有对复杂形状求解域和边界条件的适应能力强且易于实现的优点。因此，对于方程(2-32)和(2-33)及方程(2-16)中的空间位置采用有限元法离散。

2.2.3 二维辐射换热的有限元离散

2.2.3.1 辐射传输方程的有限元离散

在方程(2-32)和(2-33)的基础上，将整个封闭空腔及其内壁面离散成一系列互不重叠的体元和面元。采用有限元理论，引入形函数 $\Psi_j(\mathbf{s})$ ，将变量 $T^4(\mathbf{s})$ 、 $G(\mathbf{s})$ 和 $\mathbf{q}^r(\mathbf{s})$ 近似表达为^[140]：

$$T^4(\mathbf{s}) = \sum_{j=1}^N T_j^4 \Psi_j(\mathbf{s}) \quad (2-34a)$$

$$G(\mathbf{s}) = \sum_{j=1}^N G_j \Psi_j(\mathbf{s}) \quad (2-34b)$$

$$\mathbf{q}^r(\mathbf{s}) = \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j^r \Psi_j(\mathbf{s}) \quad (2-34c)$$

方程(2-34a)称之为 Swarts-Wendroff 近似^[140]。

对于求解域的有限元法离散，离散单元可以选择不同的形状，如二维问题离散单元可以选择三角形、四边形和矩形等，三维问题离散单元可以选择四面体、三角形棱柱和矩形棱柱以及六面体等。综合考虑对复杂几何形状的适应性，本文中二维问题的离散单元选择了三角形单元，如图 2-3 所示。

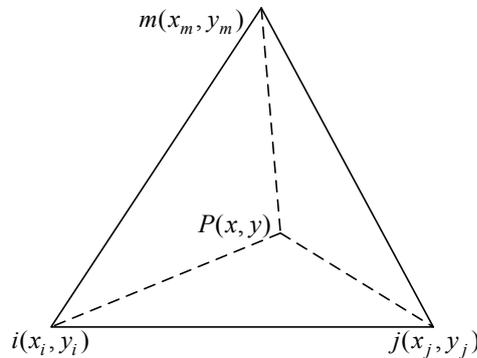


图 2-3 二维三角形单元

Fig. 2-3 Two-dimensional triangular element

有限元形函数可以选择有高阶单元和等参单元。在本课题中我们选择了较简单的自然坐标系下的等参单元。对于二维情况，形函数的公式如下^[142]：

$$\begin{cases} \Psi_i = \frac{1}{2\Delta}(a_i + b_i x + c_i y) \\ \Psi_j = \frac{1}{2\Delta}(a_j + b_j x + c_j y) \\ \Psi_m = \frac{1}{2\Delta}(a_m + b_m x + c_m y) \end{cases} \quad (2-35)$$

其中 $\Psi_i + \Psi_j + \Psi_m = 1$ ， $a_\alpha, b_\alpha, c_\alpha$ ($\alpha = i, j, m$) 的定义如下^[142]：

$$\begin{cases} a_i = x_j y_m - x_m y_j \\ a_j = x_m y_i - x_i y_m \\ a_m = x_i y_j - x_j y_i \end{cases}, \quad \begin{cases} b_i = y_i - y_m \\ b_j = y_m - y_i \\ b_m = y_i - y_j \end{cases}, \quad \begin{cases} c_i = x_m - x_j \\ c_j = x_i - x_m \\ c_m = x_j - x_i \end{cases} \quad (2-36)$$

Δ 为单元的面积，其表达式为：

$$\Delta = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 1 & x_i & y_i \\ 1 & x_j & y_j \\ 1 & x_m & y_m \end{vmatrix} = \frac{1}{2} (b_i c_j - b_j c_i) \quad (2-37)$$

将(2-36)和(2-37)代入(2-35)中即可求得形函数 Ψ 。

将方程(2-34)代入方程(2-32)和(2-33)，得：

$$\begin{aligned} G(\mathbf{s}) = & - \sum_{j=1}^N T_{w,j}^4 \int_x \int_y \frac{\varepsilon_w \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^2} \pi S_2(-\beta |\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) dx dy \\ & - \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_{w,j}^r \int_x \int_y \frac{1 - \varepsilon_w}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s} - \mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|^2} \pi S_2(-\beta |\mathbf{s} - \mathbf{s}_w|) \cdot \mathbf{n}_w dx dy \\ & + \sum_{j=1}^N T_j^4 \int_x \int_y \frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{r}') \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(-\beta |\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\ & + \sum_{j=1}^N G_j \int_x \int_y \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') \Psi_j(\mathbf{s}')}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|} \pi S_1(-\beta |\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \\ & + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j^r \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \Psi_j(\mathbf{s}') \right] \frac{\mathbf{s} - \mathbf{s}'}{|\mathbf{s} - \mathbf{s}'|^2} \pi S_2(\beta |\mathbf{s} - \mathbf{s}'|) dx dy \end{aligned} \quad (2-38)$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{q}^r(\mathbf{s}) = & -\sum_{j=1}^N T_{w,j}^4 \int_x \int_y \frac{\varepsilon_w \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) dx dy \\
 & -\sum_{j=1}^N \mathbf{q}_{w,j}^r \int_x \int_y \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) \cdot \mathbf{n}_w dx dy \\
 & +\sum_{j=1}^N T_j^4 \int_x \int_y \frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}') \frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}'}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \\
 & +\sum_{j=1}^N G_j \int_x \int_y \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') \Psi_j(\mathbf{s}')}{4\pi} \frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}'}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \\
 & +\sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j^r \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \Psi_j(\mathbf{s}') \right] \frac{1}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy
 \end{aligned} \tag{2-39}$$

为简化运算，引入以下辐射因子：

$$E_{G_{ij}} = \int_x \int_y \frac{\varepsilon_w \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) dx dy \tag{2-40a}$$

$$\mathbf{R}_{G_{ij}} = \int_x \int_y \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) \cdot \mathbf{n}_w dx dy \tag{2-40b}$$

$$A_{G_{ij}} = \int_x \int_y \frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}') \frac{1}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \pi S_1(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \tag{2-40c}$$

$$S_{G_{ij}} = \int_x \int_y \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') \Psi_j(\mathbf{s}')}{4\pi} \frac{1}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \pi S_1(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \tag{2-40d}$$

$$\mathbf{Q}_{G_{ij}} = \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \Psi_j(\mathbf{s}') \right] \frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}'}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2} \pi S_2(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \tag{2-40e}$$

$$\mathbf{E}_{q_{ij}^r} = \int_x \int_y \frac{\varepsilon_w \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) dx dy \tag{2-41a}$$

$$R_{q_{ij}^r} = \int_x \int_y \frac{1-\varepsilon_w}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}_w) \frac{[(\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \cdot \mathbf{n}_w]}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|^3} (\mathbf{s}-\mathbf{s}_w) \pi S_3(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}_w|) \cdot \mathbf{n}_w dx dy \tag{2-41b}$$

$$\mathbf{A}_{q_{ij}^r} = \int_x \int_y \frac{\kappa(\mathbf{s}') \sigma}{\pi} \Psi_j(\mathbf{s}') \frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}'}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \tag{2-41c}$$

$$\mathbf{S}_{q_{ij}^r} = \int_x \int_y \frac{\sigma_s(\mathbf{s}') \Psi_j(\mathbf{s}')}{4\pi} \frac{\mathbf{s}-\mathbf{s}'}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|^2} \pi S_2(-\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \tag{2-41d}$$

$$Q_{q_{ij}}^r = \int_x \int_y \left[a \frac{\sigma_s(\mathbf{s}')}{4\pi} \Psi_j(\mathbf{s}') \right] \frac{1}{|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|} \pi S_1(\beta|\mathbf{s}-\mathbf{s}'|) dx dy \quad (2-41e)$$

将上述辐射因子代入方程(2-38)和(2-39)，则投射辐射强度和辐射热流密度矢量可简写为：

$$G_k = - \sum_{j=1}^N T_{w,j}^4 E_{G_{ij}} - \sum_{j=1}^N [\mathbf{q}_{w,j}^r \cdot \mathbf{R}_{G_{ij}}] + \sum_{j=1}^N T_j^4 A_{G_{ij}} + \sum_{j=1}^N G_j S_{G_{ij}} + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j^r \cdot \mathbf{Q}_{G_{ij}} \quad (2-42)$$

$$\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_k) = - \sum_{j=1}^N T_{w,j}^4 \mathbf{E}_{q_{ij}}^r - \sum_{j=1}^N [\mathbf{q}_{w,j}^r R_{q_{ij}}^r] + \sum_{j=1}^N T_j^4 \mathbf{A}_{q_{ij}}^r + \sum_{j=1}^N G_j \mathbf{S}_{q_{ij}}^r + \sum_{j=1}^N \mathbf{q}_j^r Q_{q_{ij}}^r \quad (2-43)$$

当封闭空腔内介质及壁面的辐射物性及温度已知时，通过数值积分可获得方程(2-40)和(2-41)所定义的系数后，即可由方程(2-42)和(2-43)组成的联立方程求解辐射热流密度矢量和投射辐射强度。积分方程有限元计算介质线性各异性散射时需要计算辐射简化因子以及各个节点处的投射辐射强度和辐射热流密度，由于辐射热流密度是矢量，因此整个计算过程计算量较大。该计算的重点和难点在于内部热流 \mathbf{q}_j^r 及辐射简化因子 $\mathbf{Q}_{G_{ij}}$ 和 $Q_{q_{ij}}^r$ 的计算，并且这两部分的计算量约占总计算量的 60%-80%。

若介质为各向同性散射， $\mathbf{Q}_{G_{ij}}$ 和 $Q_{q_{ij}}^r$ 均为 0，则方程(2-42)和(2-43)可化简为：

$$G_k = - \sum_{j=1}^N T_{w,j}^4 E_{G_{ij}} - \sum_{j=1}^N [\mathbf{q}_{w,j}^r \cdot \mathbf{R}_{G_{ij}}] + \sum_{j=1}^N T_j^4 A_{G_{ij}} + \sum_{j=1}^N G_j S_{G_{ij}} \quad (2-44)$$

$$\mathbf{q}^r(\mathbf{s}_k) = - \sum_{j=1}^N T_{w,j}^4 \mathbf{E}_{q_{ij}}^r - \sum_{j=1}^N [\mathbf{q}_{w,j}^r R_{q_{ij}}^r] + \sum_{j=1}^N T_j^4 \mathbf{A}_{q_{ij}}^r + \sum_{j=1}^N G_j \mathbf{S}_{q_{ij}}^r \quad (2-45)$$

由方程(2-44)和(2-45)组成的联立方程即可求解各向同性散射条件下的辐射热流密度和投射辐射强度，且方程(2-44)和(2-45)关于辐射热流的计算只涉及壁面热流，因此，积分方程有限元法对于各向同性散射问题的处理只需计算壁面热流，而不需要计算内部各节点的热流，大大简化了整体计算过程，缩短了计算时间。

若壁面为黑体壁面且介质为各向同性散射， $\mathbf{R}_{G_{ij}}$ 和 $R_{q_{ij}}^r$ 为 0，则方程(2-42)可化简为：

$$G_k = - \sum_{j=1}^N T_{w,j}^4 E_{G_{ij}} + \sum_{j=1}^N T_j^4 A_{G_{ij}} + \sum_{j=1}^N G_j S_{G_{ij}} \quad (2-46)$$

由方程(2-45)迭代求解即可计算出投射辐射强度。

2.2.3.2 能量方程的有限元离散

当封闭空腔内介质的温度未知时，则需将方程(2-42)和(2-43)与能量方程(2-16)联立求解。二维能量方程的加权余量的形式如下：

$$\int_{\Omega} \kappa [4\sigma T^4(\mathbf{s}) - G(\mathbf{s})] W = 0 \quad (2-47)$$

其中 W 为加权函数，且 $W = \Psi_j$ 。在方程(2-47)的基础上，采用有限元理论，引入形函数 $\Psi_j(\mathbf{s})$ ，变量 $T^4(\mathbf{s})$ 、 $G(\mathbf{s})$ 如方程(2-34a)和(2-34b)所示。然后按照泰勒展开级数展开 T_j^4 ，设 T_j^* 为上次迭代计算的结果（最初计算为假设值），展开结果如下所示：

$$T_j^4 = 4T_j^{*3}T_j - 3T_j^{*4} \quad (2-48)$$

将方程(2-48)、(2-34a)和(2-34b)代入方程(2-47)，可以得到离散后的线性方程：

$$4\sigma(4T_j^{*3}T_j - 3T_j^{*4}) \int_{\Omega} \Psi_i \Psi_j d\Omega - \frac{G_j}{4\pi} \int_{\Omega} \Psi_i \Psi_j d\Omega = 0 \quad (2-49)$$

这样，联系方程(2-42)、(2-43)和(2-49)即可求出任意形状下介质线性各向异性散射的辐射换热问题。

2.3 积分方程有限元法的计算程序流程

Step 1: 划分网格，计算方程(2-40)和(2-41)中的辐射因子；

Step 2: 判断是否是辐射平衡问题？如果是辐射平衡问题，则假定初始温度、投射辐射强度、热流密度为零；反之，假定初始投射辐射强度和热流密度为零；

Step 3: 计算辐射传输方程(2-42)和(2-43)，求解投射辐射强度和辐射热流密度；

Step 4: 如果是辐射平衡问题，则计算能量方程(2-49)，求解出温度。如果是辐射非平衡问题，则直接进行 Step 6；

Step 5: 如果满足温度收敛条件 ($\Delta T < 10^{-5}$)，则进行 Step 6；反之，令所求得的温度为初始温度，然后代入 Step 3 和 Step 4 重新计算，直到温度收敛；

Step 6: 如果满足投射辐射强度收敛标准 ($\Delta G < 10^{-5}$)，则终止计算；否则，将计算出的温度、投射辐射强度和热流作为新的假定值，返回至 Step 3 重新迭代计算，直至辐射强度收敛。

Step 7: 输出所需要的计算结果。

具体的程序流程图，如图 2-4 所示：

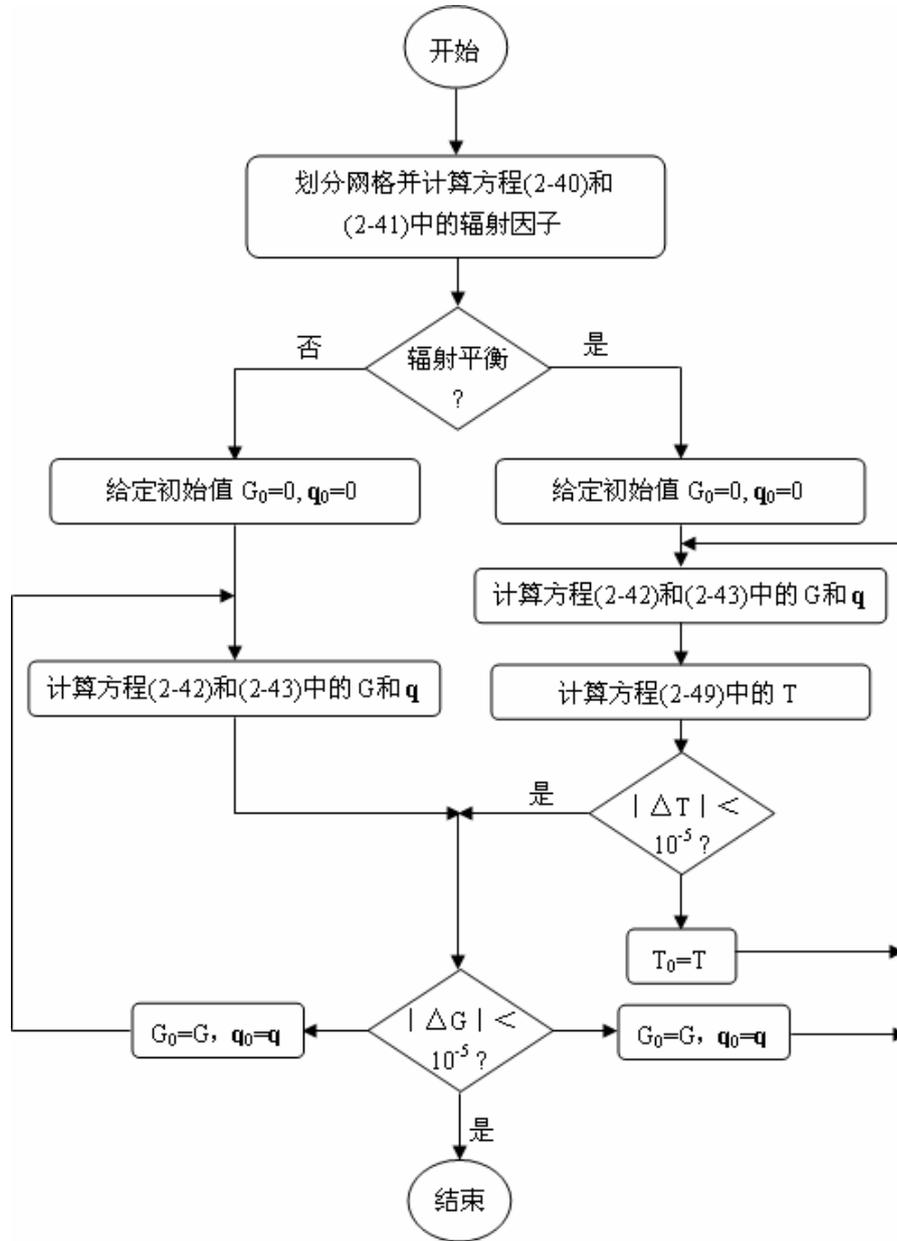


图 2-4 IEFEM 计算流程图

Fig. 2-4 Iteration algorithm for IEFEM

2.4 结果与讨论

为了验证模型的正确性，计算了规则几何体和非规则几何体内介质辐射传输问题，并将结果与 Monte-Carlo 法或者已公开发表的参考文献结果进行比较。本章所选用的网格独立性均已经过验证。

2.4.1 规则形状几何体-辐射平衡问题

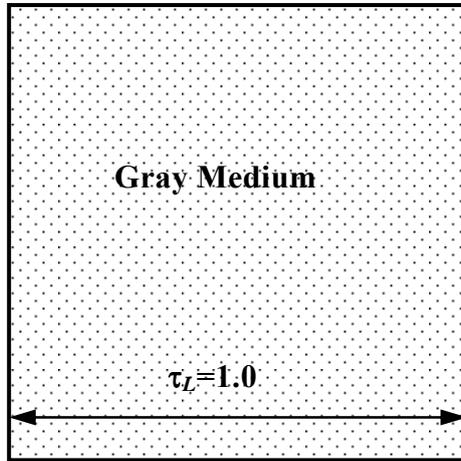


图 2-5 二维矩形封腔示意图

Fig. 2-5 The schematic diagram of two-dimensional rectangular enclosure

如图 2-5 所示, 一个二维正方形半透明灰体介质被发射率均为 ε 的不透明边界包围, 底面的温度为 1000K, 其它壁面温度为 500K, 光学厚度 $\tau_L = 1.0$ 。介质的衰减系数为 $\beta = 1.0 \text{ m}^{-1}$, 反照率为 ω , 散射相函数可表示为: $\Phi(\Theta) = 1 + a \cos \Theta$, 以下所有条件下的算例的计算网格均为 898 个三角形单元, 490 个节点, 网格分布如图 2-6 所示。

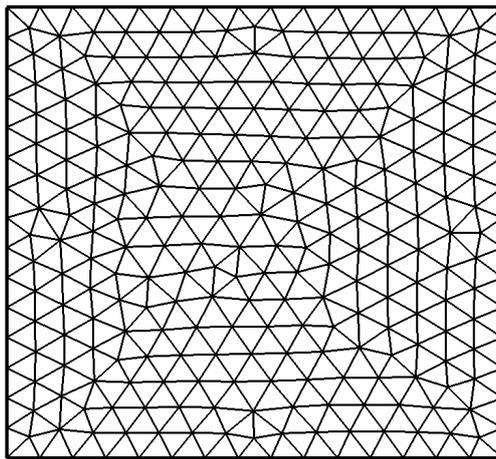


图 2-6 二维矩形封腔网格分布图

Fig. 2-6 The grid distribution of two-dimensional rectangular enclosure

Case 1: 图 2-7 为当介质散射为各向同性散射, 反照率为 0.5 时用 IEFEM 和 Monte-Carlo 法计算的不同壁面发射率下的底面热流分布。随着发射率的增大,

底面的净辐射热流也随之增加，IEFEM 与 MCM 的计算结果非常接近。

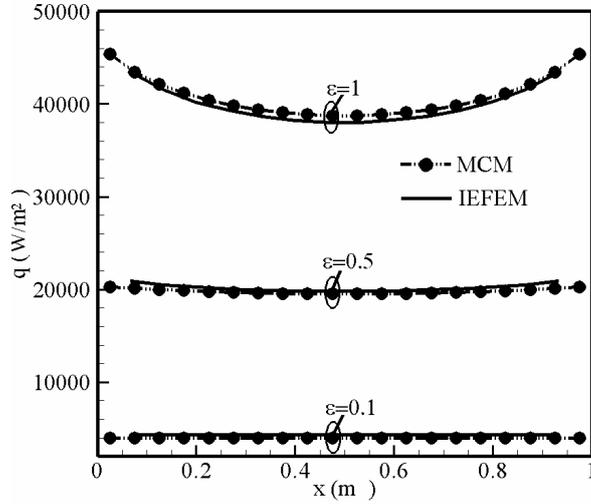


图 2-7 不同壁面发射率时底面热流比较

Fig. 2-7 Comparison of the radiative heat flux along the hot wall with different emissivities

Case 2: 图 2-8 为当壁面发射率为 1，反照率为 0.5 时不同线性各异性散射相函数系数下底面热流分布，并将计算结果与 MCM 的计算结果进行比较。IEFEM 的计算结果与 MCM 的计算结果吻合得很好，最大计算误差不超过 2%。并且各向异性时的误差大于各向同性误差，这主要是由于 Eq. (2-42)和 Eq. (2-43)中最后一项的存在使得计算过程的累积误差增大。

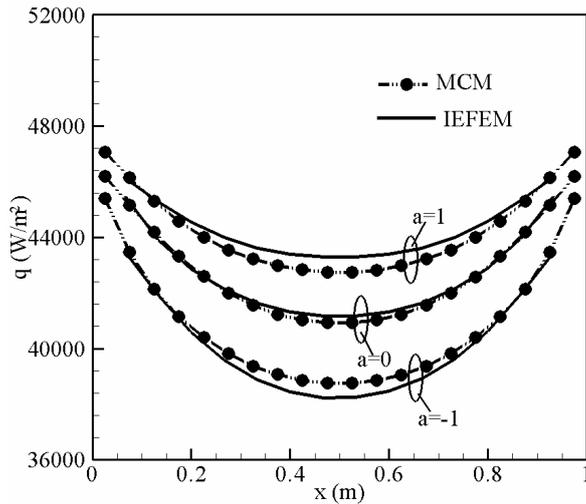


图 2-8 不同散射相函数时底面热流比较

Fig. 2-8 Comparison of the radiative heat flux along the hot wall with different scattering functions

Case 3: 假定壁面发射率为 1, 且线性各向异性散射因子为 $a=-1.0$ 。图 2-9 给出了反照率分别为 0.1, 0.5, 0.9 时计算得到的底面热流分布。如图所示, IEFEM 与 MCM 之间的偏差随着反照率的增大而增大。从理论上讲, IEFEM 计算的误差由两部分组成, 一是方程(2-40)和(2-41)数值积分的误差, 二是由数值迭代过程所产生的累积误差。当介质为各向异性散射时, 计算过程保持衰减系数不变, 则随着反照率的增加, 散射系数增大, 导致方程(2-40e)和(2-41e)中的数值积分误差随着反照率的增加而增大, 从而使 IEFEM 与 MCM 之间的偏差随着反照率的增大而增大, 但最大偏差不超过 3%。

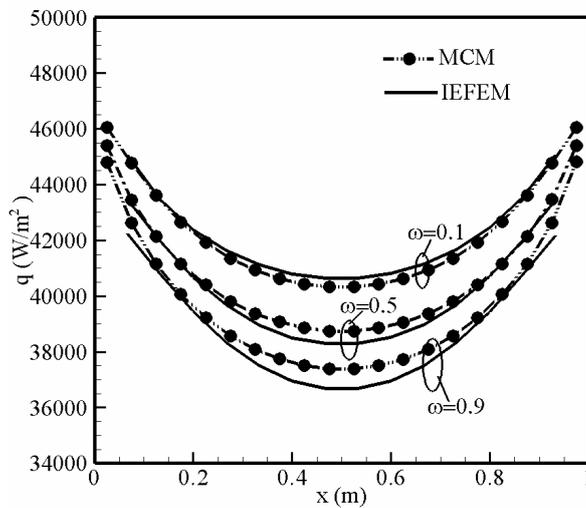


图 2-9 不同反照率时底面热流比较

Fig. 2-9 Comparison of the radiative heat flux along the hot wall with different scattering albedos

2.4.2 规则形状几何体-辐射非平衡问题

如图 2-5 所示的几何体, 几何体内介质为无发射、有吸收和散射的冷介质, 壁面均为黑体冷壁面, 漫射辐射均匀投射到底面, 其他壁面均无投射辐射。底面的投射辐射强度为 $G=1$, 介质的衰减系数为 $\beta=1.0\text{ m}^{-1}$ 。网格分布如图 2-6 所示, 应用 IEFEM 计算当反照率 $\omega=0.5$ 和 $\omega=0.95$ 时前向散射和后向散射时底面和顶面的出射辐射强度。并将结果与文献[42]中 IE 法的计算结果进行比较, 如图 2-10 和图 2-11 所示。IEFEM 计算结果与文献[42]中 IE 法计算结果吻合较好。

从图 2-10 和 2-11 可以看出, 当介质的反照率增加时, 介质吸收的能量减小, 散射的能量增大, 因此底面和顶面的出射辐射强度增大。当介质表现为前向散射特性时更多的能量将被散射到热流传播方向, 因此, 对于介质前向散射

时的顶面出射辐射强度大于后向散射时的顶面出射辐射强度。同理，对于底面出射辐射强度，介质后向散射时大于介质前向散射时。

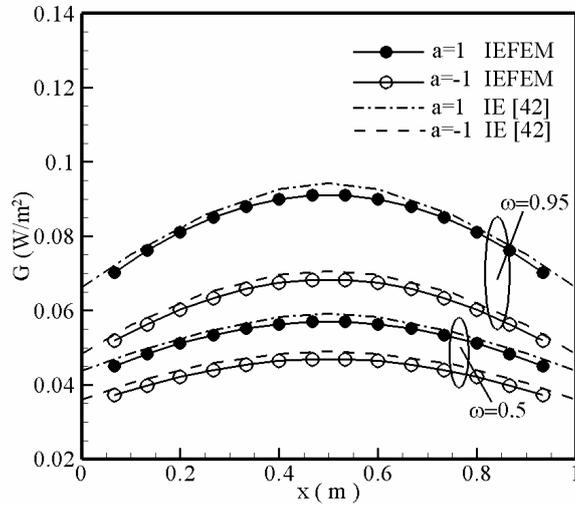


图 2-10 顶面出射辐射强度比较

Fig. 2-10 Comparison of the incident intensity on the top boundary

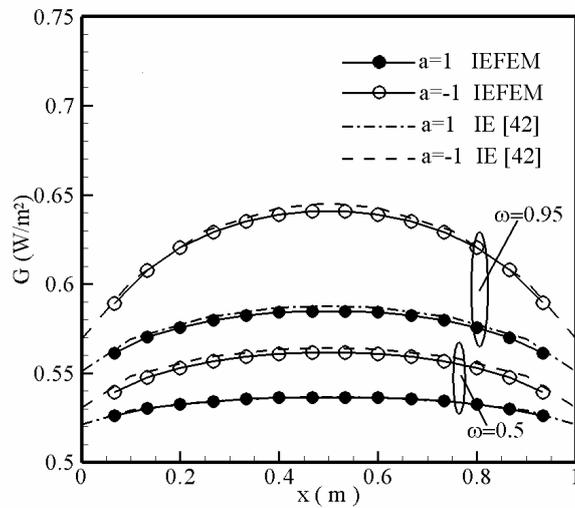


图 2-11 底面出射辐射强度比较

Fig. 2-11 Comparison of the incident intensity on the bottom boundary

2.4.3 非规则形状几何体

如图 2-12 所示，假定非规则四边形封闭空腔左壁面的温度较高为 1000K，其它壁面为 300K，介质温度也为 300K。腔内为反照率 $\omega=0.5$ 的参与性介质，其衰减系数为 1.0m^{-1} 。计算网格分布如图 2-13 所示。

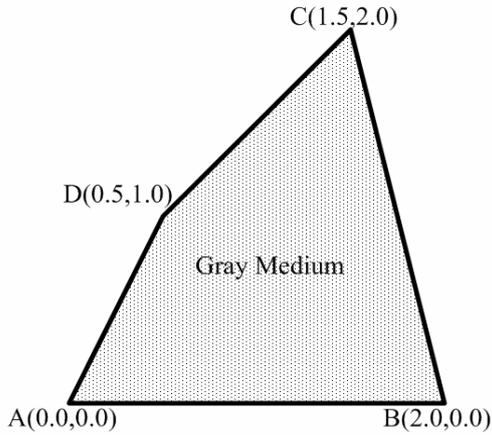


图 2-12 非规则四方形封腔示意图

Fig. 2-12 The schematic diagram of irregular quadrilateral enclosure

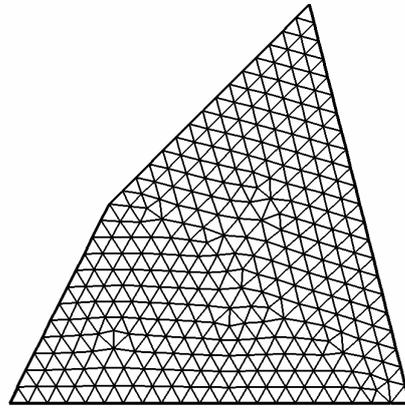


图 2-13 非规则四边形网格分布图

Fig. 2-13 The grid distribution of irregular quadrilateral enclosure

本文应用 IEFEM 法计算了介质线性各向异性散射因子分别为+1.0、0 和-1.0 时的底面无量纲热流，并将各向同性介质的计算结果与文献[143]的参考数据进行比较。如图 2-14 所示，介质各向同性散射时的底面无量纲热流与文献[143]的结果非常接近，验证了本文方法的有效性。当介质表现为前向散射特性时计算的底面无量纲热流最大，这是因为介质将更多的能量散射到热流传播方向，使温度较低的底面接收的投射辐射能量增大。同理，当介质表现为后向散射特性时，底面接收的投射辐射能量将减小。

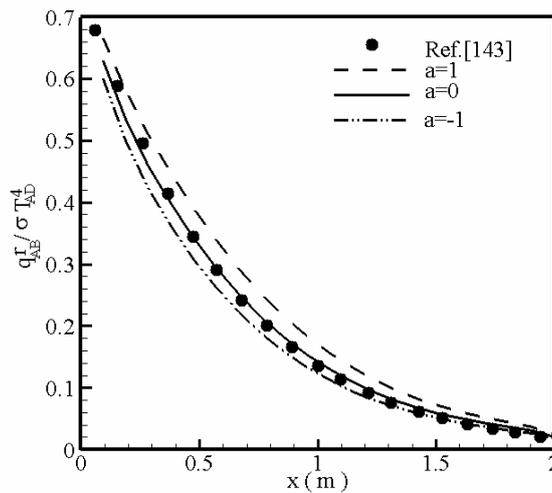


图 2-14 不同散射相函数时沿 AB 面的无量纲热流分布

Fig. 2-14 The non-dimensional radiative fluxes along the AB wall with different scattering functions

2.5 本章小结

IEFEM 将积分方程法和有限元法进行有机结合，既避免了因离散空间角度而引起的误差，又可以方便地处理非规则几何形状问题。但是，目前的 IEFEM 仅能用来处理各向同性介质内的辐射换热问题，本文将 IEFEM 扩展到求解二维线性各向异性散射介质内的热辐射传输问题。首先，给出了计算模型的详细理论推导和计算过程；其次，介绍了计算程序流程；最后，针对不同的算例（包括规则结合体和非规则几何体内的辐射问题）来验证本文所提方法的正确性，并将计算结果与 MCM 或已公开发表的文献进行比较。计算结果表明本文方法具有较好精度，与参考数据的最大偏差不超过 3%。

第3章 参与性介质内辐射传递求解的球谐函数法 及球谐函数有限元法

3.1 引言

球谐函数法(Spherical Harmonics Method, SHM)是微分近似法(Differential Approximation, DA)的另一种形式,该方法中将辐射强度用具有正交性质的球谐函数展开。即将辐射强度表示为一个与位置有关的系数,与一个与方向有关的标准球谐函数乘积的级数。其中,标准球谐函数又可以用勒让德多项式 P_N 表示, N 表示多项式中保留的项数,因此球谐函数法又称为 P_N 近似法^[5]。

采用球谐函数法求解辐射传输方程时,将包含散射相函数的积分项中的辐射强度采用正交的球谐函数级数展开,同时散射相函数通常也表示为勒让德多项式求和的方式,因此计算中可以充分利用勒让德多项式的正交特性。理论上来说,可以采用任意阶数 N 的球谐函数法进行辐射传输计算。然而,随着阶数 N 和几何体维数的增加,其数学复杂性迅速增加^[5]。球谐函数法的优点在于其不需要空间方向离散,而且便于与其他空间离散方法(如FEM)结合使用。空间角度用球谐函数离散,空间位置用有限元离散,两者结合起来就形成了球谐函数有限元法。有限元法可以处理几何复杂的问题^[142],因此球谐函数有限元法也可以用来处理各种形状的几何体。球谐函数有限元法一般用于偶对称中子传输、核测井和医疗成像^[144,145],目前将球谐函数有限元应用在参与性介质内辐射传输的研究文献较少。

本章首先给出了一维球谐函数法通用公式的详细理论推导,并采用 P_1 和 P_3 对一维辐射平衡和非平衡问题进行计算,并且将计算结果与MCM或已公开发表的文献的计算结果进行比较;其次,推导了二维球谐函数法(P_1, P_3)的计算公式,采用有限差分法对其离散,并对二维辐射平衡和非平衡问题进行计算,将计算结果与MCM和IEFEM的计算结果进行比较;最后,将球谐函数法与有限元法相结合,采用有限元对空间位置进行离散,然后计算了规则形状几何体和非规则几何体内的辐射问题,并将计算结果与已发表文献中的计算结果进行比较。

3.2 球谐函数法的核心思想

在发射、吸收、散射介质内，辐射传递方程（RTE）为^[5]：

$$\hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla_{\tau} I + I = (1 - \omega) I_b + \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} I(\hat{\mathbf{s}}') \Phi(\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{s}}') d\Omega' \quad (3-1)$$

球谐函数法的实质是将辐射传输方程中的辐射强度 $I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}})$ 用一组正交的球谐函数展开成级数，其表达式如下所示^[5]：

$$I(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n I_n^m(\mathbf{r}) Y_n^m(\hat{\mathbf{s}}) \quad (3-2)$$

式中： $I_n^m(\mathbf{r})$ 为与位置相关的系数，当 $l > N$ 时 $I_n^m = 0$ ， $|m| > l$ 时 $I_n^m = 0$ 。 $Y_l^m(\hat{\mathbf{s}})$ 为规范化的球谐函数，其表达式为^[5]：

$$Y_l^m(\hat{\mathbf{s}}) = (-1)^{(m+|m|)/2} \left[\frac{(l-|m|)!}{(l+|m|)!} \right]^{1/2} e^{im\varphi} P_l^{|m|}(\cos\theta) \quad (3-3)$$

式中 θ 和 φ 分别为描述单位方向矢量 $\hat{\mathbf{s}}$ 的天顶角和圆周角； $P_l^{|m|}(\cos\theta)$ 为（ m 阶 l 次）第一类连带勒让德多项式，其表达式如下所示^[5]：

$$P_l^m = (-1)^m (1-x^2)^{m/2} \frac{d^m P_l(x)}{dx^m}, \quad m = 0, 1, \dots, l \quad (3-4)$$

3.3 一维 SHM 的数值计算

3.3.1 一维 SHM 的控制方程

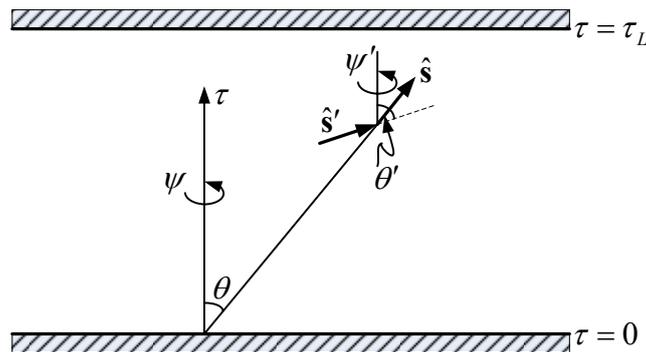


图 3-1 一维平行平板介质坐标

Fig. 3-1 Coordinates for the one-dimensional plane-parallel medium

对于一维平行平板介质如图 3-1 所示，方程(3-1)可以改写成如下形式^[5]：

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu)}{d\tau} + I(\tau, \mu) = (1-\omega)I_b(\tau, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') \Phi(\mu', \mu) d\mu' \quad (3-5)$$

其中： $\mu = \cos\theta$ 。由于一维的辐射强度与圆周角 φ 无关，即当 $m \neq 0$ 时， $I_l^m = 0$ ，因此辐射强度的展开式可以写为^[5]：

$$I(\tau, \mu) = \sum_{l=0}^N I_l(\tau) P_l(\mu) \quad (3-6)$$

散射相函数按照勒让德多项式形式展开如下所示^[5]：

$$\Phi(\mu', \mu) = \sum_{m=0}^M A_m P_m(\mu') P(\mu) \quad (3-7)$$

式中 A_m 表示相函数展开系数， P_m 是 m 阶勒让德多项式，当 $M=0$ 时散射相函数为各向同性散射， $M=1$ 时散射相函数为线性各向异性射。

利用勒让德多项式的正交性可得，

$$\begin{aligned} \int_{-1}^1 \Phi(\mu, \mu') I(\tau, \mu') d\mu' &= \sum_{l=0}^N I_l(\tau) \cdot \sum_{m=0}^M A_m P_m(\mu) \int_{-1}^1 P_l(\mu') P_m(\mu') d\mu' \\ &= \sum_{l=0}^N I_l(\tau) \cdot \frac{2A_l \cdot P_l(\mu)}{2l+1} \end{aligned} \quad (3-8)$$

将方程(3-6)和(3-8)代入方程(3-5)中可以得到^[5]：

$$\sum_{l=0}^N \left[\frac{dI_l}{d\tau} \mu P_l(\mu) + I_l(\tau) P_l(\mu) \right] = (1-\omega)I_b(\tau) + \omega \sum_{l=0}^N \frac{A_l I_l(\tau)}{2l+1} P_l(\mu) \quad (3-9)$$

再利用勒让德多项式的递推关系，式(3-9)可写为：

$$\sum_{l=0}^N \left[\frac{dI_l}{d\tau} \frac{(l+1)P_{l+1}(\mu) + lP_{l-1}(\mu)}{2l+1} \right] = (1-\omega)I_b(\tau) + \omega \sum_{l=0}^N \frac{A_l I_l(\tau)}{2l+1} P_l(\mu) \quad (3-10)$$

上式(3-10)乘 $P_k(\mu)$ ，($k=0,1,\dots,N$)并对 μ 在 $[-1, 1]$ 内积分，应用勒让德多项式的正交性，可得到 $N+1$ 个 $I_k(\tau)$ 的微分方程^[5]：

$$\begin{aligned} \frac{k+1}{2k+3} I'_{k+1}(\tau) + \frac{k}{2k-1} I'_{k-1}(\tau) + \left(1 - \frac{\omega A_k}{2k+1}\right) I_k(\tau) \\ = (1-\omega)I_b(\tau) \delta_{0k}, \quad k=0,1,2,\dots,N \end{aligned} \quad (3-11)$$

公式(3-11)即为一维 P_N 近似方程的通用形式。

当 $N=1$ 时称为 P_1 近似，公式(3-11)可写为：

$$\frac{1}{3} \frac{\partial I_1}{\partial \tau} + (1-\omega A_0) I_0 = (1-\omega) I_b \quad (3-12a)$$

$$\frac{\partial I_0}{\partial \tau} + \left(1 - \frac{\omega A_1}{3}\right) I_1 = 0 \quad (3-12b)$$

当 $N=3$ 时称为 P_3 近似，公式(3-11)可写为：

$$\frac{1}{3} \frac{\partial I_1}{\partial \tau} + (1 - \omega A_0) I_0 = (1 - \omega) I_b \quad (3-13a)$$

$$\frac{\partial I_0}{\partial \tau} + \frac{2}{5} \frac{\partial I_2}{\partial \tau} + \left(1 - \frac{\omega A_1}{3}\right) I_1 = 0 \quad (3-13b)$$

$$\frac{1}{3} \frac{\partial I_1}{\partial \tau} + \frac{3}{7} \frac{\partial I_3}{\partial \tau} + \left(1 - \frac{\omega A_2}{5}\right) I_2 = 0 \quad (3-13c)$$

$$\frac{3}{5} \frac{\partial I_2}{\partial \tau} + \left(1 - \frac{\omega A_3}{7}\right) I_3 = 0 \quad (3-13d)$$

注意： $l > N$ 时 $I_n^m = 0$ ， $|m| > l$ 时 $I_n^m = 0$ 。

3.3.2 一维 SHM 的边界条件

为了确定在求解微分方程组式(3-11)时所出现的积分常数，还应该给出必需的边界条件，并且给出的边界条件的数目应恰好等于待定的积分常数的数目以保证解的唯一性。在 P_N 近似中，由于 $n > N$ 的 $I_k(\tau)$ 各项都被略掉了，所求的是 $I(\tau, \mu)$ 的近似解，而边界条件相应地须以适当的近似的边界条件来代替。近似边界条件的选择应首先保证解的唯一性，然后再使所讨论问题的解具有最高的精确度。球谐函数法的边界条件有两种：马克（Mark）边界条件和马绍克（Marshak）边界条件。本文选择的是马绍克边界条件，其表达式为^[5]：

$$\begin{aligned} \int_{\hat{n} \cdot \hat{s} > 0} I(\tau_w, \hat{s}) P_{2i+1}(\hat{s}) d\Omega = \varepsilon_w \int_{\hat{n} \cdot \hat{s} > 0} I_w(0, \hat{s}) P_{2i+1}(\hat{s}) d\Omega \\ + \int_{\hat{n} \cdot \hat{s} > 0} (1 - \varepsilon_w) \frac{1}{2\pi} \int_{\hat{n} \cdot \hat{s} < 0} I(\tau_w, \hat{s}') d\Omega' P_{2i+1}(\hat{s}) d\Omega \quad i = 0, 1, \dots, \frac{N-1}{2} \end{aligned} \quad (3-14)$$

球谐函数形式下的边界条件为^[5]：

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^N I_n(0) \left[\int_0^1 P_n(\mu) \mu^{2i+1} d\mu - (1 - \varepsilon_0) \int_0^1 \int_{-1}^0 P_n(\mu') \mu^{2i+1} d\mu' d\mu \right] = I_{b0} \varepsilon_0 \int_0^1 \mu^{2i+1} d\mu \\ \sum_{n=0}^N I_n(\tau_L) \left[\int_{-1}^0 P_n(\mu) \mu^{2i+1} d\mu - (1 - \varepsilon_{\tau_L}) \int_{-1}^0 \int_0^1 P_n(\mu') \mu^{2i+1} d\mu' d\mu \right] = I_{b\tau_L} \varepsilon_{\tau_L} \int_{-1}^0 \mu^{2i+1} d\mu \\ i = 0, 1, \dots, \frac{N-1}{2} \end{aligned} \quad (3-15)$$

一维 P_1 近似, $N=1$, $i=0$ 。若边界为黑体边界, 则 Marshak 边界条件公式(3-15)化简为:

$$I_0(0) + \frac{2}{3}I_1(0) = I_{b0} \quad (3-16a)$$

$$I_0(\tau_L) - \frac{2}{3}I_1(\tau_L) = I_{b\tau_L} \quad (3-16b)$$

一维 P_3 近似, $N=3$, $i=0, 1$ 。若边界为黑体边界, 则 Marshak 边界条件公式(3-14)化简为:

$$I_0(0) + \frac{2}{3}I_1(0) + \frac{1}{4}I_2(0) = I_{b0} \quad (3-17a)$$

$$I_0(0) + \frac{4}{5}I_1(0) + \frac{1}{2}I_2(0) + \frac{8}{35}I_3(0) = I_{b0} \quad (3-17b)$$

$$I_0(0) - \frac{2}{3}I_1(0) + \frac{1}{4}I_2(0) = I_{b\tau_L} \quad (3-17c)$$

$$I_0(0) - \frac{4}{5}I_1(0) + \frac{1}{2}I_2(0) - \frac{8}{35}I_3(0) = I_{b\tau_L} \quad (3-17d)$$

基于 P_N 近似的的投射辐射强度 G 和辐射热流 q 的表达式如下:

$$G(\tau) = \int_{4\pi} I(\tau, \mu) d\mu = 4\pi I_0(\tau) \quad (3-18)$$

$$q(\tau) = \int_{4\pi} I(\mu, \mu) \mu d\mu = \frac{4\pi}{3} I_1(\tau) \quad (3-19)$$

3.3.3 一维计算与结果分析

3.3.3.1 辐射平衡问题

在一维平板参与性介质内的辐射换热问题中, 假定介质的反照率为 1; 介质表现为线性各向异性散射, 散射相函数为 $\Phi = 1 + a \cos \Theta$; 两侧均为黑体壁面, 一侧温度 $T_1 = 1000K$, 另一侧温度 $T_2 = 0K$ 。令 q^r 为边界 2 的投射辐射热流, 定义无量纲反射辐射热流密度: $q^* = 1 - q^r / (\sigma T^4)$ 。计算不同散射相函数时, 无量纲反射热流密度如表 3-1 所示, 其中理论解源自文献[7]。并定义相对误差 $Error = \left| q_{p_N}^* - q_{理论}^* \right| / q_{理论}^* \times 100\%$, 计算结果如图 3-2 所示。

表 3-1 无量纲辐射热流比较

Table 3-1 Comparison of the dimensionless heat flux

光学厚度 τ	理论解 ^[7]	P_1	P_3
$a = 0$			
1	0.4466	0.4293	0.4444
2	0.6069	0.6005	0.6090
3	0.6984	0.6927	0.6978
4	0.7540	0.7503	0.7537
5	0.7923	0.7898	0.7921
6	0.8203	0.8184	0.8202
7	0.8417	0.8402	0.8416
8	0.8585	0.8573	0.8584
9	0.8721	0.8711	0.8720
10	0.8833	0.8825	0.8832
$a = 0.5$			
1	0.4055	0.3854	0.4029
2	0.5678	0.5562	0.5667
3	0.6599	0.6526	0.6592
4	0.7195	0.7147	0.7191
5	0.7614	0.7579	0.7611
6	0.7923	0.7898	0.7922
7	0.8162	0.8142	0.8161
8	0.8351	0.8336	0.8351
9	0.8505	0.8493	0.8505
10	0.8633	0.8622	0.8633
$a = 1$			
1	0.3577	0.3342	0.3546
2	0.5154	0.5007	0.5140
3	0.6102	0.6006	0.6093
4	0.6738	0.6671	0.6732
5	0.7195	0.7147	0.7192
6	0.7540	0.7503	0.7538
7	0.7810	0.7781	0.7808
8	0.8026	0.8003	0.8025
9	0.8203	0.8184	0.8202
10	0.8351	0.8336	0.8351

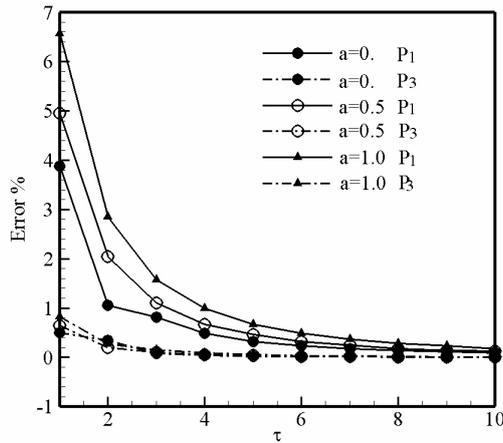


图 3-2 P_1 近似与 P_3 近似反射热流相对误差比较

Fig. 3-2 Comparison of relative errors of reflective heat flux between P_1 and P_3

结果分析:

- (1) P_3 近似的计算精度要高于 P_1 近似。
- (2) 对于辐射平衡问题, 随着光学厚度的增加, P_3 和 P_1 近似的计算精度都增高。
- (3) 随着散射相函数系数 a 的增加, P_1 近似的计算精度降低, 可见散射相函数对 P_1 近似的影响较大, 而散射相函数对 P_3 近似的计算精度影响较小。

3.3.3.2 辐射非平衡问题

用 P_1 和 P_3 法计算一维漫射平板的透射率, 边界条件如与文献[146]相同, 计算透射率并将结果与文献中的精确值进行比较, 结果如表 3-2 所示。

边界条件为: $I(0, \mu) = q / \pi, \mu > 0$

$$I(\tau_L, \mu) = 0, \mu < 0$$

则透射率为: $\gamma = \frac{2\pi}{q} \int_0^1 I(\tau_L, \mu) \mu d\mu$, 其中: τ_L 为平板的光学厚度, q 为投射热流, μ 为辐射强度 $I(\tau, \mu)$ 的方向余弦。

表 3-2 不同光学厚度时的透射率比较

Table 3-2 Comparison of transmittance in different optical thickness

ω	γ_{EXACT}	γ_{P1}	γ_{P3}
$\tau_L = 0.5$			
0.1	0.4578	0.43845	0.45055
0.2	0.4744	0.46020	0.46850
0.3	0.4925	0.48382	0.48823

0.4	0.5125	0.50944	0.51003
0.5	0.5350	0.53744	0.53422
0.6	0.5603	0.56812	0.56119
0.7	0.5891	0.60182	0.59144
0.8	0.6220	0.63906	0.62559
0.9	0.6599	0.68030	0.66440
$\tau_L = 1$			
0.1	0.2317	0.19280	0.22737
0.2	0.2459	0.21215	0.2423
0.3	0.2627	0.23449	0.25976
0.4	0.2825	0.26039	0.28038
0.5	0.3063	0.29077	0.30500
0.6	0.3352	0.32681	0.33484
0.7	0.371	0.37003	0.37156
0.8	0.4162	0.42268	0.41768
0.9	0.4748	0.48799	0.47700
$\tau_L = 2$			
0.1	0.0658	0.03732	0.06761
0.2	0.0728	0.04512	0.07435
0.3	0.0814	0.05513	0.08284
0.4	0.0925	0.06813	0.0938
0.5	0.1071	0.08545	0.10831
0.6	0.1269	0.10908	0.12814
0.7	0.1551	0.14241	0.15636
0.8	0.1973	0.19161	0.19870
0.9	0.2656	0.26831	0.26715
$\tau_L = 5$			
0.1	0.0020	0.00028	0.00221
0.2	0.0024	0.00045	0.00263
0.3	0.0030	0.00074	0.00323
0.4	0.0039	0.00125	0.00413
0.5	0.0053	0.00220	0.00556
0.6	0.0077	0.00412	0.00803
0.7	0.0124	0.00834	0.01277
0.8	0.0229	0.01875	0.02340
0.9	0.0534	0.0508	0.05406

定义相对误差 $Error = \frac{|\gamma_{EXACT} - \gamma_{P_3}|}{\gamma_{EXACT}} \times 100\%$ 或 $Error = \frac{|\gamma_{EXACT} - \gamma_{P_1}|}{\gamma_{EXACT}} \times 100\%$ ，如

图 3-3 所示。 γ_{EXACT} 为文献[146]所给的解析解透射率， γ_{P_3} 为用 P_3 法计算时所得的透射率，而 γ_{P_1} 为用 P_1 计算时所得的透射率。

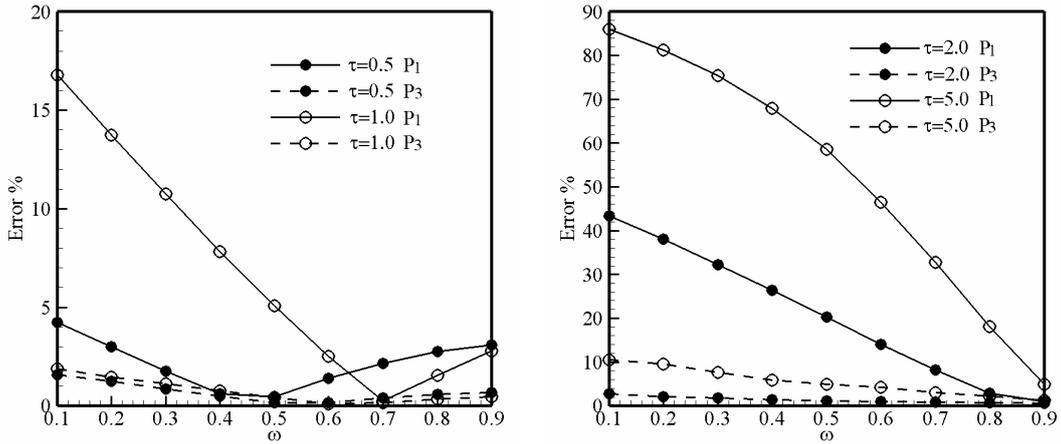


图 3-3 P_1 近似与 P_3 近似透射率相对误差比较

Fig. 3-3 Comparison of relative errors of transmittance between P_1 and P_3

结果分析：

- (1) P_3 近似的计算精度要高于 P_1 近似。
- (2) 对于辐射非平衡问题，随着光学厚度的增加， P_3 和 P_1 近似的相对误差增大。
- (3) 当光学厚度 $\tau > 2$ 时，随着反照率的增加，透射率的相对误差减小，即 P_N 近似适用于强散射光学厚介质。

3.4 二维 SHM 的数值计算

3.4.1 二维 SHM 的控制方程

辐射强度变量分离公式(3-2)也可以展开成如下形式^[68]：

$$I(\tau, \hat{s}) = \sum_n (2n+1) J_n(\tau, \hat{s}) \quad (3-20)$$

其中：

$$J_n = \frac{1}{2n+1} \sum_{m=-n}^n I_n^m(\tau) Y_n^m(\hat{s}) \quad (3-21)$$

将公式(3-20)代入公式(3-1)，则辐射传输方程变为^[68]：

$$\begin{aligned} \sum_{n=0}^N (2n+1) \hat{s} \cdot \nabla_{\tau} J_n &= - \sum_{n=0}^N (2n+1) J_n + (1-\omega) I_b \\ &+ \frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \sum_{n=0}^N (2n+1) J_n(\tau, \hat{s}') \Phi(\hat{s} \cdot \hat{s}') d\Omega' \end{aligned} \quad (3-22)$$

将相函数展开式代入公式(3-22)中的积分项可得：

$$\frac{\omega}{4\pi} \int_{4\pi} \sum_{n=0}^N (2n+1) J_n(\tau, \hat{s}') \Phi(\hat{s} \cdot \hat{s}') d\Omega' = \omega \sum_{n=0}^N A_n J_n(\tau, \hat{s}) \quad (3-23)$$

将公式(3-23)代入公式(3-22)整理可得^[68]：

$$\nabla_s \cdot \nabla_{\tau} J_{n+1} + \alpha_n J_n + \zeta_{n-1} \cdot \nabla_{\tau} J_{n-1} = (1-\omega) I_b \delta_{n,0} \quad (3-24)$$

式中 $\alpha_n = (2n+1) - \omega A_n$ ， $[(2n-1)\hat{s} - R^2 \nabla_s] = \zeta_{n-1}$ 。

由公式(3-24)可得^[68]：

$$J_n = -\frac{1}{\alpha_n} (\nabla_s \cdot \nabla_{\tau} J_{n+1} + \nabla_{\tau} \cdot \zeta_{n-1} J_{n-1}), \quad n = 1, 3, 5, \dots, N \quad (3-25)$$

将公式(3-25)式代入公式(3-24)式中^[68]：

$$\begin{aligned} -\nabla_s \cdot \nabla_{\tau} \left[\frac{1}{\alpha_{n+1}} \nabla_{\tau} \cdot (\nabla_s J_{n+2} + \zeta_n J_n) \right] &= -\alpha_n J_n + \nabla_{\tau} \cdot \zeta_{n-1} \left[\frac{1}{\alpha_{n-1}} \nabla_{\tau} \cdot (\nabla_s J_n + \zeta_n J_{n-2}) \right] \\ &+ (1-\omega) I_b \delta_{n,0} \quad n = 0, 2, 4, \dots, N-1 \end{aligned} \quad (3-26)$$

由于 J_n 可以通过分离变量，将空间位置与方向进行拆分；依此类推，空间坐标的导数也可以与方向的导数进行变量分离，则公式(3-26)可写为^[68]：

$$\begin{aligned} &-\left[\nabla_{\tau} \left(\frac{1}{\alpha_{n+1}} \nabla_{\tau} \right) \right]^T : \nabla_s \nabla_s J_{n+2} - \left[\nabla_{\tau} \left(\frac{1}{\alpha_{n-1}} \nabla_{\tau} \right) \right]^T : \zeta_{n-1} \zeta_{n-2} J_{n-2} \\ &= \left\{ \left[\nabla_{\tau} \left(\frac{1}{\alpha_{n+1}} \nabla_{\tau} \right) \right]^T : \nabla_s \zeta_n - \alpha_n + \left[\nabla_{\tau} \left(\frac{1}{\alpha_{n-1}} \nabla_{\tau} \right) \right]^T : \zeta_{n-1} \nabla_s \right\} J_n = (1-\omega) I_b \delta_{n,0} \end{aligned} \quad (3-27)$$

经过进一步推导，二维的 P_N 近似最终可以得到 $N(N+1)/2$ 个椭圆形偏微分方程组。

当 $N=1$ 时，公式(3-27)经过一系列的最终可以写为：

$$\frac{\partial^2 I_0}{\partial \tau_x^2} + \frac{\partial^2 I_0}{\partial \tau_y^2} = \alpha_0 \alpha_1 (I_0 - I_b) \quad (3-28)$$

当 $N=3$ 时，对于二维 $x-y$ 平面：由于辐射强度的对称性可得 $I(\theta, \phi) = I(\pi - \theta, \phi)$ ，则球谐函数系数 Y_2^{-1} 和 Y_2^1 为 0，即当 $n+m$ 为奇数时，对应的 I_n^m 均为 0（如 I_1^0 ， I_3^{-2} 等），因此由公式(3-27)的 6 个偏微分方程减少为 4 个：

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau_x} \left[\frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_x} - \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_x} + \frac{6}{\alpha_1} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_x} + \frac{6}{\alpha_1} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \tau_y} \left[\frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_y} - \frac{1}{\alpha_1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_y} - \frac{6}{\alpha_1} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_y} + \frac{6}{\alpha_1} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} \right] = 5\alpha_0(I_0 - I_b) \end{aligned} \quad (3-29a)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau_x} \left[2\gamma_{8,3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} - \gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_y} + 2\gamma_{7,-3} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_y} + \frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_y} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \tau_y} \left[2\gamma_{8,3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} - \gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_x} - 2\gamma_{7,-3} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_x} + \frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_x} \right] - 2\alpha_2 I_2^{-2} = 0 \end{aligned} \quad (3-29b)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau_x} \left[\gamma_{6,1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_x} - 6\gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_x} - 6\gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} - \frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_x} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \tau_y} \left[\gamma_{6,1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_y} + 6\gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_y} - 6\gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} - \frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_y} \right] - \alpha_2 I_2 = 0 \end{aligned} \quad (3-29c)$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial}{\partial \tau_x} \left[2\gamma_{8,3} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_x} - \gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_x} - 2\gamma_{7,-3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} + \frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_x} \right] \\ & + \frac{\partial}{\partial \tau_y} \left[2\gamma_{8,3} \frac{\partial I_2^2}{\partial \tau_y} + \gamma_{1,1} \frac{\partial I_2^0}{\partial \tau_y} + 2\gamma_{7,-3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} - \frac{5}{\alpha_1} \frac{\partial I_0}{\partial \tau_y} \right] - 2\alpha_2 I_2^2 = 0 \end{aligned} \quad (3-29d)$$

式中： $\gamma_{i,j} = \left(\frac{i}{\alpha_3} + \frac{j}{\alpha_1} \right)$

3.4.2 二维 SHM 的边界条件

针对二维几何问题，全局坐标和相对坐标的关系如图 3-4 所示^[68]。在全局坐标和相对坐标下辐射强度按球谐展开式分别为^[68]：

$$I(\mathbf{r}, \hat{s}) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=-l}^l I_l^m(\mathbf{r}) Y_l^m(\hat{s}) \quad (3-30)$$

$$I(\mathbf{r}, \hat{s}) = \sum_{l=0}^N \sum_{m=-l}^l \bar{I}_l^m(\mathbf{r}) \bar{Y}_l^m(\hat{s}) \quad (3-31)$$

Y_l^m 、 I_l^m 为全局坐标下辐射强度的展开式，而 \bar{Y}_l^m 和 \bar{I}_l^m 为相对坐标下辐射强度的展开式，相对坐标与全局坐标下各变量的关系如下：

$$Y_n^m(\theta, \phi) = \sum_{m'=-n}^n \Delta_{mm'}^n(\alpha, \beta, \gamma) \bar{Y}_n^{m'}(\bar{\theta}, \bar{\phi}) \quad (3-32)$$

$$I_n^m = \sum_{m'=-n}^n \Delta_{mm'}^n(\alpha, \beta, \gamma) \bar{I}_n^{m'} \quad (3-33)$$

其中 $\Delta_{mm'}^n(\alpha, \beta, \gamma)$ 为旋转矩阵。

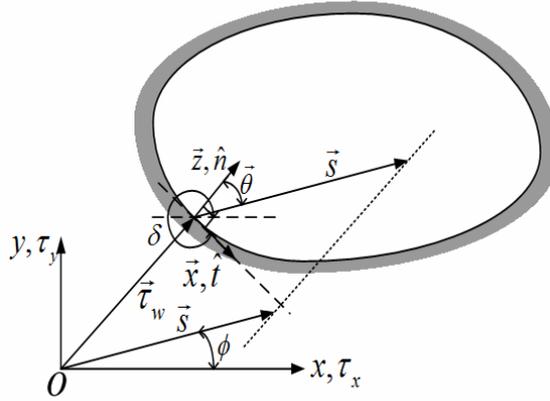


图 3-4 二维区域全局坐标与相对坐标

Fig. 3-4 Local and global coordinates for a two-dimensional enclosure

将公式(3-31)代入 Marshak 边界条件公式(3-13)^[68]:

$$\sum_{n=0}^N \left[\int_0^1 P_n^m(\bar{\mu}) P_{2i-1}^m(\bar{\mu}) d\bar{\mu} \right] \bar{I}_n^m(\tau_w) = \frac{1}{(1 + \delta_{m,0})\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^1 I_s(\bar{\mu} = \cos \bar{\theta}, \bar{\phi}) \bar{Y}_{2i-1}^m(\bar{\mu}, \bar{\phi}) d\bar{\mu} d\bar{\phi} \quad (3-34)$$

如果表面漫射，则上式化简为^[68]:

$$\sum_{n=0}^N \left[\int_0^1 P_n^{|m|}(\bar{\mu}) P_{2i-1}^{|m|}(\bar{\mu}) d\bar{\mu} \right] \bar{I}_n^m(\tau_w) = \left[\int_0^1 P_{2i-1}(\bar{\mu}) d\bar{\mu} \right] \delta_{m,0} I_s \quad (3-35)$$

对于二维 P_3 近似，由于对称性，取 $m = 0, 1$ 。

$$\bar{I}_0 + \frac{2}{3} \bar{I}_1^0 + \frac{1}{4} \bar{I}_2^0 = I_s \quad (3-36a)$$

$$\frac{2}{3} \bar{I}_1^1 + \frac{3}{4} \bar{I}_2^1 = 0 \quad (3-36b)$$

$$\bar{I}_0 - \bar{I}_2^0 - \frac{8}{7} \bar{I}_3^0 = I_s \quad (3-36c)$$

$$\bar{I}_2^2 + \frac{16}{7} \bar{I}_3^2 = 0 \quad (3-36d)$$

代入得: $I_s(\hat{s}) = I_{bs} - \frac{4}{3} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \bar{I}_1^0$ 得:

$$\bar{I}_0 + \left[\frac{2}{3} + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \right] \bar{I}_1^0 + \frac{1}{4} \bar{I}_2^0 = I_{bs} \quad (3-37a)$$

$$\frac{2}{3} \bar{I}_1^1 + \frac{3}{4} \bar{I}_2^1 = 0 \quad (3-37b)$$

$$\bar{I}_0 - \bar{I}_2^0 - \frac{8}{7} \bar{I}_3^0 + \frac{4}{3} \left(\frac{1}{\varepsilon} - 1 \right) \bar{I}_1^0 = I_{bs} \quad (3-37c)$$

$$\bar{I}_2^2 + \frac{16}{7} \bar{I}_3^2 = 0 \quad (3-37d)$$

由(3-33)式结合欧拉旋转原理，可以推导出全局坐标下的边界条件^[68]：

$$I_0 - \frac{3}{4} \sin 2\delta I_2^{-2} - \frac{1}{8} I_2^0 - \frac{3}{4} \cos 2\delta I_2^2 - \frac{12}{5\alpha_1} (2/\varepsilon - 1) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{x}}} [\cos 2\delta I_2^{-2} - \quad (3-38a)$$

$$\sin 2\delta I_2^{-2}] - \frac{2}{5\alpha_1} (2/\varepsilon - 1) \cdot \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{z}}} [5I_0 - 6 \sin 2\delta I_2^{-2} - I_2^0 - 6 \cos 2\delta I_2^2] = I_{bs}$$

$$- \frac{3}{2} \cos 2\delta I_2^{-2} + \frac{3}{2} \sin 2\delta I_2^2 + \frac{2}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{x}}} [5I_0 - I_2 + 6 \sin 2\delta I_2^{-2} + 6 \cos 2\delta I_2^2]$$

$$+ \frac{12}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{z}}} [\cos 2\delta I_2^{-2} - \sin 2\delta I_2^2] = 0 \quad (3-38b)$$

$$I_0 + 3 \sin 2\delta I_2^{-2} + \frac{1}{2} I_2^0 + 3 \cos 2\delta I_2^2 - \frac{48}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{x}}} [\cos 2\delta I_2^{-2} - \sin 2\delta I_2^2] -$$

$$\frac{24}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{z}}} [3 \sin 2\delta I_2^{-2} + \frac{1}{2} I_2^0 + 3 \cos 2\delta I_2^2] - \frac{24}{5\alpha_1} (1/\varepsilon - 1) \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{x}}} [\cos 2\delta I_2^{-2} \quad (3-38b)$$

$$- \sin 2\delta I_2^{-2}] - \frac{4}{5\alpha_1} (1/\varepsilon - 1) \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{z}}} [5I_0 - 6 \sin 2\delta I_2^{-2} - I_2^0 - 6 \cos 2\delta I_2^2] = I_{bs}$$

$$\frac{1}{2} \sin 2\delta I_2^{-2} - \frac{1}{4} I_2^0 + \frac{1}{2} \cos 2\delta I_2^2 - \frac{16}{5\alpha_1} \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{x}}} [\cos 2\delta I_2^{-2} - \sin 2\delta I_2^2]$$

$$- \frac{4}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_{\bar{z}}} [2 \sin 2\delta I_2^{-2} - I_2^0 + 2 \cos 2\delta I_2^2] = 0 \quad (3-38d)$$

对于二维矩形区域：

$$\hat{n} = -\sin \delta \hat{i} + \cos \delta \hat{j} + 0 \hat{k} \quad (3-39)$$

左边界时 $\hat{n} = \hat{i}$, $\delta_1 = \frac{3}{2}\pi$ ，相对坐标下的 \bar{x} 对应于全局坐标下的 $-y$ ，相对坐标下

的 \bar{z} 对应于全局坐标下的 x ；右边界时 $\hat{n} = -\hat{i}$, $\delta_2 = \frac{1}{2}\pi$ ，相对坐标下的 \bar{x} 对应于

全局坐标下的 y ，相对坐标下的 \bar{z} 对应于全局坐标下的 $-x$ ；下边界时

$\hat{n} = \hat{j}$, $\delta_3 = 0$ ，相对坐标下的 \bar{x} 对应于全局坐标下的 x ，相对坐标下的 \bar{z} 对应于全

局坐标下的 y ；上边界时 $\hat{n} = -\hat{j}$, $\delta_4 = \pi$ ，相对坐标下的 \bar{x} 对应于全局坐标下的 $-x$ ，相对坐标下的 \bar{z} 对应于全局坐标下的 $-y$ ；将上述的对应关系分别代入(3-38)式即可得一阶偏微分形式的 Marshak 边界条件：

左边界：

$$\frac{3}{2}I_2^{-2} - \frac{2}{5\alpha_1} \frac{\partial}{\partial \tau_y} [5I_0 - I_2 - 6I_2^2] - \frac{12}{5\alpha_1} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} = 0 \quad (3-40a)$$

$$I_0 - \frac{1}{8}I_2^0 + \frac{3}{4}I_2^2 - \frac{12}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1) \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} - \quad (3-40b)$$

$$\frac{2}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1) \frac{\partial}{\partial \tau_x} [5I_0 - I_2^0 + 6I_2^2] = I_{bs}$$

$$I_0 + \frac{1}{2}I_2^0 - 3I_2^2 - \frac{48}{5\alpha_3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} - \frac{24}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_x} \left[\frac{1}{2}I_2^0 - 3I_2^2 \right] - \quad (3-40c)$$

$$\frac{24}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1) \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} - \frac{4}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1) \frac{\partial}{\partial \tau_x} [5I_0 - I_2^0 + 6I_2^2] = I_{bs}$$

$$-\frac{1}{4}I_2^0 - \frac{1}{2}I_2^2 - \frac{16}{5\alpha_3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} + \frac{4}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_x} [I_2^0 + 2I_2^2] = 0 \quad (3-40d)$$

右边界：

$$\frac{3}{2}I_2^{-2} + \frac{2}{5\alpha_1} \frac{\partial}{\partial \tau_y} [5I_0 - I_2 - 6I_2^2] + \frac{12}{5\alpha_1} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} = 0 \quad (3-41a)$$

$$I_0 - \frac{1}{8}I_2^0 + \frac{3}{4}I_2^2 + \frac{12}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1) \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} + \quad (3-41b)$$

$$\frac{2}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1) \frac{\partial}{\partial \tau_x} [5I_0 - I_2^0 + 6I_2^2] = I_s$$

$$I_0 + \frac{1}{2}I_2^0 - 3I_2^2 + \frac{48}{5\alpha_3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} + \frac{24}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_x} \left[\frac{1}{2}I_2^0 - 3I_2^2 \right] + \quad (3-41c)$$

$$\frac{24}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1) \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} + \frac{4}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1) \frac{\partial}{\partial \tau_x} [5I_0 - I_2^0 + 6I_2^2] = I_s$$

$$-\frac{1}{4}I_2^0 - \frac{1}{2}I_2^2 + \frac{16}{5\alpha_3} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} - \frac{4}{5\alpha_3} \frac{\partial}{\partial \tau_x} [I_2^0 + 2I_2^2] = 0 \quad (3-41d)$$

下边界：

$$-\frac{3}{2}I_2^{-2} + \frac{2}{5\alpha_1} \frac{\partial}{\partial \tau_x} [5I_0 - I_2 + 6I_2^2] + \frac{12}{5\alpha_1} \frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} = 0 \quad (3-42a)$$

$$I_0 - \frac{1}{8}I_2^0 - \frac{3}{4}I_2^2 - \frac{12}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1)\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} - \frac{2}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1)\frac{\partial}{\partial \tau_y}[5I_0 - I_2^0 - 6I_2^2] = I_s \quad (3-42b)$$

$$I_0 + \frac{1}{2}I_2^0 + 3I_2^2 - \frac{48}{5\alpha_3}\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} - \frac{24}{5\alpha_3}\frac{\partial}{\partial \tau_y}\left[\frac{1}{2}I_2^0 + 3I_2^2\right] - \frac{24}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1)\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} - \frac{4}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1)\frac{\partial}{\partial \tau_y}[5I_0 - I_2^0 - 6I_2^2] = I_s \quad (3-42c)$$

$$-\frac{1}{4}I_2^0 + \frac{1}{2}I_2^2 - \frac{16}{5\alpha_3}\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} + \frac{4}{5\alpha_3}\frac{\partial}{\partial \tau_y}[I_2^0 - 2I_2^2] = 0 \quad (3-42d)$$

上边界:

$$-\frac{3}{2}I_2^{-2} - \frac{2}{5\alpha_1}\frac{\partial}{\partial \tau_x}[5I_0 - I_2 + 6I_2^2] - \frac{12}{5\alpha_1}\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_y} = 0 \quad (3-43a)$$

$$I_0 - \frac{1}{8}I_2^0 - \frac{3}{4}I_2^2 + \frac{12}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1)\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} + \frac{2}{5\alpha_1}(2/\varepsilon - 1)\frac{\partial}{\partial \tau_y}[5I_0 - I_2^0 - 6I_2^2] = I_s \quad (3-43b)$$

$$I_0 + \frac{1}{2}I_2^0 + 3I_2^2 + \frac{48}{5\alpha_3}\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} + \frac{24}{5\alpha_3}\frac{\partial}{\partial \tau_y}\left[\frac{1}{2}I_2^0 + 3I_2^2\right] + \frac{24}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1)\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} + \frac{4}{5\alpha_1}(1/\varepsilon - 1)\frac{\partial}{\partial \tau_y}[5I_0 - I_2^0 - 6I_2^2] = I_s \quad (3-43c)$$

$$-\frac{1}{4}I_2^0 + \frac{1}{2}I_2^2 + \frac{16}{5\alpha_3}\frac{\partial I_2^{-2}}{\partial \tau_x} + \frac{4}{5\alpha_3}\frac{\partial}{\partial \tau_y}[-I_2^0 + 2I_2^2] = 0 \quad (3-43d)$$

3.4.3 二维计算与结果分析

3.4.3.1 辐射平衡问题

一个二维正方形半透明灰体介质被发射率均为 ε 的不透明边界包围, 底面的温度为 1000K, 其它壁面温度为 500K, 光学厚度 $\tau_L = 1.0$ 。介质的衰减系数为 $\beta = 1.0 \text{ m}^{-1}$, 反照率为 ω , 散射相函数可表示为 $\Phi(\Theta) = 1 + a \cos \Theta$ 。采用 P_1 法和 P_3 法计算不同壁面发射率、反射率及不同散射相函数时介质内 $y = 0.6 \text{ m}$ 处的温度分布。并将计算结果与 MCM 的计算结果进行比较, 如图 3-5、图 3-6 和图 3-7 所示:

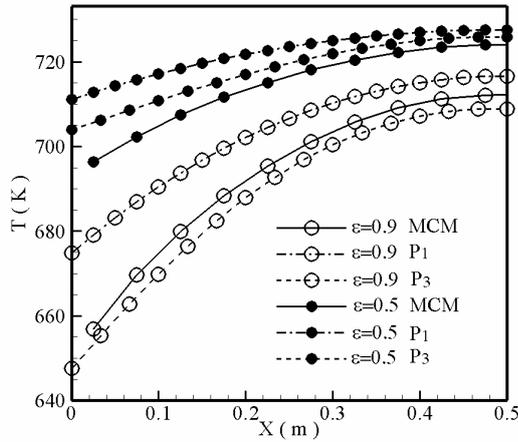


图 3-5 不同壁面发射率时 $y = 0.6\text{ m}$ 处的温度比较

Fig. 3-5 Comparison of the temperature in the line $y = 0.6\text{ m}$ with different wall emissivities

Case 1: 图 3-5 为当介质散射为各向同性散射，反照率为 0.5 时用 P_1 和 P_3 法计算的不同壁面发射率下 $y = 0.6\text{ m}$ 处的温度分布，并将计算结果与 MCM 的计算结果进行比较。由图可以看出， P_3 法的计算精度高于 P_1 法的计算精度。

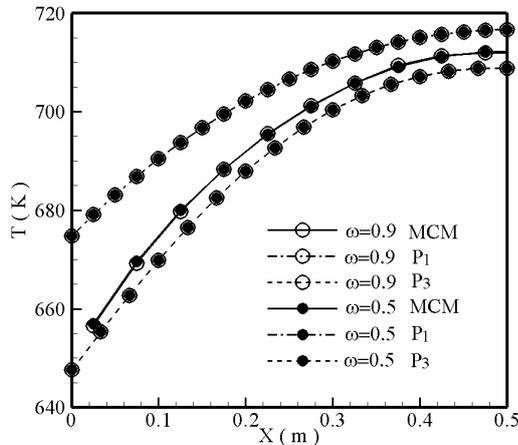


图 3-6 不同反照率时 $y = 0.6\text{ m}$ 处的温度比较

Fig. 3-6 Comparison of the temperature in the line $y = 0.6\text{ m}$ with different albedos

Case 2: 图 3-6 为当壁面发射率为 1，介质为各向同性散射时用 P_1 和 P_3 法计算了不同反照率下 $y = 0.6\text{ m}$ 处的温度分布，并将计算结果与 MCM 的计算结果进行比较。结果表明： P_3 法的计算结果更接近 MCM 的计算结果，并且从图中可以看出，不同反照率时的计算结果不变。

Case 3: 图 3-7 为当壁面发射率为 1，反照率为 0.5 时用 P_1 和 P_3 法计算的不同线

性各异性散射相函数系数下 $y = 0.6 \text{ m}$ 处的温度分布，并将计算结果与 MCM 的计算结果进行比较。结果表明： P_3 法的计算结果更接近 MCM 的计算结果，并且从图中可以看出，散射相函数对 P_1 法的计算结果影响较大。

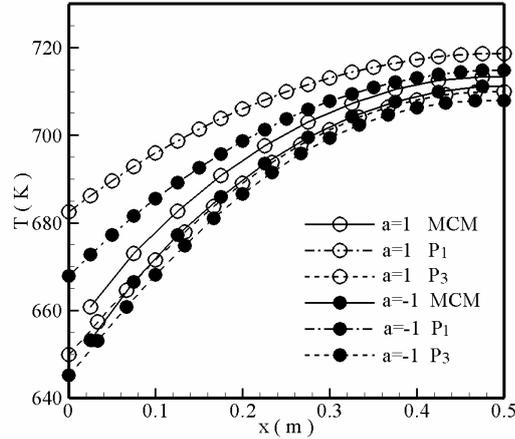


图 3-7 不同散射相函数时 $y = 0.6 \text{ m}$ 处的温度比较

Fig. 3-7 Comparison of the temperature in the line $y = 0.6 \text{ m}$ with different scattering phase functions

3.4.3.2 辐射非平衡问题

介质为无发射、有吸收和散射的冷介质，壁面均为黑体冷壁面，漫射辐射均匀投射到底面，其他壁面均无投射强度。其中，下壁面的投射辐射强度为 $G = 1$ ，介质的衰减系数为 $\beta = 1.0 \text{ m}^{-1}$ 。应用 P_1 和 P_3 近似法分别计算当反照率 $\omega = 0.5$ 和 $\omega = 0.95$ 时前向散射和后向散射时顶面的投射辐射强度，并将计算结果与应用第二章所介绍的 IEFEM 进行比较，如图 3-8 和 3-9 所示。

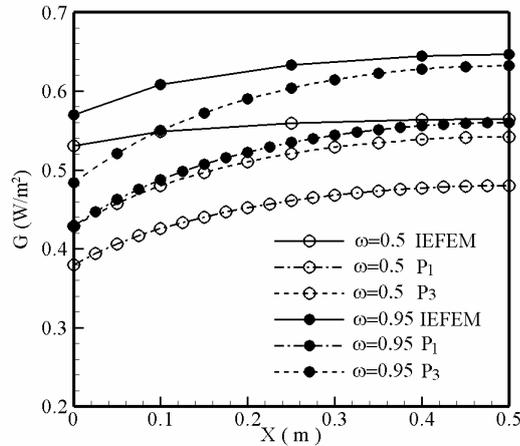


图 3-8 $a = -1$ 时底面的出射辐射强度

Fig. 3-8 The incident intensity on the bottom boundary with $a = -1$

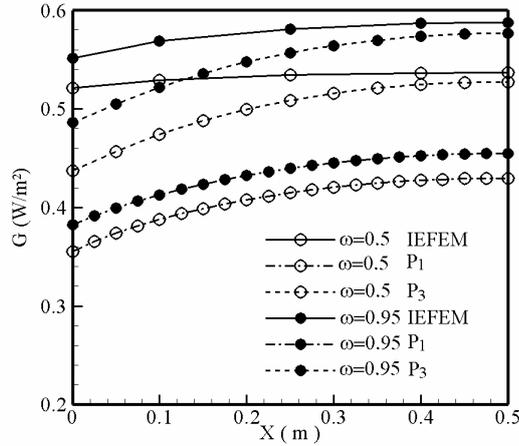

 图 3-9 $a=1$ 时底面的出射辐射强度

 Fig.3-9 The incident intensity on the bottom boundary with $a=1$

由图 3-8 和 3-9 可以看出, P_3 法的计算结果比 P_1 法的计算结果更接近于 IEFEM 计算的结果, 再次说明了 P_3 法的计算精度要高于 P_1 法。

3.5 球谐函数有限元法的数值计算

3.5.1 球谐函数有限元法的推导

将公式(3-18)和(3-19)代入到二维 P_1 近似的控制方程可得:

$$\frac{d^2G}{d\tau^2} - (1-\omega)(3-A_1\omega)G = -(1-\omega)(3-A_1\omega)4n^2\sigma T^4 \quad (3-44)$$

将公式(3-18)和(3-19)代入边界条件方程得^[5]:

$$-\frac{2-\varepsilon}{\varepsilon} \frac{2}{3-A_1\omega} \hat{n} \cdot \nabla_{\tau} G + G = 4\pi I_{bw} \quad (3-45)$$

将辐射传输方程化简为只与空间坐标有关的二阶微分方程, 然后对空间坐标采用有限元离散。令 $(1-\omega)(3-A_1\omega) = \alpha$, $-\frac{2-\varepsilon}{\varepsilon} \frac{2}{3-A_1\omega} = \xi$, 对直角坐标系下

P_1 近似的控制方程(3-44)应用 Galerkin 法可得:

$$\begin{aligned} & \iint_D W_l \left(\frac{d^2G}{d\tau_x^2} + \frac{d^2G}{d\tau_y^2} - \alpha G + \alpha \cdot 4\pi I_b \right) d\tau_x d\tau_y = 0 \\ \Rightarrow & \iint_D \left[\left(\frac{\partial W_l}{\partial \tau_x} \frac{\partial G}{\partial \tau_x} + \frac{\partial W_l}{\partial \tau_y} \frac{\partial G}{\partial \tau_y} \right) + \alpha W_l G - \alpha W_l 4\pi I_b \right] d\tau_x d\tau_y - \oint_{\Gamma} W_l \frac{\partial G}{\partial \mathbf{n}} ds = 0 \end{aligned} \quad (3-46)$$

式中 W_l 为加权函数; 此处的 G 代表一个投射辐射强度试探函数, 它是一个近似

的函数多项式。

将边界条件公式(3-45)代入方程(3-46)中可得：

$$\iint_D \left[\left(\frac{\partial W_l}{\partial \tau_x} \frac{\partial G}{\partial \tau_x} + \frac{\partial W_l}{\partial \tau_y} \frac{\partial G}{\partial \tau_y} \right) + \alpha W_l (G - 4\pi I_b) \right] d\tau_x d\tau_y - \oint_{\Gamma} W_l \frac{1}{\xi} (4\pi I_{bw} - G) ds = 0 \quad (3-47)$$

则对于求解域内任意的单元 e ，其控制方程变分计算基本公式如下所示：

$$\frac{\partial J^e}{\partial G_l} = \iint_D \left[\left(\frac{\partial W_l}{\partial \tau_x} \frac{\partial G}{\partial \tau_x} + \frac{\partial W_l}{\partial \tau_y} \frac{\partial G}{\partial \tau_y} \right) + \alpha W_l (G - 4\pi I_b) \right] d\tau_x d\tau_y + \int_{jm} W_l \frac{1}{\xi} (G - 4\pi I_{bw}) ds \quad (l = i, j, m) \quad (3-48)$$

对于二维求解域的离散，我们采用有限元离散，离散单元形状为三角形。形函数的选择见本文 2.2.3 节。则形函数 Ψ 与试探函数 G 的关系如下：

$$G = \Psi_i G_i + \Psi_j G_j + \Psi_m G_m \quad (3-49)$$

对于面积分部分有下列的关系：

$$\begin{aligned} W_l &= \partial G / \partial G_l = \Psi_l \\ \partial W_l / \partial x &= b_l / (2\Delta) \\ \partial W_l / \partial y &= c_l / (2\Delta) \\ \partial G / \partial x &= (b_i G_i + b_j G_j + b_m G_m) / (2\Delta) \\ \partial G / \partial y &= (c_i G_i + c_j G_j + c_m G_m) / (2\Delta) \end{aligned} \quad (3-50)$$

将公式(3-50)代入(3-48)，计算结果如下：

对于 $\frac{\partial J^e}{\partial G_i}$ ：

$$\begin{aligned} \iint_D \left[\left(\frac{\partial W_l}{\partial \tau_x} \frac{\partial G}{\partial \tau_x} + \frac{\partial W_l}{\partial \tau_y} \frac{\partial G}{\partial \tau_y} \right) + \alpha W_l (G - 4\pi I_b) \right] d\tau_x d\tau_y &= \left[\frac{1}{4\Delta} (b_i^2 + c_i^2) + \frac{\Delta}{6} \alpha \right] G_i \\ &+ \left[\frac{1}{4\Delta} (b_i b_j + c_i c_j) + \frac{\Delta}{12} \alpha \right] G_j + \left[\frac{1}{4\Delta} (b_i b_m + c_i c_m) + \frac{\Delta}{12} \alpha \right] G_m - \frac{4}{3} \pi \alpha \Delta I_b \end{aligned} \quad (3-51a)$$

对于 $\frac{\partial J^e}{\partial G_j}$ ：

$$\iint_D \left[\left(\frac{\partial W_l}{\partial \tau_x} \frac{\partial G}{\partial \tau_x} + \frac{\partial W_l}{\partial \tau_y} \frac{\partial G}{\partial \tau_y} \right) + \alpha W_l (G - 4\pi I_b) \right] d\tau_x d\tau_y = \left[\frac{1}{4\Delta} (b_i b_j + c_i c_j) + \frac{\Delta}{12} \alpha \right] G_i + \left[\frac{1}{4\Delta} (b_j^2 + c_j^2) + \frac{\Delta}{6} \alpha \right] G_j + \left[\frac{1}{4\Delta} (b_j b_m + c_j c_m) + \frac{\Delta}{12} \alpha \right] G_m - \frac{4}{3} \pi \alpha \Delta I_b \quad (3-51b)$$

对于 $\frac{\partial J^e}{\partial G_m}$:

$$\iint_D \left[\left(\frac{\partial W_l}{\partial \tau_x} \frac{\partial G}{\partial \tau_x} + \frac{\partial W_l}{\partial \tau_y} \frac{\partial G}{\partial \tau_y} \right) + \alpha W_l (G - 4\pi I_b) \right] d\tau_x d\tau_y = \left[\frac{1}{4\Delta} (b_i b_m + c_i c_m) + \frac{\Delta}{12} \alpha \right] G_i + \left[\frac{1}{4\Delta} (b_j b_m + c_j c_m) + \frac{\Delta}{12} \alpha \right] G_j + \left[\frac{1}{4\Delta} (b_m^2 + c_m^2) + \frac{\Delta}{6} \alpha \right] G_m - \frac{4}{3} \pi \alpha \Delta I_b \quad (3-51c)$$

对于线积分项的计算，由边界插值函数

$$G = (1-g)G_j + g \cdot G_m \quad \text{其中：} 0 \leq g \leq 1 \quad (3-52)$$

可得

$$\begin{aligned} W_i &= \frac{\partial G}{\partial G_i} = 0 \\ W_j &= \frac{\partial G}{\partial G_j} = 1-g \\ W_m &= \frac{\partial G}{\partial G_m} = g \end{aligned} \quad (3-53)$$

并且利用 $ds = s_i dg$ 关系，求出方程 (3-48) 中线积分项的结果如下：

$$\text{对于 } \frac{\partial J^e}{\partial G_i} : \int_{jm} W_l \frac{1}{\xi} (G - 4\pi I_{bw}) ds = 0 \quad (3-54a)$$

$$\text{对于 } \frac{\partial J^e}{\partial G_j} : \int_{jm} W_l \frac{1}{\xi} (G - 4\pi I_{bw}) ds = \frac{s_i}{3\xi} G_j + \frac{s_i}{6\xi} G_m - \frac{2\pi}{\xi} s_i I_{bw} \quad (3-54b)$$

$$\text{对于 } \frac{\partial J^e}{\partial G_m} : \int_{jm} W_l \frac{1}{\xi} (G - 4\pi I_{bw}) ds = \frac{s_i}{6\xi} G_j + \frac{s_i}{3\xi} G_m - \frac{2\pi}{\xi} s_i I_{bw} \quad (3-54c)$$

将公式 (3-51) 及 (3-54) 代入到方程 (3-48) 中并写成矩阵表格的形式如下：

$$\begin{pmatrix} \frac{\partial J_e}{\partial G_i} \\ \frac{\partial J_e}{\partial G_j} \\ \frac{\partial J_e}{\partial G_m} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ij} & k_{im} \\ k_{ji} & k_{jj} & k_{jm} \\ k_{mi} & k_{mj} & k_{mm} \end{bmatrix} \begin{pmatrix} G_i \\ G_j \\ G_m \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p_i \\ p_j \\ p_m \end{pmatrix} \quad (3-55)$$

式中：

$$k_{ii} = \frac{1}{4\Delta} (b_i^2 + c_i^2) + \frac{\Delta}{6} \alpha$$

$$k_{jj} = \frac{1}{4\Delta} (b_j^2 + c_j^2) + \frac{\Delta}{6} \alpha + \frac{s_i}{3\xi}$$

$$k_{mm} = \frac{1}{4\Delta} (b_m^2 + c_m^2) + \frac{\Delta}{6} \alpha + \frac{s_i}{3\xi}$$

$$k_{ij} = k_{ji} = \frac{1}{4\Delta} (b_i b_j + c_i c_j) + \frac{\Delta}{12} \alpha$$

$$k_{im} = k_{mi} = \frac{1}{4\Delta} (b_i b_m + c_i c_m) + \frac{\Delta}{12} \alpha$$

$$k_{jm} = k_{mj} = \frac{1}{4\Delta} (b_j b_m + c_j c_m) + \frac{\Delta}{12} \alpha + \frac{s_i}{6\xi}$$

$$p_i = \frac{4}{3} \pi \alpha \Delta I_b$$

$$p_j = p_m = \frac{4}{3} \pi \alpha \Delta I_b + \frac{2\pi}{\xi} s_i I_{bw}$$

最后，对方程 $\frac{\partial J^e}{\partial G_i} = 0$ 进行求解即可。

3.5.2 计算与结果分析

3.5.2.1 规则几何体的辐射平衡问题

如图 3-10 所示，一个二维正方形半透明灰体介质被发射率为 0.8 的不透明边界包围，假设下壁面的温度为 1000K，而其它三个边界面的温度均保持为 500K，光学厚度 $\tau_L = 1.0$ 。参与性介质的衰减系数为 1.0m^{-1} ，反照率为 0.5，采用 P_1 -FEM 计算正方形封腔内介质的温度分布。

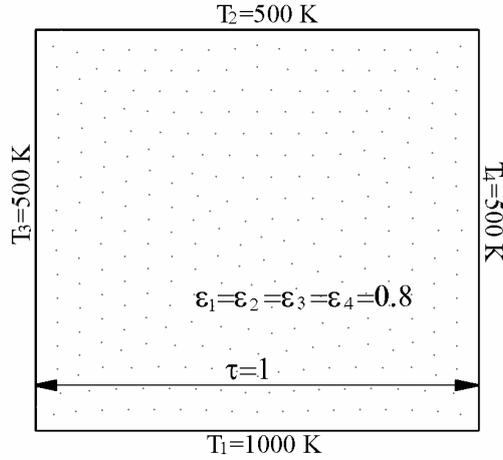


图 3-10 二维正方形封腔

Fig.3-10 The schematic diagram of two-dimensional rectangular enclosure

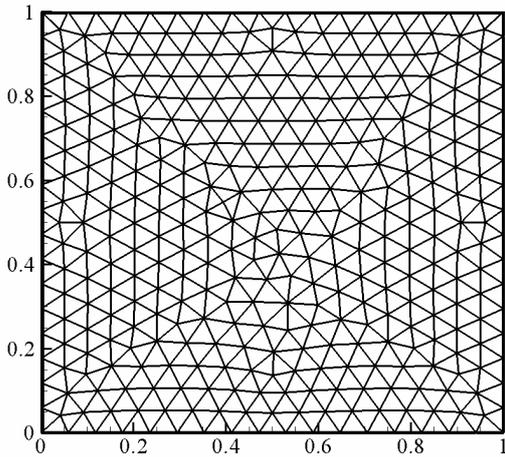


图 3-11 二维正方形封腔网格分布图
Fig. 3-11 The grid distribution of 2D rectangular enclosure

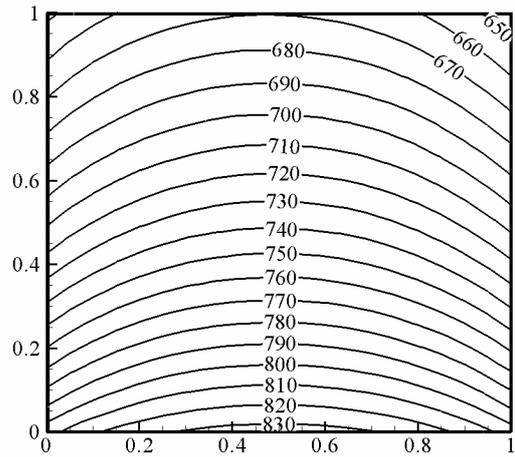


图 3-12 二维正方形封腔温度分布图
Fig. 3-12 The temperature distribution of the media in 2D rectangular enclosure

二维正方形封腔的网格分布如图 3-11 所示，共有 648 个三角形网格单元，总节点数为 359，边界单元数为 68。采用 P_1 -FEM 计算得到封腔内的各向同性介质温度分布如图 3-12 所示。并将沿直线 $y = 0.7825$ 处的温度分布与采用 P_1 -有限差分 (P_1 -FDM) 及文献[147]中的 DOM-FEM 的计算结果进行比较，结果表明 P_1 -FEM 与 P_1 -FDM、DOM-FEM 的变化规律一致，说明 P_1 -FEM 程序的正确性。通过计算可知 P_1 -FEM 与 DOM-FEM (文献[147]已证明 DOM-FEM 具有高精度，在此假定其计算结果是“精确”的) 温度场计算的误差最大值为 6.53%。

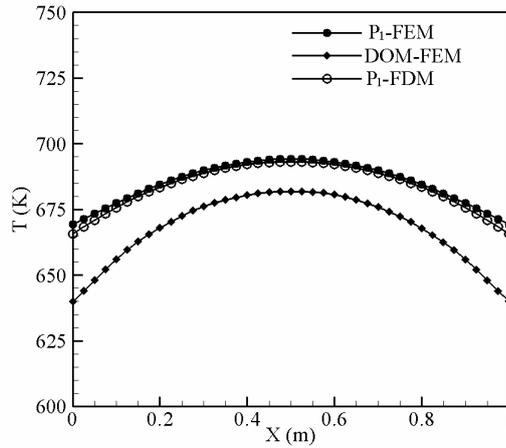


图 3-13 $y = 0.7825$ 时的温度场结果

Fig. 3-13 The temperatures in the line $y = 0.7825$

P_1 -FEM 与 DOM-FEM 的计算时间比较如表 3-3 所示(AMD II X4, 4G 内存):

表 3-3 不同网格数下 P_1 -FEM 与 DOM-FEM 的计算时间比较

Table 3-3 The calculation time comparision of P_1 -FEM and DOM-FEM with different grids

网格数	100	648	2916
时间(s)			
P_1 -FEM	0.22	0.42	3.15
DOM-FEM	27.5	224.76	3267.79

由表 3-3 可以看出, P_1 -FEM 的计算速度快于 DOM-FEM, 这一优点在网格数目较大时体现的更为明显, 说明 P_1 -FEM 可以很好的应用于实际工程计算中。

3.5.2.2 非规则几何体的辐射非平衡问题

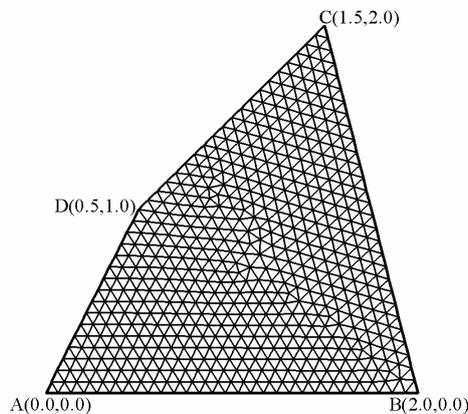


图 3-14 非规则四边形封腔

Fig. 3-14 Irregular quadrilateral enclosure

如图 3-14 所示的非规则四边形，左壁面的温度较高为 1000K，其它壁面为 300K，介质温度也为 300K，壁面为黑体壁面。介质为反照率 0.5 的吸收、各向同性散射介质。衰减系数为 1.0m^{-1} 。采用 P_1 -FEM 计算底面无量纲热流密度分布，并将计算结果与文献[143]的结果进行比较，如图 3-15 所示。

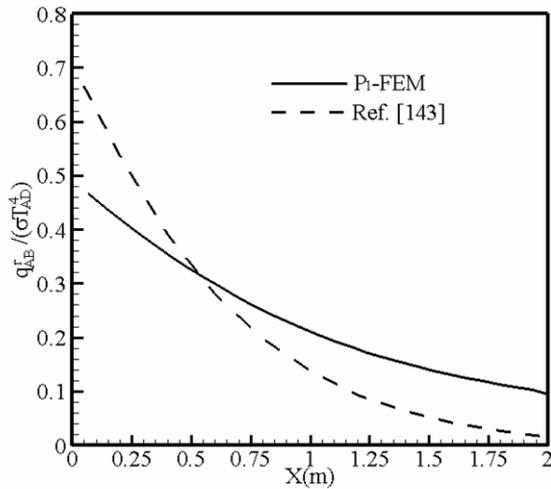


图 3-15 下底面边界的无量纲热流

Fig. 3-15 The dimensionless heat flux on the bottom boundary

由图 3-15 可以看出， P_1 -FEM 在计算无量纲热流分布时与文献[143]的结果差距较大。文献[86]将球谐函数的离散误差分为两类：假散射和射线效应，并且指出 P_N 法中 N 的取值增大时，这两类误差均减小。但本文的方法并不推荐通过增大 N 值而减小误差，原因是当 N 增大时会使数学复杂性增大，如当 $N=3$ 时，控制方程将由方程(3-28)中的一个二阶偏微分方程变为由四个二阶偏微分方程组成的方程组，边界条件方程也由一个一阶偏微分方程变为由四个方程一阶偏微分方程组成的方程组，编程计算过程复杂，计算速度将会变得很慢。此外，文献[5]中提出了两种提高 P_N 近似精度的修正方法，即 MDA 法和 IDA 法，同样也可与有限元法结合使用，该方法有待于进一步研究。

3.6 本章小结

在详细分析一维、二维球谐函数法中的 P_1 和 P_3 近似的基础上，建立了基于 P_1 和 P_3 近似的球谐函数有限差分模型，随着计算阶数 N 的增加，计算精度提高，但计算的复杂性增加，计算速度变慢。

由于有限差分法很难处理形状复杂的几何体，因此本章又将 P_1 与有限元法结合起来即 P_1 -有限元法， P_1 -有限元法可以很好的处理结构复杂的几何体，但其缺点是计算精度不高。

第 4 章 气溶胶粒子系红外透射特性的研究

4.1 引言

通过第二章、第三章的研究可以看出，求解参与性介质的辐射传输方程，需已知介质的辐射特征参数（衰减系数、散射系数、反照率、散射相函数等）。气溶胶粒子系的辐射特征参数是由气溶胶粒子的光学常数和尺度参数导出的吸收、散射、衰减因子及散射相函数和气溶胶粒子的几何参数（粒子浓度及历经分布函数等）共同决定的，气溶胶粒子的几何参数可以由实验直接测得，而粒子的光学常数则不能通过实验直接测得。在前言的叙述中已指出，本文气溶胶粒子的光学常数是由实验测量得到的气溶胶粒子系透射率结合 Mie 理论和 K-K 关系式反演得到的。因此，本章的重点是对气溶胶粒子系的辐射特性和红外透射特性进行研究，为第五章气溶胶粒子的光学常数研究提供理论基础。

4.2 气溶胶粒子辐射特性计算的理论介绍

4.2.1 单个球形粒子辐射特性的 Mie 理论

Mie 理论公式本质上是 Maxwell 方程远场解。在大多数工程实际应用问题中，与粒子的尺寸相比，粒子间的距离一般比较大，因此可以采用 Mie 理论计算单个球形粒子的辐射特性。假定粒子是均质的并且是各向同性的，由 Lorenz-Mie 电磁理论可知，当一束平面电磁波投射球形粒子上时，则粒子的衰减因子 Q_{ext} 、散射因子 Q_{sca} 、吸收因子 Q_{abs} 、反照率 ω 和散射相函数 Φ ，分别可以用下式表示^[109]：

$$Q_{\text{ext}} = \frac{2}{\chi^2} \operatorname{Re} \left[\sum_{n=1}^{\infty} (2n+1)(a_n + b_n) \right] \quad (4-1)$$

$$Q_{\text{sca}} = \frac{2}{\chi^2} \sum_{n=1}^{\infty} (2n+1) (|a_n|^2 + |b_n|^2) \quad (4-2)$$

$$Q_{\text{abs}} = Q_{\text{ext}} - Q_{\text{sca}} \quad (4-3)$$

$$\omega = Q_{\text{sca}} / Q_{\text{ext}} \quad (4-4)$$

$$\Phi = \frac{1}{Q_{\text{sca}} \chi^2} [|S_1|^2 + |S_2|^2] \quad (4-5)$$

式中 Re 表示取复数实部； χ 为尺度参数，且 $\chi = \pi D / \lambda$ ，其中 D 为粒径， λ 为

入射电磁波的波长； a_n 和 b_n 均为 Mie 散射系数， S_1 和 S_2 为复数幅值函数。 a_n 和 b_n 的表达式为：

$$\begin{aligned} a_n &= \frac{\psi'_n(m\chi)\psi_n(\chi) - m\psi_n(m\chi)\psi'_n(\chi)}{\psi'_n(m\chi)\xi_n(\chi) - m\psi_n(m\chi)\xi'_n(\chi)} \\ b_n &= \frac{m\psi'_n(m\chi)\psi_n(\chi) - \psi_n(m\chi)\psi'_n(\chi)}{m\psi'_n(m\chi)\xi_n(\chi) - \psi_n(m\chi)\xi'_n(\chi)} \end{aligned} \quad (4-6)$$

式中 $m = n + ik$ 为微粒相对其周围介质的复折射率； $\xi_n = \psi_n + i\chi_n$ ，其中 $\psi_n(\chi)$ 和 $\chi_n(\chi)$ 为 Ricatti-Bessel 函数，它们满足以下递推关系

$$\begin{aligned} \psi_{n+1}(\chi) &= \frac{2n+1}{\chi}\psi_n(\chi) - \psi_{n-1}(\chi) \\ \chi_{n+1}(\chi) &= \frac{2n+1}{\chi}\chi_n(\chi) - \chi_{n-1}(\chi) \end{aligned} \quad (4-7)$$

$$\begin{aligned} \psi_{-1}(\chi) &= \cos \chi & \psi_0(\chi) &= \sin \chi \\ \chi_{-1}(\chi) &= -\sin \chi & \chi_0(\chi) &= \cos \chi \end{aligned} \quad (4-8)$$

复数幅值函数计算式为：

$$\begin{aligned} S_1(\Theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \pi_n(\cos \Theta) + b_n \tau_n(\cos \Theta)] \\ S_2(\Theta) &= \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+1}{n(n+1)} [a_n \tau_n(\cos \Theta) + b_n \pi_n(\cos \Theta)] \end{aligned} \quad (4-9)$$

式中 Θ 为散射角， π_n 和 τ_n 为散射角函数。 π_n 和 τ_n 定义式为：

$$\pi_n(\cos \Theta) = \frac{d}{d \cos \Theta} [P_n(\cos \Theta)] \quad (4-10)$$

$$\tau_n(\cos \Theta) = \cos \Theta \pi_n(\cos \Theta) - \sin^2 \Theta \frac{d}{d \cos \Theta} [\pi_n(\cos \Theta)] \quad (4-11)$$

式中 P_n 为勒让德多项式。

Mie 理论仅适用于球形粒子辐射特性的求解，对于非球形粒子辐射特性的计算应用比较多的为 T 矩阵法和 DDA 法，本文采用的方法为 T 矩阵法。

4.2.2 单个非球形粒子辐射特性计算的 T 矩阵法

T 矩阵是一种用于计算非球形粒子光散射特性的计算方法，该方法由 Waterman 于 1965 年提出。T 矩阵中将散射场球谐函数的展开系数用入射场矢量球谐函数的展开系数表示，两者之间转化的联系就是 T 矩阵。对单个粒子而言，采用矢量球谐函数展开入射场 E^{inc} 和散射场 E^{sca} [109]：

$$\mathbf{E}^{\text{inc}}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[a_{mn} \text{Rg}\mathbf{M}_{mn}(\mathbf{kr}) + b_{mn} \text{Rg}\mathbf{N}_{mn}(\mathbf{kr}) \right] \quad (4-12)$$

$$\mathbf{E}^{\text{sca}}(\mathbf{r}) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[p_{mn} \mathbf{M}_{mn}(\mathbf{kr}) + q_{mn} \mathbf{N}_{mn}(\mathbf{kr}) \right], \quad |\mathbf{r}| > r_0 \quad (4-13)$$

式中： k 表示环境介质中的波数，且 $k = 2\pi / \lambda$ ；假设以坐标系原点作为圆心， r_0 表示能包含散射粒子的最小外切球半径， \mathbf{r} 表示粒子所处空间位置的与圆心所构成的矢量； Rg 表示正则化函数， $\text{Rg}\mathbf{M}_{mn}(\mathbf{kr})$ 和 $\text{Rg}\mathbf{N}_{mn}(\mathbf{kr})$ 表示将坐标系变化到坐标原点的正则矢量球面波函数。球面波的展开系数 a 、 b 由数值积分方法获得^[109]：

$$a_{mn} = 4\pi (-1)^m i^n d_n \mathbf{E}_0^{\text{inc}} \cdot \mathbf{C}_{mn}^*(\theta^{\text{inc}}) \exp(-im\varphi^{\text{inc}}) \quad (4-14)$$

$$b_{mn} = 4\pi (-1)^m i^{n-1} d_n \mathbf{E}_0^{\text{inc}} \cdot \mathbf{B}_{mn}^*(\theta^{\text{inc}}) \exp(-im\varphi^{\text{inc}}) \quad (4-15)$$

由于麦克斯韦方程的线性特征以及麦克斯韦方程和本构方程存在的线性关系，则散射展开系数 p_{mn} 和 q_{mn} 与入射展开系数 a_{mn} 和 b_{mn} 之间也是线性关系，通过转换矩阵建立联系为

$$p_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} \left[T_{mnm'n'}^{11} a_{m'n'} + T_{mnm'n'}^{12} b_{m'n'} \right] \quad (4-16)$$

$$q_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty} \sum_{m'=-n'}^{n'} \left[T_{mnm'n'}^{21} a_{m'n'} + T_{mnm'n'}^{22} b_{m'n'} \right] \quad (4-17)$$

上述这种线性关系可用矩阵符号进行简化^[109]

$$\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{q} \end{bmatrix} = \mathbf{T} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^{11} & \mathbf{T}^{12} \\ \mathbf{T}^{21} & \mathbf{T}^{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{a} \\ \mathbf{b} \end{bmatrix} \quad (4-18)$$

由上式可知，入射场的参数与散射场的参数通过矩阵 \mathbf{T} 进行联系，即矩阵 \mathbf{T} 将入射场展开系数化为散射场展开系数，因此该方法称为 \mathbf{T} 矩阵法。

对于随机取向的单个非球形粒子，其 \mathbf{T} 矩阵的子矩阵 T^{ij} ($i, j = 1, 2$) 均为对角阵，则粒子的衰减截面和散射截面可计算为^[109]：

$$C_{\text{ext}} = -\frac{1}{k_1^2 |\mathbf{E}_0^{\text{inc}}|^2} \text{Re} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[a_{mn} (p_{mn})^* + b_{mn} (q_{mn})^* \right] \quad (4-19)$$

$$C_{\text{sca}} = \frac{1}{k_1^2 |\mathbf{E}_0^{\text{inc}}|^2} \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \left[|p_{mn}|^2 + |q_{mn}|^2 \right] \quad (4-20)$$

从而得到衰减因子和散射因子：

$$Q_{\text{ext}} = \frac{C_{\text{ext}}}{\pi r_{\text{eff}}^2}, \quad Q_{\text{sca}} = \frac{C_{\text{sca}}}{\pi r_{\text{eff}}^2} \quad (4-21)$$

其中： r_{eff} 为有效半径。

散射相函数表示被粒子散射的能量随空间角度的分布趋势，其定义为：

$$P(\theta) = \frac{1}{C_{\text{sca}}} \int_{r_{\text{min}}}^{r_{\text{max}}} dr n(r) C_{\text{sca}}(r) \alpha_1(r, \theta) \quad (4-22)$$

其中： $\alpha_1(\theta)$ 为角散射截面，具体公式推导复杂，这里不再赘述。详细的计算过程可参见文献[109]。

4.2.3 稀疏粒子系的辐射特性计算

辐射传输方程计算的大多是针对由多个粒子组成的粒子系，稀疏粒子系是其中较简单的模型。通常认为稀疏粒子系是独立散射的粒子系。在稀疏粒子系中，由于粒子间的距离相对较大，通常假设各粒子之间互不遮挡，每个粒子的辐射特性不受相邻粒子的干扰，认为各个粒子都是独立散射的^[7]。

稀疏粒子系的辐射特性参数可以分别表示为^[7]：

$$\beta = \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^n D_i^2 N_i Q_{\text{ext},i} = 1.5 \sum_{i=1}^n Q_{\text{ext},i} f_{v,i} / D_i \quad (4-23)$$

$$\sigma_s = \frac{\pi}{4} \sum_{i=1}^n D_i^2 N_i Q_{\text{sca},i} = 1.5 \sum_{i=1}^n Q_{\text{sca},i} f_{v,i} / D_i \quad (4-24)$$

$$\kappa = \beta - \sigma_s \quad (4-25)$$

$$\omega = \sigma_s / \beta \quad (4-26)$$

其中： β 为粒子系的衰减系数， σ_s 和 κ 分别为粒子系的散射系数和吸收系数，而 ω 则表示粒子系的反照率。假设式中粒径为 D_i 的粒子为一个组成分类， N_i 为该分类的粒子数密度，单位为 m^{-3} ； $Q_{\text{ext},i}$ 和 $Q_{\text{sca},i}$ 分别表示该分类中单个粒子的衰减因子和散射因子； $f_{v,i}$ 表示该类粒子在粒子系中的体积百分比。

由于组成粒子系内的各粒子的粒径存在较大不同，使得入射辐射被粒子散射后，辐射能量在空间各方向上的分布规律也不尽相同。粒子系的相函数通常

是单个粒子的散射相函数、粒子数密度以及散射截面的函数，可以由单个粒子的粒子数密度和散射截面结合相应粒径的散射相函数加权平均计算得到

$$\Phi(\Theta) = \frac{1}{\sigma_s} \sum_{i=1}^n \frac{\pi}{4} D_i^2 N_i Q_{sca,i} \Phi_i(\Theta) \quad (4-27)$$

其中 $\Phi_i(\Theta)$ 表示粒径为 D_i 的粒子的散射相函数。

当粒子系内各粒子的粒径为连续分布时，衰减系数和散射系数可表示为^[7]：

$$\beta = \frac{\pi}{4} \int_0^\infty D^2 N(D) Q_{ext}(D) dD = 1.5 \int_0^\infty Q_{ext} \frac{f_v(D)}{D} dD = \frac{\pi N_0}{4} \int_0^\infty D^2 Q_{ext} P(D) dD \quad (4-28)$$

$$\sigma_s = \frac{\pi}{4} \int_0^\infty D^2 N(D) Q_{sca}(D) dD = 1.5 \int_0^\infty Q_{sca} \frac{f_v(D)}{D} dD = \frac{\pi N_0}{4} \int_0^\infty D^2 Q_{sca} P(D) dD \quad (4-29)$$

式中 $N(D)$ 为粒子数密度分布， f_v 为粒子体积百分比， $P(D)$ 为粒子粒径分布函数， N_0 为粒子系内粒子的总数密度。

对于粒径相同的均一粒子系，如果粒子系内各粒子的物质组成也相同，这种情况是最简单的，此时粒子系的衰减系数和散射系数可以表示为^[7]：

$$\beta = \frac{\pi}{4} D^2 N_0 Q_{ext} = 1.5 Q_{ext} f_v / D \quad (4-30)$$

$$\sigma_s = \frac{\pi}{4} D^2 N_0 Q_{sca} = 1.5 Q_{sca} f_v / D \quad (4-31)$$

结合(4-27)式可知，该粒子系的散射相函数与单个粒子散射相函数是相同的。

对于吸收性介质与粒子组成的含粒子介质系，粒子表现出的散射特性是原吸收性介质所不具备的，在计算粒子系的辐射特性参数时，需要考虑粒子对原吸收性介质辐射的影响。根据粒子在混合介质中所占的体积份额，有^[7]

$$\beta = \beta_p + (1 - f_{v,t}) \kappa_m \quad (4-32)$$

$$\kappa = \kappa_p + (1 - f_{v,t}) \kappa_m \quad (4-33)$$

$$\sigma_s = \sigma_{s,p} \quad (4-34)$$

$$\omega = \sigma_s / \beta \quad (4-35)$$

式中 β_p ， κ_p ， $\sigma_{s,p}$ 分别为仅考虑粒子系的辐射传输而得到的衰减、散射及吸收系数； $f_{v,t}$ 为粒子系多种粒子占混合介质系的总体积份额； κ_m 为原介质的吸收系数^[7]。

4.3 气溶胶粒子系红外透射特性的求解方法—MDA 法

目前,人们已将多种数值方法应用于求解粒子系的红外辐射传输特性,本章应用 MDA 法求解了气溶胶粒子系的红外透射特性。MDA 法是在 P_1 近似的基础上,将辐射强度分为来自壁面的辐射和来自内部介质的辐射两个部分,因此 MDA 法也称为 MP_1 法。该方法的计算精度要高于 P_1 近似,且计算效率快^[5]。

任意封腔内,辐射传输方程可以写成如下形式^[5]:

$$\frac{dI}{d\tau}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) = \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla_{\tau} I = S(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) - I(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) \quad (4-36)$$

对于线性各向异性散射,由文献[5]关于 P_1 近似的推导可以得到源项的表达式如下:

$$S(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) = (1-\omega)I_b(\mathbf{r}) + \frac{\omega}{4\pi} [G(\mathbf{r}) + A_1 \mathbf{q}(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{s}}] \quad (4-37)$$

对于漫射表面,辐射传输方程的边界条件可以写为如下形式:

$$I(\mathbf{r}_w,\hat{\mathbf{s}}) = \frac{J_w}{\pi}(\mathbf{r}_w) = I_{bw}(\mathbf{r}_w) - \frac{1-\varepsilon}{\pi\varepsilon} \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}}(\mathbf{r}_w) \quad (4-38)$$

式中 J_w 表示壁面处的有效辐射力,并且 $\mathbf{q}_w = \mathbf{q} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ 。

MDA 法的基本思想将辐射强度分解为 I_w 和 I_m 两个部分,其中 I_w 表示来自于腔体壁面发射的能量(该部分在传输中受到介质的吸收和散射作用以及壁面的反射,从而能量逐渐衰减。); I_m 表示能量来自于辐射源项(即通过介质的散射和本身发射将能量投射到给定方向),辐射强度的表达式如下:

$$I(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) = I_m(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) + I_w(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) \quad (4-39)$$

并使 I_w 满足如下形式:

$$\frac{dI_w}{d\tau_s}(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) = -I_w(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) \quad (4-40)$$

则

$$I_w(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) = \frac{J_w}{\pi}(\mathbf{r}_w) e^{-\tau_s} \quad (4-41)$$

对于介质内部的辐射,假定 P_1 近似可以充分计算介质内的辐射,则

$$I_m(\mathbf{r},\hat{\mathbf{s}}) \simeq \frac{1}{4\pi} (G_m(\mathbf{r}) + 3\mathbf{q}_m(\mathbf{r}) \cdot \hat{\mathbf{s}}) \quad (4-42)$$

式中 G_m 和 \mathbf{q}_m 分别表示与介质有关的投射辐射强度和辐射热流,表达式为

$$G_m(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I_m(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega \text{ 和 } \mathbf{q}_m(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I_m(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{s}} d\Omega。$$

将方程(4-41)和(4-42)代入方程(4-39)可得：

$$\frac{dI_m}{d\tau_s} = \hat{\mathbf{s}} \cdot \nabla_{\tau} I_m \simeq (1-\omega)I_b + \frac{\omega}{4\pi} [G_w + G_m + A_1(\mathbf{q}_w + \mathbf{q}_m) \cdot \hat{\mathbf{s}}] - I_m \quad (4-43)$$

式中与壁面有关的投射辐射和热流可以定义为 $G_w(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I_w(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) d\Omega$ 和

$$\mathbf{q}_w(\mathbf{r}) = \int_{4\pi} I_w(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{s}} d\Omega。$$

然后将方程(4-43)在 4π 内进行积分可得：

$$\nabla_{\tau} \cdot \mathbf{q}_m = (1-\omega)4\pi I_b + \omega(G_w + G_m) - G_m \quad (4-44)$$

若将方程(4-43)乘以 $\hat{\mathbf{s}}$ ，然后在 4π 内进行积分可得：

$$\nabla_{\tau} G_m = A_1 \omega \mathbf{q}_w + (A_1 \omega - 3) \mathbf{q}_m \quad (4-45)$$

对公式(4-45)进行微分，并将公式(4-44)代入微分后的方程中可得 MDA 法的控制方程：

$$\nabla_{\tau}^2 G_m + (A_1 \omega - 3)(1-\omega)G_m = (A_1 \omega - 3)(1-\omega)4\pi I_b + (A_1 \omega - 3)\omega G_w + A_1 \omega \nabla_{\tau} \cdot \mathbf{q}_w \quad (4-46)$$

与介质相关的边界条件可以写为如下形式：

$$\mathbf{q}_m \cdot \hat{\mathbf{n}} = \varepsilon \int_{\hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{n}} < 0} I_m(\mathbf{r}, \hat{\mathbf{s}}) \hat{\mathbf{s}} \cdot \hat{\mathbf{n}} d\Omega \quad (4-47)$$

将方程(4-42)代入到方程(4-47)中可得：

$$2\left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right) \mathbf{q}_m \cdot \hat{\mathbf{n}} + G_m = 0 \quad (4-48)$$

由公式(4-45)可以得到 \mathbf{q}_m 的表达式，然后将其代入公式(4-48)中可得 MDA 法的边界条件：

$$\frac{2}{A_1 \omega - 3} \left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right) \nabla_{\tau} G_m \cdot \hat{\mathbf{n}} + G_m = \frac{2}{A_1 \omega - 3} \left(\frac{2}{\varepsilon} - 1\right) \cdot A_1 \omega \mathbf{q}_w \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (4-49)$$

用 P_1 近似和 MDA 法计算一维平行平板介质的透射率，边界为漫射边界，且与文献[146]的边界条件相同。则边界条件和透射率 γ 的表达式为：

$$\begin{aligned} I(0, \mu) &= q / \pi, \mu > 0 \\ I(\tau_L, \mu) &= 0, \mu < 0 \end{aligned} \quad (4-50)$$

$$\gamma = \frac{2\pi}{q} \int_0^1 I(\tau_L, \mu) \mu d\mu \quad (4-51)$$

其中： τ_L 为平行平板介质的光学厚度， q 为出射热流， μ 为辐射强度 $I(\tau, \mu)$ 的方向余弦。

表 4-1 不同光学厚度下的透射率
Table 4-1 The transmittance with different optical thicknesses

ω	$\tau_L = 0.5$			$\tau_L = 1$		
	γ_{EXACT}	γ_{MDA}	γ_{P1}	γ_{EXACT}	γ_{MDA}	γ_{P1}
0.1	0.4578	0.46032	0.44090	0.2317	0.23381	0.19466
0.2	0.4744	0.47883	0.46262	0.2459	0.25033	0.21405
0.3	0.4925	0.49890	0.48614	0.2627	0.26937	0.23639
0.4	0.5125	0.52073	0.51170	0.2825	0.29151	0.26232
0.5	0.5350	0.54455	0.53959	0.3063	0.31746	0.29269
0.6	0.5603	0.57064	0.57013	0.3352	0.34822	0.32866
0.7	0.5891	0.59932	0.60361	0.371	0.38514	0.37177
0.8	0.6220	0.63100	0.64058	0.4162	0.4301	0.42422
0.9	0.6599	0.66613	0.68157	0.4748	0.48583	0.48918
	$\tau_L = 2$			$\tau_L = 5$		
0.1	0.0658	0.06617	0.03764	0.0020	0.00195	0.00027
0.2	0.0728	0.07355	0.04547	0.0024	0.00224	0.00044
0.3	0.0814	0.08292	0.0555	0.0030	0.00268	0.00072
0.4	0.0925	0.09504	0.06856	0.0039	0.00339	0.00122
0.5	0.1071	0.11105	0.08594	0.0053	0.0046	0.00218
0.6	0.1269	0.13276	0.10964	0.0077	0.00686	0.0041
0.7	0.1551	0.16319	0.14305	0.0124	0.01148	0.0083
0.8	0.1973	0.20772	0.19219	0.0229	0.02239	0.01873
0.9	0.2656	0.27696	0.26894	0.0534	0.05451	0.05079

采用 MDA 法计算得到了平行平板的透射率，并将计算结果与文献中的精确值和采用 P_1 近似计算的结果进行比较，如表 4-1 所示。其中： γ_{EXACT} 为文献 [146] 所给定的透射率的精确解析解， γ_{MDA} 为采用 MDA 法计算所得的透射率，而 γ_{P1} 为用 P_1 近似计算所得的透射率。定义相对误差为：

$$Error = |\gamma_{EXACT} - \gamma_{MDA}| / \gamma_{EXACT} \times 100\% \text{ 或 } Error = |\gamma_{EXACT} - \gamma_{P1}| / \gamma_{EXACT} \times 100\% \quad (4-52)$$

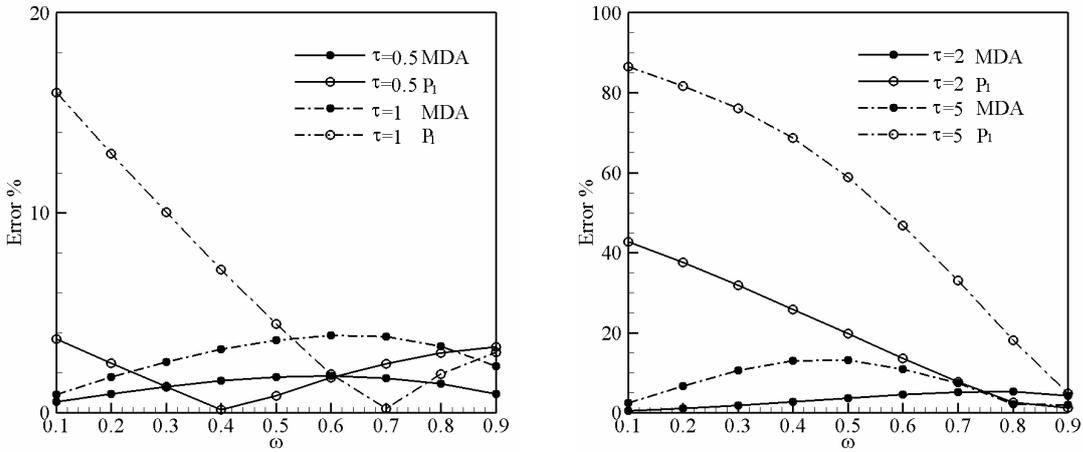


图 4-1 不同光学厚度时透射率随反照率变化的误差分析

Fig. 4-1 The errors of transmittance with different optical thicknesses and albedos

误差分析结果:

- (1) 随着光学厚度的增加, MDA 和 P_1 近似与解析解的误差增大。
- (2) MDA 的精度要高于 P_1 近似, 且 MDA 克服了 P_1 近似受光学厚的限制。

4.4 漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的研究

4.4.1 漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算模型

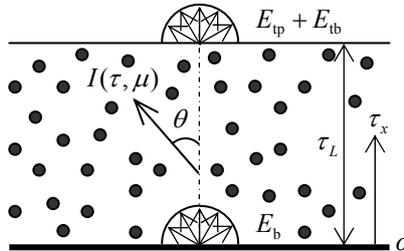


图 4-2 漫射光入射时一维均一气溶胶粒子系的红外透特性模型

Fig. 4-2 The model of one-dimensional monodisperse particles with diffuse incidence

如图 4-2 所示的气溶胶粒子系红外透射率模型, 假设气溶胶粒子为球形粒子, 粒子系保持为稀疏状态, 即粒子之间的散射为独立散射。粒子系温度均匀保持为 T_p , 下壁面为黑体辐射面 (发射率为 1) 且温度为 T_b , 上壁面为透明边界且温度与粒子的温度相同, 则光谱形式下的辐射传输方程可以写为^[7]:

$$\mu \frac{\partial I_\lambda(\tau_\lambda, \mu)}{\partial \tau_\lambda} + I_\lambda(\tau_\lambda, \mu) = (1 - \omega_\lambda) S(\tau_\lambda) + \frac{\omega_\lambda}{2} \int_{-1}^1 I_\lambda(\tau_\lambda, \mu') \Phi_\lambda(\mu, \mu') d\mu' \quad (4-53)$$

$$S(\tau_\lambda) = \frac{1}{\pi} \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{c_2}{\lambda T_p}\right] - 1} \quad (4-54)$$

边界条件为

$$\begin{aligned} I_\lambda(0, \mu) &= \frac{1}{\pi} \frac{c_1 \lambda^{-5}}{\exp\left[\frac{c_2}{\lambda T_b}\right] - 1}, \quad \mu \geq 0 \\ I_\lambda(\tau_L, \mu) &= 0, \quad \mu < 0 \end{aligned} \quad (4-55)$$

式中 τ 为路径长度, τ_L 为粒子系的光学厚度, μ 是方向余弦, ω_λ 为光谱反照率。

通过求解式(4-53), 可以得到上壁面的方向出射辐射强度, 经积分后得到出射光谱辐射能量 $E_t(\lambda)$ ^[148]:

$$E_t(\lambda) = E_{tp}(\lambda) + E_{tb}(\lambda) = 2\pi \int_0^1 I_\lambda(\mu) \cdot \mu d\mu \quad (4-56)$$

其中: $E_{tp\lambda}$ 表示粒子系本身辐射的光谱辐射能穿过介质后出射的能量, $E_{tb\lambda}$ 表示下壁面黑体发出的光谱辐射能穿过介质后出射的能量。

定义出射光谱辐射能量 $E_t(\lambda)$ 与透射黑体光谱辐射能量 $E_b(\lambda)$ 的比值为光谱表观透射率, 其表达式为:

$$\gamma'(\lambda) = \frac{E_t(\lambda)}{E_b(\lambda)} = \frac{E_{tp}(\lambda) + E_{tb}(\lambda)}{E_b(\lambda)} \quad (4-57)$$

在上式中, $E_{tp}(\lambda)$ 为透射粒子系本身的光谱辐射能。给定探测波段 $[\lambda_a, \lambda_b]$ 内的表观透射率为:

$$\gamma' = \frac{\int_{\lambda_a}^{\lambda_b} \gamma'(\lambda) E_b(\lambda) d\lambda}{\int_{\lambda_a}^{\lambda_b} E_b(\lambda) d\lambda} \quad (4-58)$$

在式(4-58)中, 表观透射率是关于探测波段、光学常数、粒子层厚度、粒子粒径及粒子浓度的函数, 其表达式可以写成 $\gamma' = f(\lambda_a, \lambda_b, n, k, l, D, f_v)$ 。

4.4.2 漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算

在本章的计算中, 假定所使用的气溶胶粒子系是由单一成分的粒子组成的, 分别选取水和冰两种粒子。在大气探测领域广泛使用的红外探测仪器, 多是利用 3-5 μm 和 8-12 μm 这两个“大气窗口”, 以便能接收到更远距离目标的信号。在本文计算中为了覆盖此应用背景, 计算了波段为 3-12 μm 的水与冰粒子系红外透射特性。3-12 μm 波段下水与冰的光学常数, 如表 4-2 所示。

表 4-2 水和冰粒子的光学常数^[3]

Table 4-2 The optical constants of water and ice particles^[3]

波长/ μm	水		冰	
	实部	虚部	实部	虚部
3	1.371	2.72E-01	1.043	4.29E-01
3.2	1.478	9.24E-02	1.646	2.69E-01
3.392	1.42	1.96E-01	1.51	4.15E-02
3.5	1.4	9.40E-03	1.455	1.64E-02
3.75	1.369	3.50E-03	1.391	6.40E-03
4	1.351	4.60E-03	1.362	9.60E-03
4.5	1.332	1.34E-02	1.34	2.90E-02
5	1.325	1.24E-02	1.329	1.20E-02
5.5	1.298	1.16E-02	1.301	2.20E-02
6	1.265	1.07E-01	1.297	6.50E-02
6.2	1.363	8.80E-02	1.314	6.80E-02
6.5	1.339	3.92E-02	1.32	5.60E-02
7.2	1.312	3.21E-02	1.319	5.45E-02
7.9	1.294	3.39E-02	1.315	4.80E-02
8.2	1.286	3.51E-02	1.307	3.90E-02
8.5	1.278	3.67E-02	1.292	3.90E-02
8.7	1.272	3.79E-02	1.284	4.00E-02
9	1.262	3.99E-02	1.27	4.30E-02
9.2	1.255	4.15E-02	1.263	4.50E-02
9.5	1.243	4.43E-02	1.246	4.60E-02
9.8	1.229	4.79E-02	1.222	4.70E-02
10	1.218	5.08E-02	1.199	5.10E-02
10.6	1.179	7.18E-02	1.109	1.22E-01
11	1.153	9.68E-02	1.093	2.48E-01
11.5	1.126	1.42E-01	1.175	3.60E-01
12.5	1.123	2.59E-01	1.386	4.22E-01

4.4.2.1 本身辐射项与散射增强项对气溶胶粒子系红外表观透射率的影响

采用上述介绍的 MDA 分别计算了考虑与不考虑本身辐射项和散射增强项

时水粒子和冰粒子系的红外表观透射率，水和冰粒子的粒径为 $5\mu\text{m}$ 、粒子层厚度为 1cm ，粒子浓度为 0.0005 ，计算结果如图 4-3 所示。将上述情况分为三种情况：

Case-1：不考虑粒子系的本身辐射项与散射增强项，此时的红外表观透射率就化简为应用 Beer-Law 定律所计算的红外透射率；

Case-2：不考虑粒子系的本身辐射项，但考虑粒子的散射增强项对红外表观透射率的影响；

Case-3：既考虑粒子系的本身辐射项又考虑粒子系的散射增强项对红外表观透射率的影响，粒子系温度为 $T_p = 300\text{K}$ 。

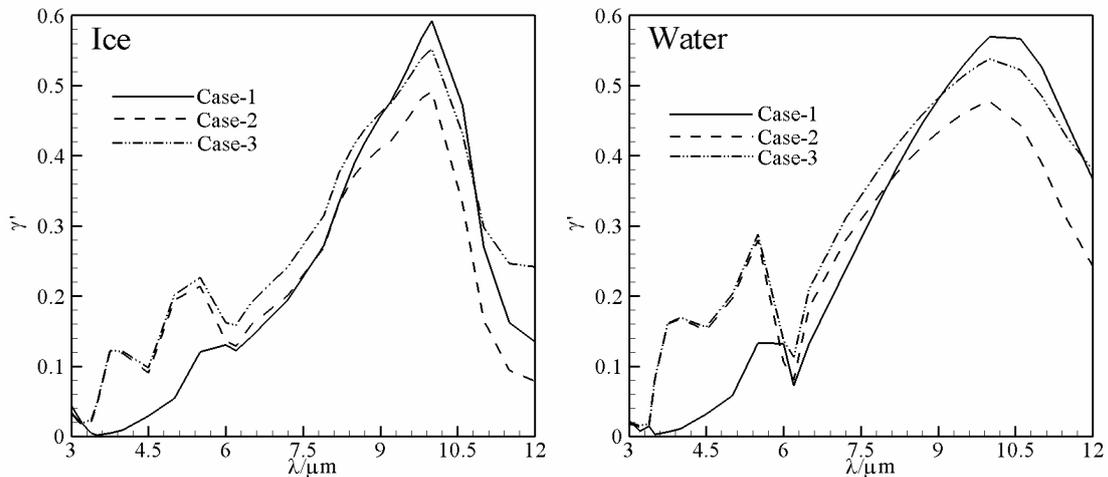


图 4-3 粒径对气溶胶粒子系红外表观透射率的影响

Fig. 4-3 The effect of particle size of aerosol particles on the infrared apparent transmittance

如图 4-3 可以看出，对比 Case-1 和 Case-2 和表 4-2 可以看出，当水和冰粒子的光学常数虚部即吸收指数越小，Case-1 时和 Case-2 时的红外表观透射率的差别就越大，这是因为当吸收系数越小，粒子系的散射就越强，散射增强对红外表观透射率的影响就越不能忽略。对比 Case-2 和 Case-3 可以看出，当探测波段为 $3-5\mu\text{m}$ 时，粒子系本身辐射对红外表观透射率的影响并不大，而当探测波段为 $5-12\mu\text{m}$ 时，粒子系本身辐射辐射对于红外表观透射率的影响较大。

4.4.2.2 气溶胶粒子系红外表观透射率的影响因素分析

a. 气溶胶粒子粒径对红外表观透射率的影响

如图 4-4 所示，计算了当气溶胶粒子浓度为 0.0005 、粒子层厚度为 1cm 时不同粒径下的红外表观透射率，从图 4-4 中可以看出当水和冰粒子的粒径增加时，红外表观透射率先减小而后增大。这就意味存在某一粒径使气溶胶粒子系

的红外表观透射率达到最小，在气溶胶烟雾隐身系统中，该粒径即为最佳红外隐身粒径^[149]。

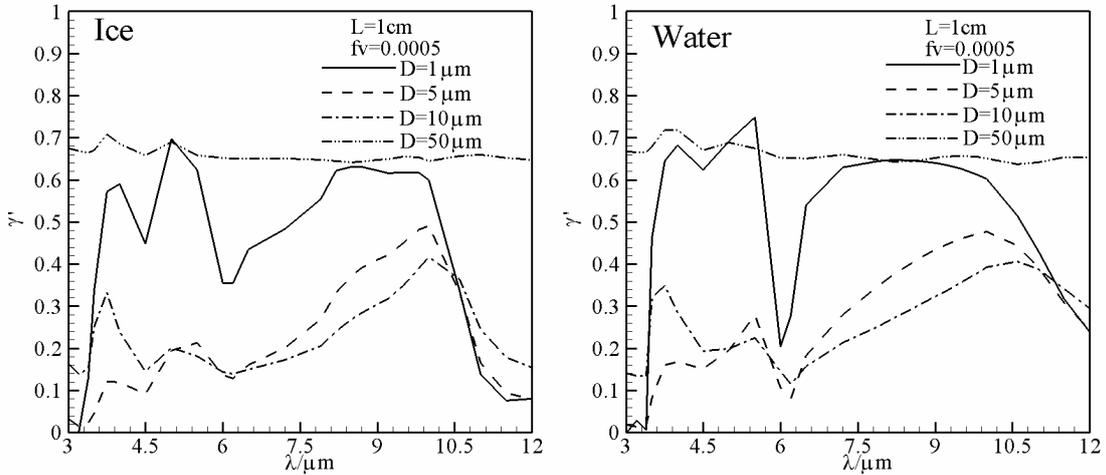


图 4-4 粒径对气溶胶粒子系红外表观透射率的影响

Fig. 4-4 The effect of particle size of aerosol particles on the infrared apparent transmittance

b. 气溶胶粒子浓度对红外表观透射率的影响

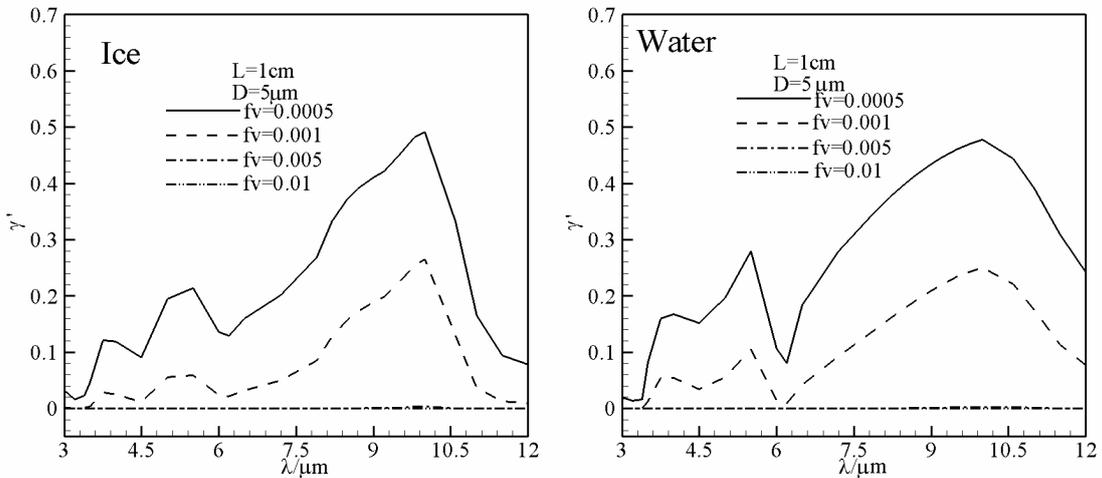


图 4-5 气溶胶粒子浓度对气溶胶粒子系红外表观透射率的影响

Fig. 4-5 The effect of the volume fractions of aerosol particles on the infrared apparent transmittance

图 4-5 计算了当气溶胶粒子粒径为 $5\mu\text{m}$ 、粒子层厚度为 1cm 时不同浓度下的红外表观透射率。从图 4-5 可以看出，随着气溶胶粒子系中粒子浓度的增加，粒子系的红外表观透射率逐渐减小。图中浓度为 0.005 和浓度为 0.01 时的红外光谱透射率基本重合，这就意味着当粒径和粒子层厚度一定时，在烟雾隐身系

统中同样存在最佳隐身浓度。

c. 气溶胶粒子层厚度对红外表观透射率的影响

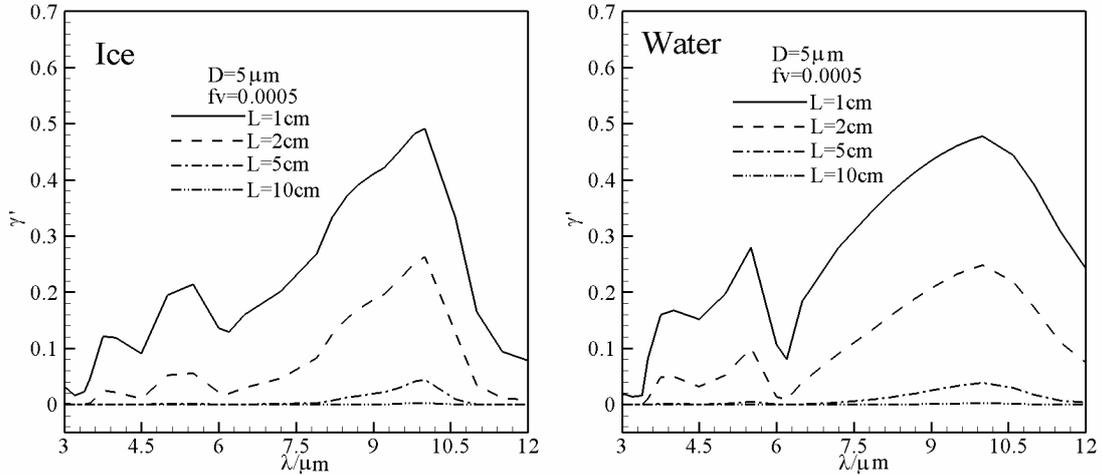


图 4-6 气溶胶粒子层厚度对气溶胶粒子系红外表观透射率的影响

Fig.4-6 The effect of the thickness of aerosol particles on the infrared apparent transmittance

图 4-6 计算了当气溶胶粒子浓度为 0.0005、粒径为 $5\mu\text{m}$ 时不同厚度下（网格间距不变）的红外表观透射率。随着粒子层厚度的增加，红外表观透射率减小，但粒子层的厚度增加到 10cm 时，粒子层的红外透射率已经基本为零了。这也意味着当水和冰粒子的粒径和粒子浓度一定时，粒子层厚度存在一个临界点，当超过该临界点时，粒子层的红外表观透射率保持不变。

d. 气溶胶粒子形状对红外表观透射率的影响

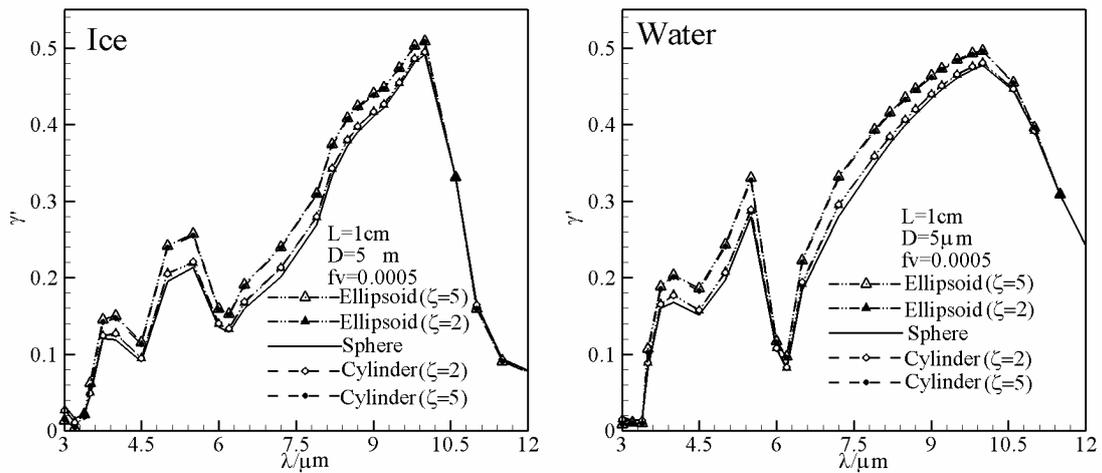


图 4-7 气溶胶粒子形状对气溶胶粒子系红外表观透射率的影响

Fig. 4-7 The effect of particle shapes of aerosol particles on the infrared apparent transmittance

图 4-7 计算了当气溶胶粒子浓度为 0.0005、粒径为 $5\mu\text{m}$ 、粒子层厚度为 1cm 时不同形状气溶胶粒子系的红外表观透射率。为了便于描述不同形状的椭球形粒子或圆柱形粒子与理想球形粒子偏离的程度，我们给出了形状比例参数 ζ 。对于椭球形粒子，假定粒子对称轴的半轴长为 a ，非对称轴的半轴长为 b ，则形状比例参数 $\zeta=a/b$ 。对于圆柱形粒子，假定圆柱的底面直径为 D ，圆柱的高为 H ，则形状比例参数 $\zeta=D/H$ 。由图 4-7 可以看出，随着形状比例参数的增大，非球形粒子红外表观透射率与球形粒子红外表观透射率的偏差就越大。

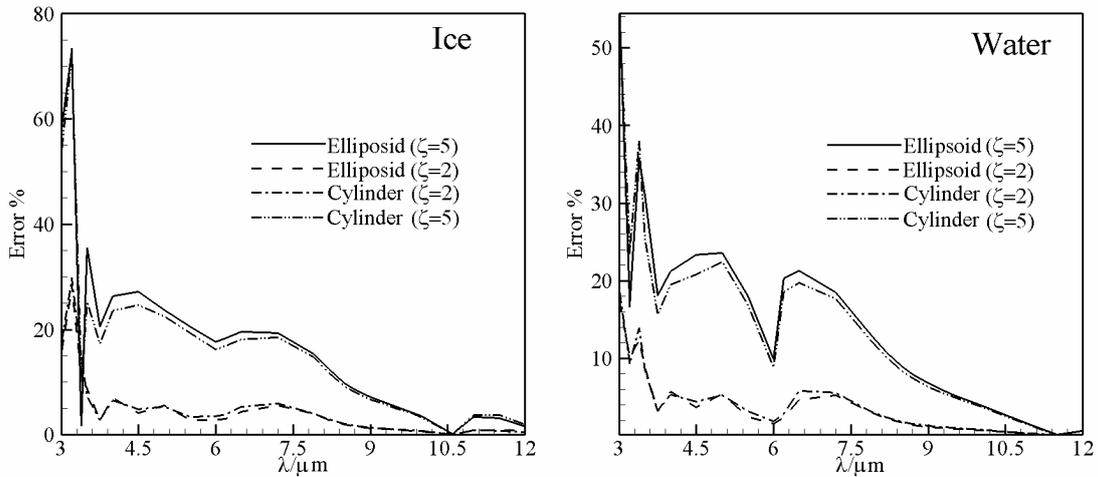


图 4-8 非球形气溶胶粒子与球形粒子红外表观透射率的偏差比较

Fig. 4-8 Comparison of deviation of the infrared apparent transmittance of nonspherical aerosol particles with spherical aerosol particles

定义 $\eta = (\gamma'_{\text{ns}} / \gamma'_s - 1) \times 100\%$ 为非球形粒子与球形粒子的红外表观透射率的偏差，其中 γ'_{ns} 为非球形粒子（椭球粒子和圆柱粒子）的红外表观透射率， γ'_s 为球形粒子的红外表观透射率。

图 4-8 分别计算了水粒子和冰粒子浓度为 0.0005、粒径为 $5\mu\text{m}$ 和粒子层厚度为 1cm 时非球形粒子系与球形粒子系红外表观透射率的偏差，从图 4-8 可以看出，中红外波段内非球形粒子与球形粒子的红外表观透射率偏差大于远红外波段，因此在计算中红外波段水和冰粒子系的红外表观透射率时必须考虑粒子的形状因素。

4.4.3 水雾粒子红外隐身特性计算

为了计算水雾粒子系的红外隐身特性，假定图 4-2 所示的一维漫射光入射时红外透射特性模型中下壁面为温度是 400K 的黑体壁面；顶面为透明壁面；

粒子系的温度为 300K；粒子层厚度为 1cm；探测波段分别为 3-5 μm 和 8-12 μm 。考虑到水雾粒子系的本身辐射项和散射增强项，则水雾粒子系的红外透射特性用公式 (4-58) 中的红外表观透射率表示。首先计算了当粒径为 5 μm 时水雾粒子系的红外表观透射率随粒子浓度的变化关系，并将计算结果与应用 Beer-Law 定律的红外透射率计算结果进行比较，如图 4-9 所示；然后计算了水雾粒子浓度为 0.0005 时，水雾粒子系的红外表观透射率随粒径的变化关系，如图 4-10 所示。

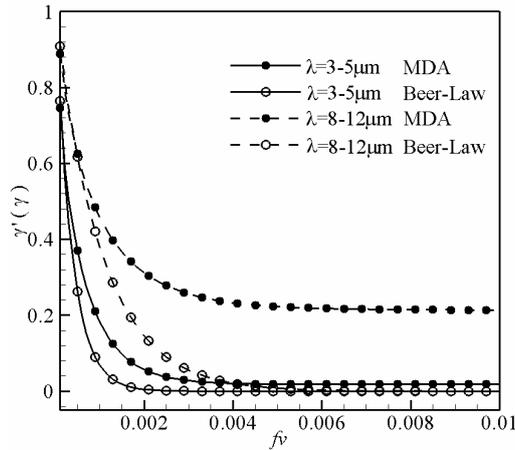


图 4-9 水雾粒子系的红外表观透射率（红外透射率）随粒子浓度的变化关系
 Fig. 4-9 The The relationship of the infrared apparent transmittance (infrared transmittance) and the volume fractions of water particles

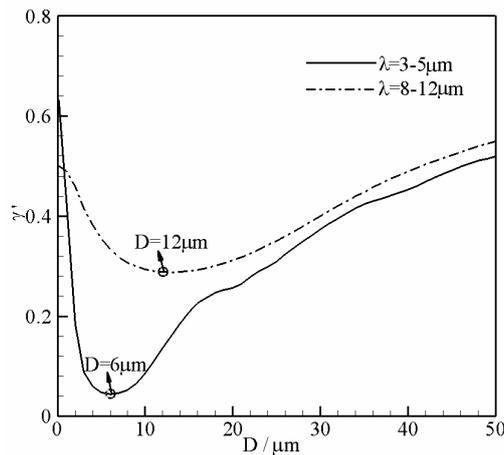


图 4-10 水雾粒子系的红外表观透射率随粒径的变化关系
 Fig. 4-10 The The relationship of the infrared apparent transmittance and the diameters of water particles

由图 4-9 可以看出：当水雾粒子浓度增加时，粒子系的红外表观透射率减小，但当浓度增加到一定时，红外表观透射率就基本保持不变；当探测波段为

3-5 μm 时, MDA 法和 Beer-Law 定律的计算结果最终都趋近于零, 而当探测波段为 8-12 μm 时, Beer-Law 定律计算结果趋近于零, MDA 法的计算结果却维持在 0.3 左右。这是因为由维恩位移定律可知: 当探测波段为 8-12 μm 时, 温度为 300K 的水雾粒子系的本身辐射能量较大, 与黑体边界经过粒子系的透射能量相比, 本身辐射能量不能忽略, 因此 MDA 法计算的结果维持在 0.3 左右, 同时亦说明以红外表观透射率评估水雾粒子红外隐身性能更加合理。由图 4-10 可以看出: 当水雾粒子浓度一定时, 随着粒径的增加, 粒子系的红外表观透射率先减小后增加, 因此存在一个粒径会使红外表观透射率达到最小值, 此时水雾粒子的红外隐身效果最好; 当探测波段为 3-5 μm 时, 水雾粒子的最佳红外隐身粒径为 6 μm , 而当探测波段为 8-12 μm 时, 水雾粒子的最佳红外隐身粒径为 12 μm 。

4.5 准直光入射时气溶胶粒子系红外透射特性研究

4.5.1 准直光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算模型

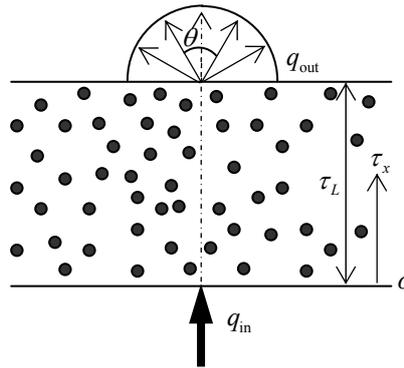


图 4-11 准直光入射时一维均一气溶胶粒子系的红外透特性模型

Fig. 4-11 The model of one-dimensional monodisperse particles with collimated incidence

如图 4-11 所示, 建立了一维均一气溶胶粒子系的红外透射特性模型。不考虑气溶胶粒子本身辐射, 在准直光入射条件下描述该模型的辐射传输方程可写为:

$$\mu \frac{\partial I(\tau, \mu)}{\partial \tau} = -I(\tau, \mu) + \frac{\omega}{2} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu') \Phi(\mu, \mu') d\mu' + \frac{\omega}{4\pi} q_{in} \Phi(\mu, 1) e^{-\tau} \quad (4-59)$$

边界条件:

$$\begin{aligned} I(0, \mu) &= 0, \quad \mu \geq 0 \\ I(\tau_L, \mu) &= 0, \quad \mu < 0 \end{aligned} \quad (4-60)$$

式中： q_{in} 为垂直入射能量， τ_L 为粒子层的光学厚度， ω 为粒子的反照率。则透过率可写为：

$$\gamma' = \frac{q_{out}}{q_{in}} = e^{-\tau_L} + \frac{2\pi}{q_{in}} \int_0^1 I(\tau_L, \mu) \mu d\mu \quad (4-61)$$

4.5.2 准直光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算

采用 MDA 法计算了准直光入射水和冰粒子系的红外表观透射率，假定水和冰粒子的粒径为 $5\mu\text{m}$ 、粒子层厚度为 1cm ，粒子浓度为 0.0005 ，不考虑粒子的本身辐射。并将计算结果与漫射光入射时和 Beer-Law 定律的计算结果进行比较，如图 4-12 所示。

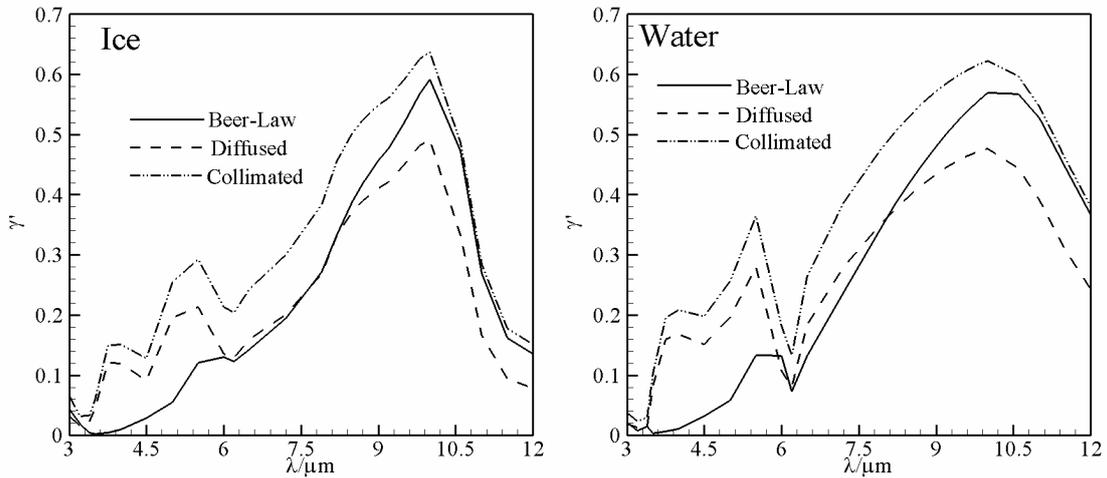


图 4-12 不同入射方式时水和冰粒子层的红外表观透射率比较

Fig.4-12 Comparison of the infrared apparent transmittance of ice and water particles with different external incidence

由图 4-12 可以看出，准直光入射时和漫射光入射时冰和水粒子系的红外表观透射率的变化规律一致，但准直光时的红外表观透射率要大于漫射光入射时的红外表观透射率。这主要是由于当漫射光入射时，粒子散射使前进方向的能量增加量减小。

当准直光入射和漫射光入射时水和冰粒子层的各项计算参数相同时，不同探测角度对红外表观透射率的影响如图 4-13 所示，当探测角度大于 120° 时红外表观透射率的变化较小，即顶面辐射出射能量主要集中于 120° 范围内。而在探测角度小于 120° 时，漫射光入射时探测角度对红外表观透射率的影响要远大于准直光入射时的影响。

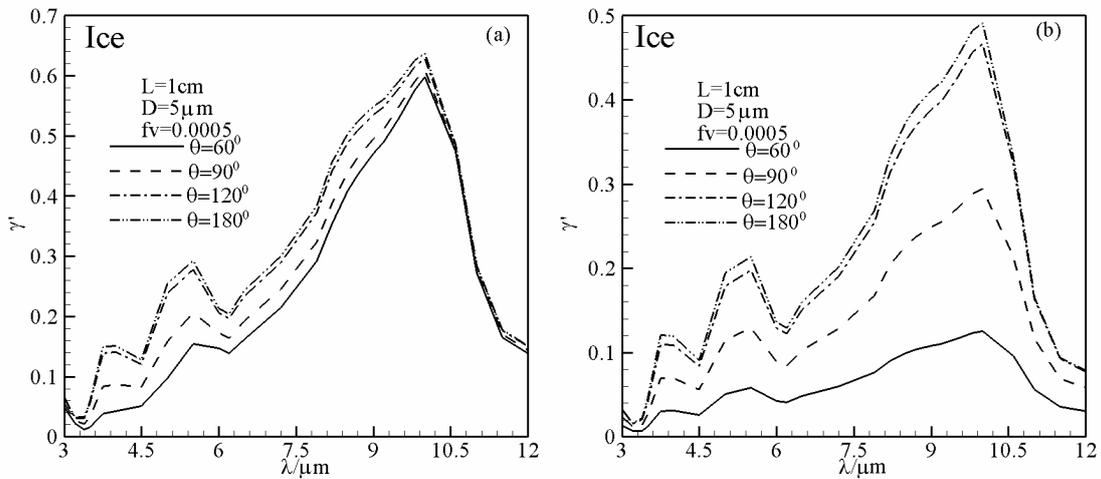


图 4-13 不同探测角度时水和冰粒子层的红外表观透射率比较 (a、准直光入射, b、漫射光入射)

Fig.4-13 Comparison of the infrared spectral transmittance of ice and water particles with different detection angles (a、collimated incidence, b、diffuse incidence)

4.6 本章小结

本章建立了漫射光入射和准直光入射时的红外透射特性模型，应用 MDA 法对该模型进行求解，并对气溶胶粒子系红外透射特性的影响因素进行分析，获得了水雾粒子的红外隐身粒径。总结本章的主要研究内容，结论如下：

(1) MDA 法 (MP_1 法) 的计算精度高于 P_1 近似的计算精度。

(2) 漫射光入射和准直光入射时气溶胶粒子系的红外表观透射率变化规律一致。随着粒子粒径的增加，粒子系的红外表观透射率先减小后增大；随着粒子浓度和粒子层厚度的增加红外表观透射率减小，当浓度和厚度增加到一定值时冰和水粒子系的红外表观透射率基本为零；粒子的形状越偏离球形，非球形粒子系的红外表观透射率与球形粒子系的红外表观透射率的偏差就越大。

(3) 当探测波段为 $3-5\mu\text{m}$ 时水雾粒子的最佳红外隐身粒径为 $6\mu\text{m}$ ；而探测波段为 $8-12\mu\text{m}$ 时，水雾粒子的最佳红外隐身粒径为 $12\mu\text{m}$ 。

第 5 章 气溶胶粒子等效光学常数的实验研究

5.1 引言

大气气溶胶是由大气介质和混合于其中的固体或液体颗粒物组成的、均匀地散布在大气中的相对稳定的悬浮体系。实际上，大气中存在的气溶胶粒子一般具有吸湿性，受周围环境的影响较大。因此，气溶胶粒子具有不同的组成成分，而且其成分因地而异，没有固定的光学常数，即使单一成分的气溶胶粒子的光学常数也是温度、波长等的非线性函数，因此很难从理论上直接得到显式函数表达式。在实际的工程应用中，希望能借助简便的计算或测量方法来准确获得气溶胶粒子的等效光学常数。本章中介绍了两种计算气溶胶粒子的等效光学常数的方法：一是以实验测量为基础，结合相应的理论和反演模型计算气溶胶粒子的等效光学常数，该方法将由各种成分混合组成的气溶胶粒子作为一个整体，采用压片法测量气溶胶粒子系的红外光谱透射率，然后结合 Mie 理论和 K-K 关系式反演得到气溶胶粒子的等效光学常数；该方法被阮立明等^[104]用来反演煤灰粒子的光学常数、齐宏等^[148]用来反演高温下 Al_2O_3 粒子的光学常数；此方法具有高精度、适应性强的优点，由于压片法的实验限制，本文实验研究中采用的气溶胶粒子均为干燥后的固体粒子。二是借助有效介质理论来计算不同成分混合而成的气溶胶粒子的等效光学常数，有效介质理论被广泛应用于计算材料介质中掺杂其它混合物的等效光学常数^[150]，基于不同的组分混合方式，发展了多种形式的有效介质理论公式，其中常用有 Maxwell-Garnett 理论和 Bruggman 理论公式，但有效介质理论的计算前提是各混合成分的光学常数及其在混合物中所占的体积百分比已知。

5.2 气溶胶粒子等效光学常数研究的理论介绍

5.2.1 反演气溶胶粒子等效光学常数的透射法

5.2.1.1 光学常数的反演模型介绍

粒子的光学常数属于基本物性参数，与粒子的组成成分、温度水平及表面状况等因素有关。粒子的光学常数不能由直接测量得到，而只能利用某些实验测量参数，结合相应的反演理论模型进行计算。获取光学常数的实验方法一般分为：反射法、散射法和透射法，本文采用的是透射法。透射法的优点是粒子

保持自然状态，而且实验所需设备也比较简单，可直接得到粒子在某一光谱范围内的透射率，进而计算出光学常数；主要的缺点是计算光学常数的反演模型较为复杂^[148]。

采用透射法计算粒子光学常数中，通常利用实验测量得到的光谱透射率作为反问题求解的已知测量值，则反演模型的可目标函数定义为^[7]：

$$OF(\lambda) = \sum [\gamma_m(\lambda) - \gamma'(\lambda)]^2 \quad (5-1)$$

其中， $\gamma_m(\lambda)$ 为实际测量得到的光谱透射率， $\gamma'(\lambda)$ 为应用公式(4-57)计算得到的表观透射率。如果气溶胶粒子的尺度参数 χ 、粒径分布、粒子数密度等参量为确定且已知，其光学常数 $m = n + ik$ 直接与粒子系的透射率相关，由于光学常数是复数，含有两个未知量： n （折射指数）和 k （吸收指数），因此反演方程不封闭。根据介质的光学色散理论，光学常数的实部与虚部存在一定的关系，该联系可以由 K-K（Kramers-Kronig）关系式表示^[7]：

$$n(\lambda) = 1 + \frac{2\lambda^2}{\pi} P \int_0^{\infty} \frac{k(\lambda_0)}{\lambda_0(\lambda^2 - \lambda_0^2)} d\lambda_0 \quad (5-2)$$

其中，P 为 Cauchy 主值积分。由式(5-2)可知，若 $k(\lambda)$ 已知，则可以求出任一波长 λ 处的折射指数 $n(\lambda)$ 。在某种意义上来说，K-K 关系式是确定光学常数 (n, k) 的补充条件。由于实验设备条件的制约，人们一般只能在有限的波长范围 $[\lambda_l, \lambda_h]$ 内对气溶胶粒子开展透射率测量。然而，K-K 关系式中包含一个在全波谱范围内积分的柯西主值计算部分。为了利用有限的信息，确定无穷范围的积分，可以对 K-K 变换被积函数和积分区间做某种近似、外推和限制，从而简化数学运算，且又不失结果的准确性，具体推导过程详见文献[7]。

求解光学常数时，首先给出任意假定的初值 $n(\lambda) = n_0$ ，在满足各参数单值关系的取值范围内，采用优化搜索算法，搜索 $k(\lambda)$ 使式(5-1)中目标函数取达到最小值；然后将得到的 $k(\lambda)$ 值代入 K-K 关系式(5-2)中，可得到新的随波长变化的 $n(\lambda)$ 值，判断相邻两次的 $n(\lambda)$ 和 $k(\lambda)$ 是否均满足式(5-3)，如果满足则当前值即为要求的解。否则，再根据 $n(\lambda)$ 搜索新的 $k(\lambda)$ ，如此不断迭代，直到相邻两次迭代的 $n(\lambda)$ 和 $k(\lambda)$ 均满足式(5-3)。

$$\frac{1}{M} \sqrt{\sum_{i=0}^M (k_i^j - k_i^{j-1})^2} \leq \delta \quad \frac{1}{M} \sqrt{\sum_{i=0}^M (n_i^j - n_i^{j-1})^2} \leq \delta \quad (5-3)$$

上式中： M 为波段内按照等间距划分的波长区间的数目； n_i^j 为第 i 个波长区间

在第 j 次迭代中计算的折射指数, k_i^j 为第 i 个波长区间在第 j 次迭代中计算的吸收指数; δ 为迭代计算中判断是否收敛的标准 (一般取 10^{-4})。

5.2.1.2 气溶胶粒子光学常数反演模型的适用范围

光学常数反演的难点在于其解可能存在多值性。光学常数的多值性表现在应用同一个红外透射率的测量值可以反演出多组光学常数。多值性是由 Mie 理论中的散射幅值函数形态的复杂性引起的。由于粒子系的透射率与粒子的衰减因子是相对应的, 因此, 以下关于粒子光学常数多值性的讨论主要围绕光学常数和衰减因子展开。对于尺度参数 χ 一定时的均一粒子系, 不同光学常数 (n, k) 下的衰减因子 Q_{ext} 可由 Mie 理论计算得到, 如图 5-1 所示。

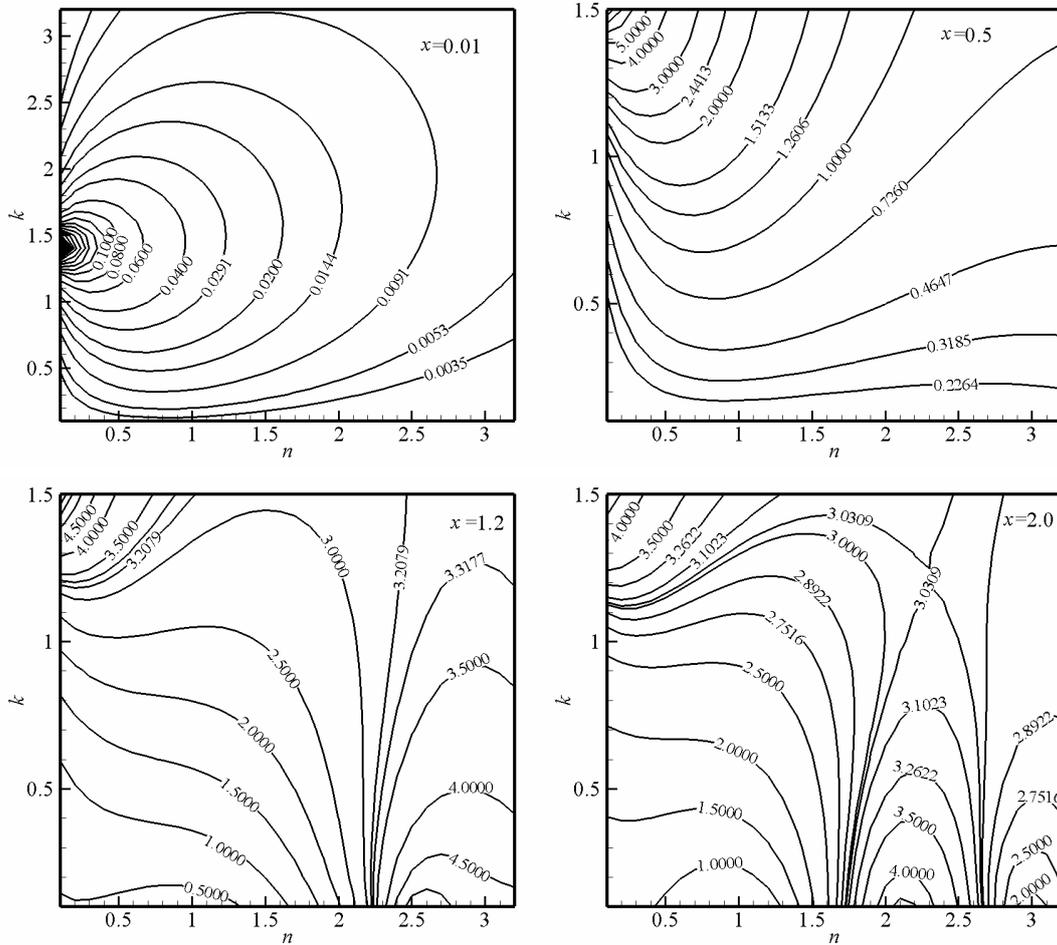


图 5-1 不同 χ 时, $n-k$ 坐标系中 Q_{ext} 等值线

Fig. 5-1 The contours line for Q_{ext} in (n, k) coordinate with different χ

由图 5-1 可以看出, 当尺度参数 χ 和光学常数 (n, k) 一定时, 可计算出唯一的衰减因子 Q_{ext} 。然而, 当尺度参数 χ 和衰减因子 Q_{ext} 一定时, 则对应多组光学常数 (n, k) 值, 即使光学常数实部 n 值一定, 也可能存在多个虚部 k 值。光学常数反演模型的求解必须在单值区间内进行, 以保证解的唯一性。

并且由图 5-1 可以看出, 当尺度参数 χ 趋近于零时, 衰减因子 Q_{ext} 趋近于点 $(0, \sqrt{2})$ 。这种现象是由光学共振引起的, 且这种变化关系可用 $k = \sqrt{2}(1+1.2\chi)^{0.5}$ 表示。当虚部和尺度参数的关系满足 $0 \leq k \leq \sqrt{2}(1+1.2\chi)^{0.5}$ 时, 再选取适当的实部 n , 即可满足光学常数反演的单值性条件。

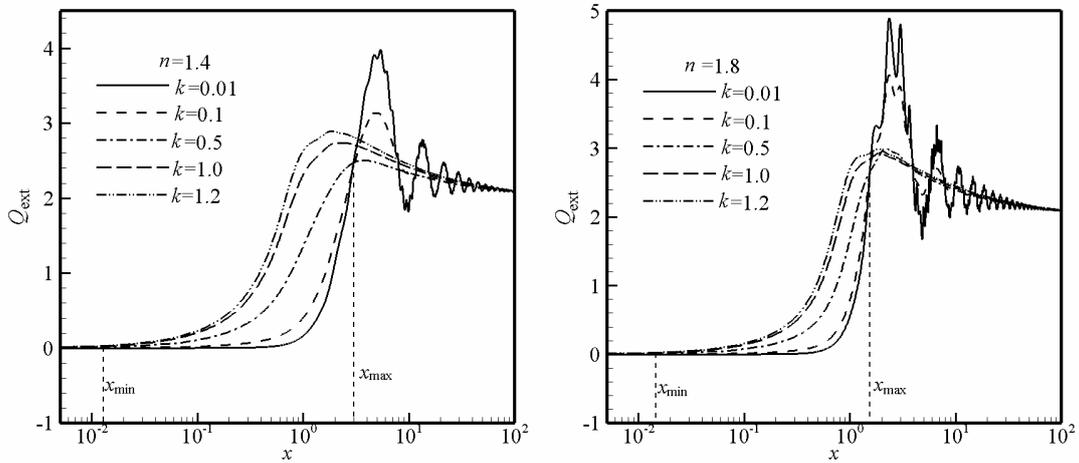


图 5-2 不同 n 和 k 值下 Q_{ext} 随尺度参数 χ 的变化规律

Fig. 5-2 The relation between Q_{ext} and size parameters χ

此外, 尺度参数和光学常数实部之间也是相互影响的。图 5-2 给出了不同的实部 n 值和虚部 k 值下衰减因子随尺度参数的变化关系。由图可以看出, 存在一个与实部有关的临界尺度参数范围, 当 $\chi_{min} \leq \chi \leq \chi_{max}$ 时, 满足光学常数反演的单值性条件。但当 $\chi < \chi_{min}$ 或 $\chi > \chi_{max}$ 时光学常数反演存在严重的多值性。

最大临界尺度参数与光学常数的变化关系如图 5-3 所示。曲线下为光学常数反演的单值性区域。若材料为电介质材料, 其在红外波段的虚部值均满足 $0 \leq k \leq \sqrt{2}(1+1.2\chi)^{0.5}$ 的变化范围, 则当 $\chi \leq \chi_{max}$ 时, 可反演出唯一的粒子光学常数值。

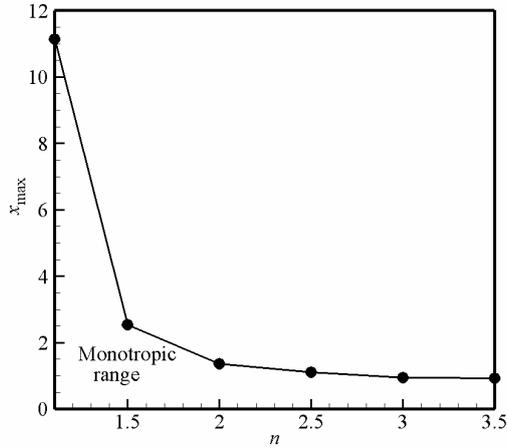


图 5-3 尺度参数 χ_{\max} 随 n 的变化关系

Fig. 5-3 The relationship between n and size parameters χ_{\max}

综上所述，当光学常数和尺度参数满足上述单值性条件时，光学常数的反演值可保证是唯一的。

5.2.1.3 气溶胶粒子光学常数反演的程序验证

为检验本文模型的正确性，我们采用煤灰粒子作为被测颗粒试样，并且假定煤灰粒子系为均一粒子系，粒径为 $2\ \mu\text{m}$ ，体积百分比为 $f_v = 5 \times 10^{-5}$ 。采用文献[151]中给出的 $0.6 \sim 13\ \mu\text{m}$ 煤灰粒子的光学常数值作为“真实值”，将公式(5-2)的计算结果作为“实验数据”，代入反演模型进行计算，将反演所得的光学常数与原始数据进行比较，如图5-4所示。

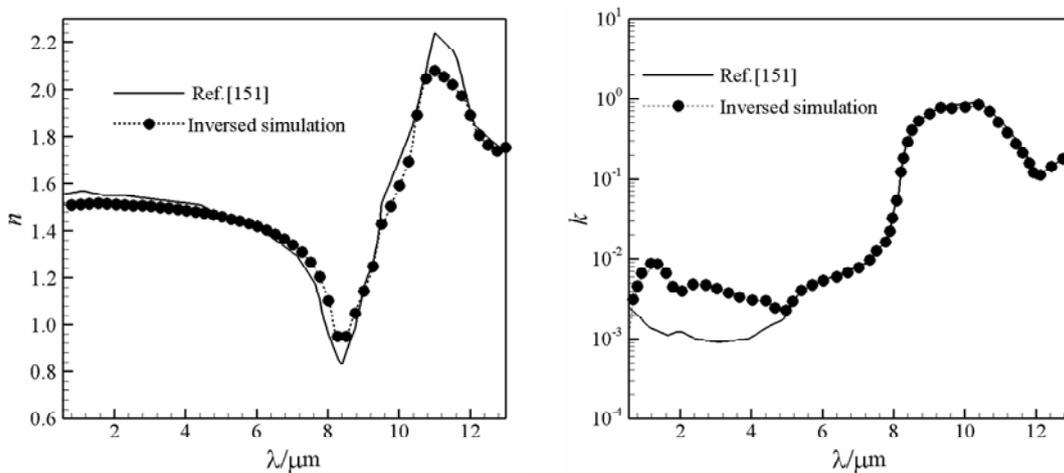


图5-4 煤灰粒子的光学常数反演

Fig. 5-4 The inverse optical constants of ash particles

模拟结果表明：反演得到的煤灰粒子光学常数与原始数据基本一致。由于本文反演模型计算过程中的“实验数据”是精确的，因此最终的反演误差仅来自于模型本身的计算误差。计算得到的煤灰粒子的光学常数实部与原始值吻合较好，而虚部在短波处的误差比较大，这是由于当粒径一定时，波长越小，尺度参数越大，导致反演结果出现多值性，从而使反演值偏离原始值，因此，在实际测量计算中应该保证气溶胶粒子的粒径足够小。总体来说，反演结果表明本文所用的粒子光学常数反演模型是可靠的。

5.2.2 气溶胶粒子等效光学常数计算的有效介质理论模型

有效介质理论广泛应用于多相复合材料的研究中，主要用于计算介质的介电常数。Maxwell-Garnett (M-G)理论和 Bruggeman 理论，是使用较多的两个有效介质理论模型。混合物的等效光学常数是其组分的光学常数、体积百分比及微观结构等参数的函数。

假设某种组分的椭球形微粒掺杂物（其介电常数为 ϵ_1 ），嵌埋于介质基体中（基体的介电常数为 ϵ_e ），从而构成一种复合介质。忽略微粒间的相互作用，如图 5-5 所示。

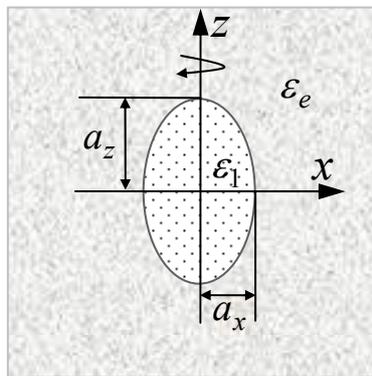


图 5-5 粒子混合模型示意图

Fig.5-5 The scheme of mixed particles model

如果复合介质的有效介电常数是 ϵ_{eff} ，则介质中平均电感应强度 D 与外加电场 E 和极化强度 P 的之间的联系可以用下式表示为^[150]：

$$D = \epsilon_{eff} E = \epsilon_e E + P \quad (5-4)$$

极化强度 P 和混合物中的电偶极矩 p 的关系如下^[150]：

$$P = n_v p \quad (5-5)$$

其中： n_v 表示混合物中单位体积内所含掺杂物微粒的数目。

在复合介质系中，每个微粒都可以看作是一个近似独立的小系统。在外加电场 E 作用下，每个微粒都被极化同时产生电矩，从而在其周围感应出自己的电场。由于库仑力作用的范围可以达无限远，每个微粒除受外加 E 的作用外，还受到其它微粒的感应电场的作用，这两部分电场叠加形成局域场，记作 E_L 。该局域场的强弱，与混合物中所包含的微粒形状密切相关。以椭球形粒子为例，局域场的表达式如下^[150]：

$$E_L = E + \frac{1}{\varepsilon_e} \bar{L} \cdot P \quad (5-6)$$

式中 \bar{L} 表示去极化并矢，取决于粒子的形状。 $\bar{L} = \sum_{i=x,y,z} N_i \mathbf{u}_i \mathbf{u}_i$ ， \mathbf{u}_i 为椭球轴向单位矢量， N_i 为椭球的极化因子，其表达式^[150]：

$$N_i = \frac{a_i a_j a_k}{2} \int_0^\infty \frac{ds}{(s + a_i^2) \sqrt{(s + a_i^2)(s + a_j^2)(s + a_k^2)}} \quad (5-7)$$

a_i 、 a_j 和 a_k 分别为直角坐标系中椭球体的各半轴长， s 为积分变量。任意椭球体的三个方向的极化因子满足下列表达式： $N_x + N_y + N_z = 1$ 。

对于均匀媒质椭球粒子，电偶极矩 p 可以写成如下形式^[150]：

$$p = \bar{\alpha} E_L \quad (5-8)$$

其中： $\bar{\alpha}$ 表示极化关矢，其表达式如下^[150]：

$$\bar{\alpha} = \frac{4\pi a_x a_y a_z}{3} (\varepsilon_1 - \varepsilon_e) \sum_{j=x,y,z} \frac{\varepsilon_e}{\varepsilon_e + N_j (\varepsilon_1 - \varepsilon_e)} \mathbf{u}_j \mathbf{u}_j \quad (5-9)$$

将方程(5-8)代入方程(5-5)中，则极化强度 P 可以写为^[150]：

$$P = n_v \bar{\alpha} E_L \quad (5-10)$$

将公式(5-6)和公式(5-7)代入公式(5-10)，然后将所得的表达式代入公式(5-4)中，整理得到的掺杂物形状为椭圆形的混合粒子有效介电常数计算公式即为 M-G 理论计算公式，表达式如下所示^[150]：

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_e + \varepsilon_e \frac{\frac{f}{3} \sum_{j=x,y,z} \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_e}{\varepsilon_e + N_j (\varepsilon_1 - \varepsilon_e)}}{1 - \frac{f}{3} \sum_{j=x,y,z} \frac{N_j (\varepsilon_1 - \varepsilon_e)}{\varepsilon_e + N_j (\varepsilon_1 - \varepsilon_e)}} \quad (5-11)$$

其中： $f = n_v V$ ， $V = 4\pi a_x a_y a_z / 3$ 为单个椭球形微粒的体积，则 f 为混合物中掺

杂物的体积分数。

球形粒子作为椭球形粒子的特例，其极化因子 N_x 、 N_y 和 N_z 均为 $1/3$ ，因此当掺杂物的形状为球形时，公式(5-11)可以写为如下形式^[150]：

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_e + 3f\varepsilon_e \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_e}{\varepsilon_1 + 2\varepsilon_e - f(\varepsilon_1 - \varepsilon_e)} \quad (5-12)$$

式(5-12)是由两种组分所构成的复合体系。对于由多种 (K 种) 组分所构成的复合体系，若介质基体的介电常数为 ε_e ，内部嵌有的第 k 种球形杂质的介电常数为 ε_k ，其体积份额为 f_k ，则 M-G 理论可表示为^[150]：

$$\varepsilon_{eff} = \varepsilon_e + 3\varepsilon_e \frac{\sum_{k=1}^K f_k \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_e}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_e}}{1 - \sum_{k=1}^K f_k \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_e}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_e}} \quad (5-13)$$

M-G 理论认为掺杂物嵌埋于基体介质中，适用于掺杂物所占的份额比较小的情况，而 Bruggeman 理论更有可能是几种材料体积相当，随机分布相互混合。通过平均场理论可以导出考虑相互作用的几种 (K 种) 组分混合的复合体系的等效介电常数的 Bruggeman 表达式，如下所示^[150]：

$$\sum_{k=1}^K f_k \frac{\varepsilon_k - \varepsilon_{eff}}{\varepsilon_k + 2\varepsilon_{eff}} = 0 \quad (5-14)$$

在电磁理论中，对于非磁性物质的介电常数与光学常数的关系如下^[111]：

$$\varepsilon = m^2 \quad (5-15)$$

由 $\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ 及 $m = n + ik$ ，利用介电函数与 n 、 k 的关系，可得出 n 、 k ^[111]：

$$\begin{aligned} n^2 - k^2 &= \varepsilon' \\ 2nk &= \varepsilon'' \end{aligned} \quad (5-16)$$

按有效介质理论，由公式(5-13)或公式(5-14)获得混合物的等效介电常数后，可由式(5-16)计算混合物的等效光学常数。

5.3 气溶胶粒子的光谱透射率测量及其等效光学常数的计算

5.3.1 粒子的光谱透射率测量仪器

5.3.1.1 气溶胶粒子采样器

本研究的试验中使用了 SF-800 八级颗粒物分级采样器,采集空气中的气溶胶粒子,该仪器是由 Safelab 公司生产的。SF-800 是一种多级多孔惯性撞击式采样器,可用来直接测量环境中依据空气动力学分配的尺寸和聚集固体的颗粒以及液体气障的多级、多孔采样器。SF-800 型八级颗粒物分级采样器包括 8 个铝合金多孔台,8 个不锈钢收集盘,81mm 的过滤器支架(安装滤膜),11 个硅橡胶密封圈,以及真空泵和便携箱等附属设备。可以收集 0.4nm~9nm 粒径范围内的颗粒,真空泵流速为 28.3L/min,整个采样器重约 1.8kg。

颗粒物分级采样器采集气溶胶粒子的过程如下:

- (1) 清洗采样器,必须保证预分离器、收集盘和每一级的孔洞都是清洁的。
- (2) 对放在收集盘上的玻璃纤维滤膜进行编号;称量并记录每个编号下的玻璃纤维滤膜的重量,然后将玻璃纤维滤膜放入对应的收集盘过滤器上。
- (3) 组装采样器,然后将真空泵与采样器最低端出口用橡胶管连接起来。
- (4) 在采集目标位置放置采样器,进行采集。在气溶胶粒子的采集过程中,合理布置采样器(如垂直放置),使气流冲刷滤膜时能高效收集粒子。
- (5) 采集气溶胶粒子试验结束后,切断电源,取出玻璃纤维滤膜。将滤膜放入蒸馏水中,搅拌促进气溶胶粒子与滤膜分离,再将混合溶液放入干燥箱,蒸发水分最终得到气溶胶粒子。

5.3.1.2 场发射环境扫描电子显微镜

场发射环境扫描电子显微镜采用肖特基场发射电子枪,具有束流密度高、束流稳定等特点,特别是在较低的加速电压下仍然具有很高的分辨率,可获得质量优异的图像,可避免高能电子束辐照而引起的材料和器件的损伤。该环境扫描电镜有高真空($<6 \times 10^{-4}$ Pa)、低真空(10~130Pa)和环境真空(10~4000Pa)等 3 种工作模式。因此,该仪器除了可用于常规扫描电镜分析的导电样品分析外,还适用于其它任何样品(非导电、表面含水、污染的品...)的观察和分析。场发射环境扫描电子显微镜的主要附件包括 EDS 与 EBSD 一体化分析系统,EBSD 采用高分辨率、高灵敏度 CCD 相机,花样指标化速度 ≥ 150 点(花样)/秒,可分析研究材料的晶体取向和微观织构等。该仪器广泛应用于材料科学、纳米技术、生物医学、物理、化学、地质、机械加工、微电路质量检验、失效分析等领域。

5.3.1.3 玛瑙研钵和压片模具

在粒子透射率测量中,测量结果的准确度取决于待测试样粒子的尺度参数大小。本研究中采用压片法制备式样,当波长一定时,粒子的尺度参数与粒径

成反比的关系，在制备压片前采用玛瑙研钵对粒子进行充分研磨和混合，达到较合理的粒径。使用压片机时，需要观察混合粒子在模具内的分布，力求做到均匀，而且粒子层厚度适中。

5.3.1.4 傅立叶变换光谱分析仪

本文实验所选的傅立叶变换红外光谱分析仪是由日本 JASCO 公司生产的，型号为 FTIR-6100。傅立叶变换红外光谱分析仪由迈克耳逊干涉仪和数据处理系统组合而成，它的工作原理就是迈克耳逊干涉仪的原理。

傅立叶变换红外光谱分析仪主要有以下优点：

- (1) 光谱范围宽：0.5~25 μm 。
- (2) 扫描时间短，信噪比高。扫描频率为 20Hz，信噪比为 50000:1。
- (3) 入射辐射光通量大，灵敏度高，最高光谱分辨率为 0.022nm。

5.3.1.5 粒度分析仪

本实验研究中粒子的粒径是一个重要参数，采用美国 PSS(Particle Sizing Systems)公司生产的 AccuSizer 780/SIS(Syringe Injection Sample)注射进样型粒度分析仪。该粒径测量系统采用全封闭式系统设计，保证了样品的分析精度。

主要性能参数为：

- (1) 标准粒径测量范围是：0.5~400，其它可选范围包括：1~400、3~1000、5~2500；
- (2) 测量时间：30~60s；
- (3) 数据通道：8~512 个。

5.3.2 粒子的光谱透射率测量方法

针对固体粒子进行的红外光谱实验中，试样的制备及处理是一个重要环节。常用的固体试样的制备方法有：压片法、液体池法、薄膜法及溶液法等。本文研究中粒子试样的制备采用压片法，常用的红外光谱实验背景分散介质为溴化钾（纯 KBr 在 400~4000 cm^{-1} 波数区域内无吸收）。本实验将待测粒子（ SiO_2 粒子、 Al_2O_3 粒子、 CaSO_4 粒子和 Fe_2O_3 粒子以及由这些粒子组成的混合物）与 KBr 充分混合，用压片机制成压片，具体制作过程如下：

(1) 样品研磨处理：通过本章 5.2.1 的分析可知，粒子的尺度参数越，小则光学常数反演的单值性越好。而粒子的尺度参数与粒子的粒径成正比关系，

因此，在制取压片之前首先要将在干燥箱处理过的光学纯 KBr 粒子和待测粒子按一定的比例称重，放入玛瑙研磨体中充分研磨成粒径较小的粉末。以 SiO_2 粒子为例，图 5-6 为未经过研磨处理的 SiO_2 粒子的扫描电镜(SEM)照片，图 5-7 为经过研磨处理之后的 SiO_2 粒子的扫描电镜(SEM)照片。并测量获得了未经过研磨处理的 SiO_2 粒子和经过研磨处理过的 SiO_2 粒子的粒径分布图，经过研磨处理的 SiO_2 粒子的平均粒径由 5.18 变化至 2.41 μm ，如图 5-8 和 5-9 所示。

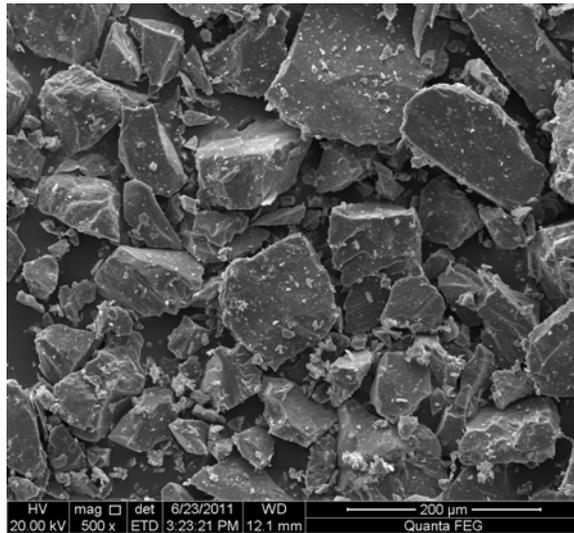


图 5-6 SiO_2 粒子研磨处理前的扫描电镜(SEM)照片

Fig. 5-6 Photograph of SiO_2 particles by scanning electron microscopy (SEM) before grinding

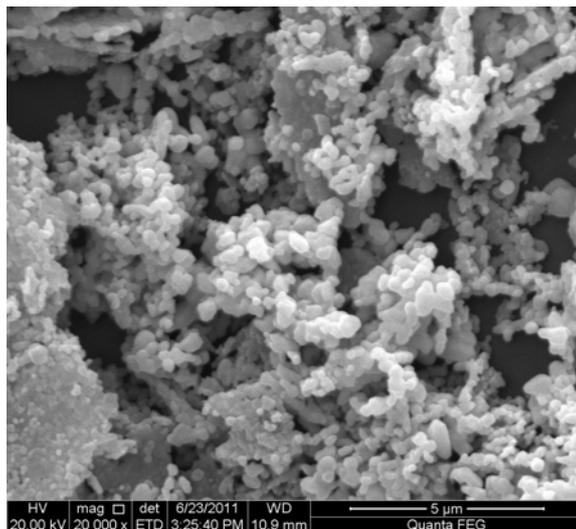


图 5-7 SiO_2 粒子研磨处理后的扫描电镜(SEM)照片

Fig. 5-7 Photograph of SiO_2 particles by scanning electron microscopy (SEM) after grinding

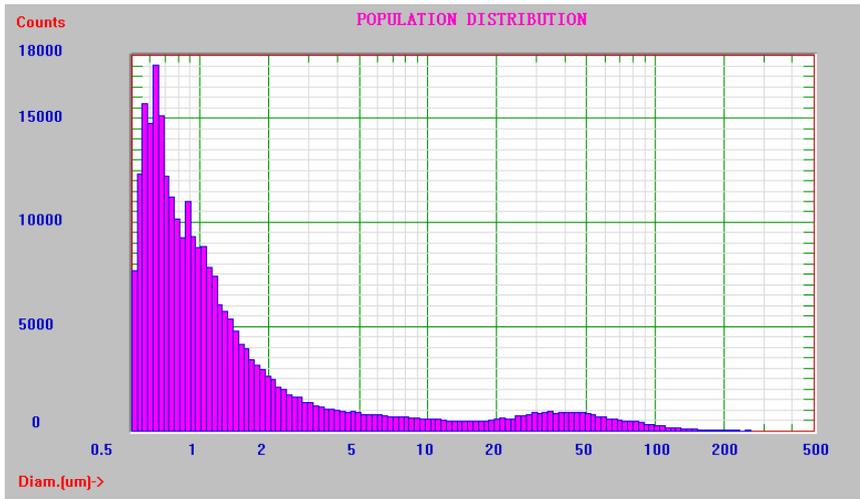


图 5-8 SiO₂ 粒子研磨处理前的粒径分布 ($D_m = 5.18\mu\text{m}$)

Fig. 5-8 The particle size distribution of SiO₂ particles before grinding ($D_m = 5.18\mu\text{m}$)

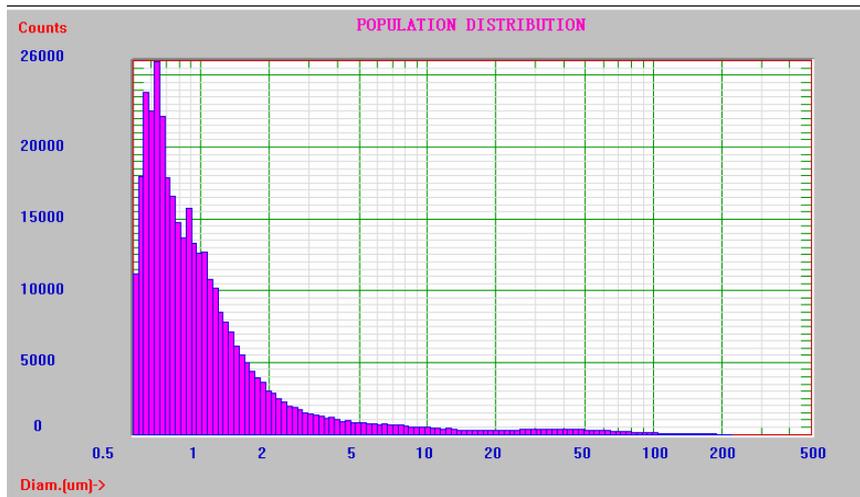


图 5-9 SiO₂ 粒子研磨处理后的粒径分布 ($D_m = 2.41\mu\text{m}$)

Fig. 5-9 The particle size distribution of SiO₂ particles after grinding ($D_m = 2.41\mu\text{m}$)

(2) 样品干燥处理：由于分散介质溴化钾极易溶于水，放置时间稍长就会潮解。溴化钾吸水后测量其红外光谱透射率时会在 3400 cm^{-1} 和 1640 cm^{-1} 左右会出现水的吸收峰，从而影响整个实验的测量结果。同样，如果待测粒子也容易潮解，那么测量的实验结果将存在非常大的误差。因此，首先要对溴化钾粒子和被测粒子放入干燥箱内进行干燥处理。

(3) 纯 KBr 压片制备：取干燥过的 0.1g 纯 KBr 粉末，放入到已经准备好的压制模具中，在 10t/cm^2 左右的压力下保持 2~3 分钟，压制成约 1mm 厚度的

透明薄片。若压片太厚，则导致光谱透射率的强峰出格，出现平头峰，对峰位无法识别；若压片太薄，则会导致光谱透射率中的弱峰消失，对峰位亦无法识别。然后将压制好的纯 KBr 薄片安放在红外光谱仪内的卡座上进行测试，并采集其红外光谱透射率，将结果存入计算机内作为测量背景。

(4) 混合样品（待测粒子和 KBr 粒子混合物）压片制备：按 5% 的粒子质量百分比，将待测粒子与 KBr 粒子充分研磨混合，若研磨不充分，则会出现光谱透射率的基线上升，同时出现不对称吸收峰。然后称取待测粒子与 KBr 的混合物 0.1g，用不锈钢小扁铲将研磨好的混合物全部转移到压片模具中，并用小扁铲将混合物铺平（这一步骤非常重要，如果混合物没有铺平，压出来的薄片会出现局部透明，而其他地方不透明），同样在 $10\text{t}/\text{cm}^2$ 左右的压力下保持 2~3 分钟，压制厚度约为 1mm 的透明薄片，将压制好的 KBr 和待测粒子混合压片安放在红外光谱仪内的卡座上，采集相应的红外透射光谱。由于之前已将纯 KBr 压片作为测试背景，并经过控制软件的处理，因此测得的曲线即为待测粒子的红外光谱透射率曲线。

(5) 重复步骤 (2) 和 (3)，在相同条件下进行重复 6 次以上实验。选取最佳的实验测量结果。

注意：由于 KBr 吸水能力很强，在空气中极易潮解，因此在实验过程中，需要将 KBr 压片存放在烘箱中，以避免制备的压片吸收太多的水分而影响压片的透射特性。

5.3.3 气溶胶粒子等效光学常数计算

5.3.3.1 单种粒子的光学常数反演

为了研究混合粒子的等效光学常数，我们首先选择四种单一成分的气溶胶粒子（分别为 SiO_2 、 Al_2O_3 、 Fe_2O_3 和 CaSO_4 粒子）进行红外透射率测量，并反演得到单一成分气溶胶粒子的光学常数。将上述四种气溶胶粒子及纯 KBr 粒子进行研磨，并将研磨后的气溶胶粒子采用粒度分析仪测量气溶胶粒子的平均粒径 D_m ，测量得到 $D_m = 2\mu\text{m}$ 。然后分别按照 5% 的粒子质量百分比将待测的气溶胶粒子与 KBr 粒子进行混合，取混合粒子 0.1g 制成厚度 1mm 的压片，同时制取相同质量和厚度的纯溴化钾压片。然后通过本章 5.2.3 的红外透射率的测量方法，分别获得 SiO_2 、 Al_2O_3 、 Fe_2O_3 和 CaSO_4 粒子的红外光谱透射率如图 5-10 所示：

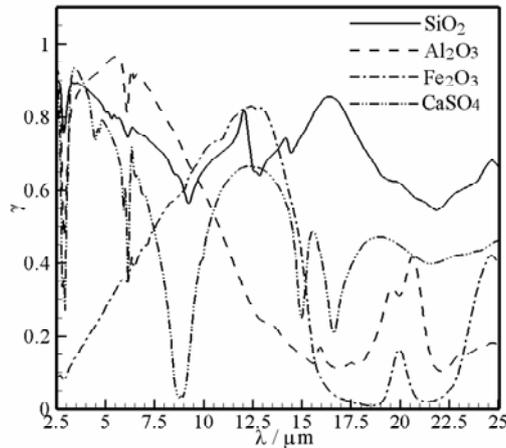


图 5-10 四种粒子的红外光谱透射率

Fig. 5-10 The spectral infrared transmittances of four particles

将实验测得的四种粒子（ SiO_2 、 Al_2O_3 、 Fe_2O_3 和 CaSO_4 粒子）系红外光谱透射率带到气溶胶粒子光学常数反演模型中计算得到四种粒子的光学常数实部和虚部，如图 5-11 所示：

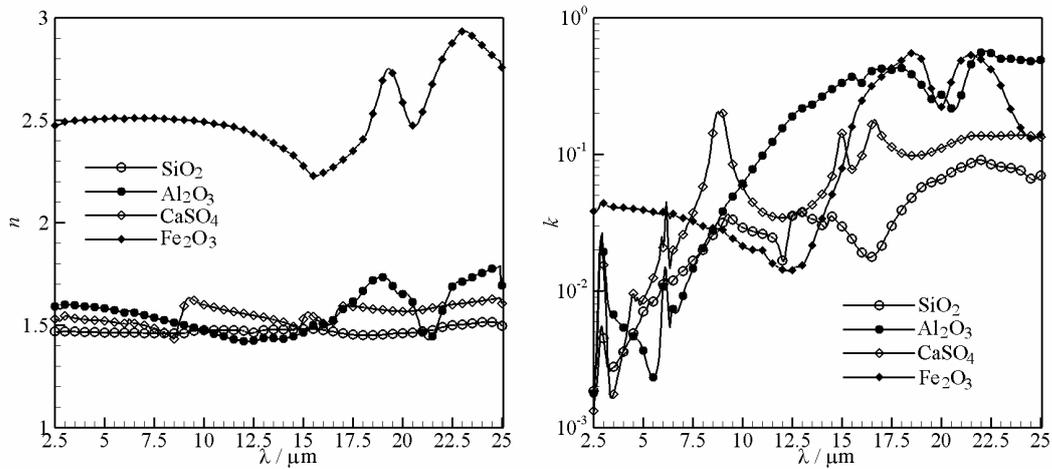


图 5-11 四种纯粒子的光谱光学常数反演值

Fig. 5-11 The optical constants of four particles

5.3.3.2 两种粒子混合的等效光学常数计算

为了研究两种混合粒子的等效光学常数，将 SiO_2 和 Fe_2O_3 粒子按不同体积组成三种混合物，混合物 1 中 SiO_2 与 Fe_2O_3 粒子的体积比为 3:1；混合物 2 中 SiO_2 与 Fe_2O_3 粒子的体积比为 2:1；混合物 3 中 SiO_2 与 Fe_2O_3 粒子的体积比为 1:1。由于在实际测量中直接按不同体积混合比较难控制，因此我们通过称量质

量的方式来实现不同体积混合。混合粒子的平均粒径仍为 $D_m = 2\mu\text{m}$ 。将混合粒子混合均匀，同样按照 5% 的粒子质量百分比将待测的气溶胶粒子与 KBr 粒子进行混合，然后取 0.1g 制成厚度 1mm 的压片。并且按照本章 5.2.3 的实验方法测得上述三种混合物的红外光谱透射率，如图 5-12 所示：

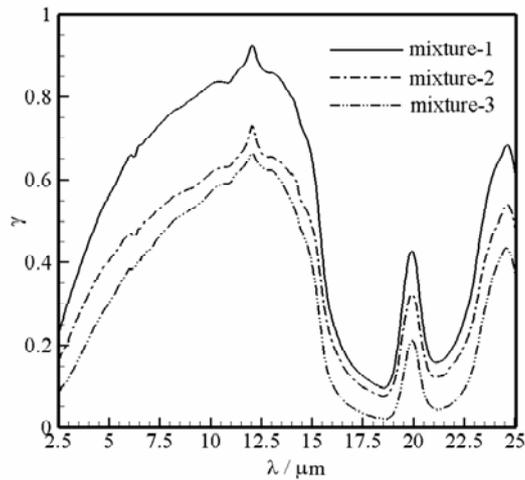


图 5-12 SiO_2 和 Fe_2O_3 两种粒子混合的红外光谱透射率

Fig.5-12 The spectral transmittances of mixtures composed of SiO_2 and Fe_2O_3 particles

将实验测得的由 SiO_2 和 Fe_2O_3 按不同体积百分比所组成的三种混合物的红外光谱透射率代入到光学常数反演模型中反演得到混合物的等效光学常数，并且将反演结果与有效介质理论计算的等效光学常数进行比较，如图 5-13、图 5-14 和图 5-15 所示：

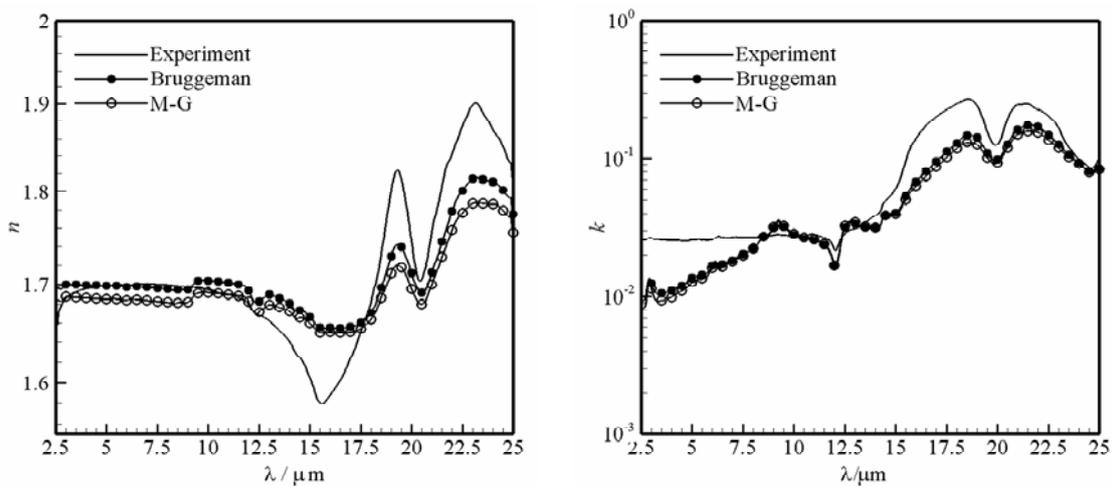


图 5-13 混合物 1 的等效光学常数

Fig. 5-13 The effective optical constants of mixture 1

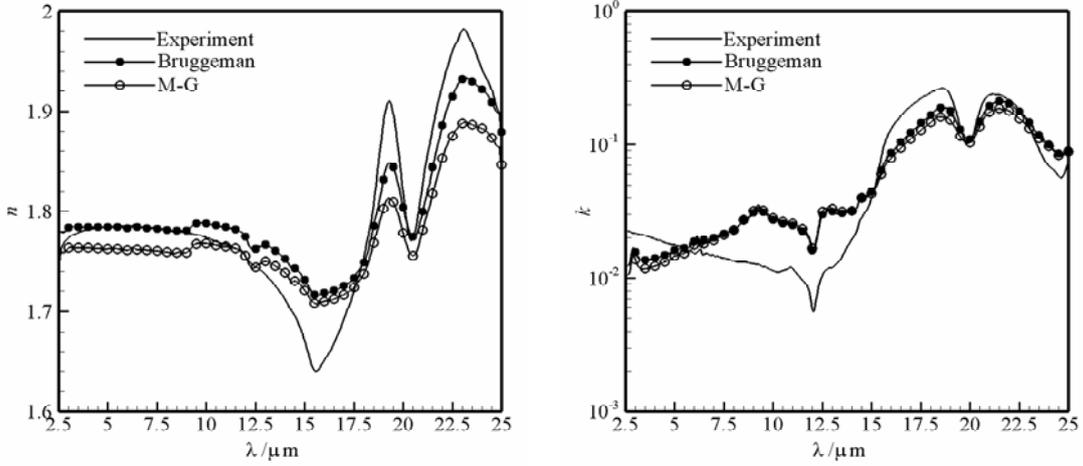


图 5-14 混合物 2 的等效光学常数

Fig. 5-14 The effective optical constants of mixture 2

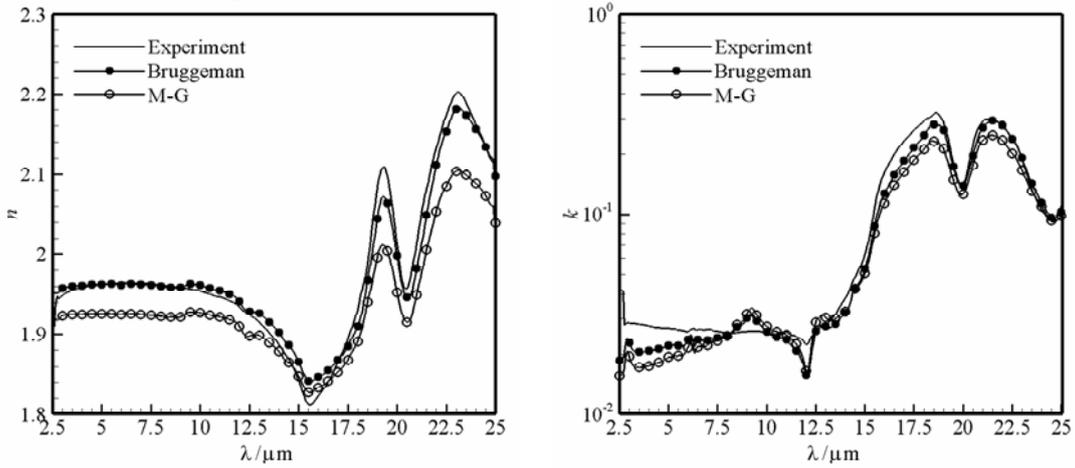


图 5-15 混合物 3 的等效光学常数

Fig. 5-15 The effective optical constants of mixture 3

由图 5-13 至图 5-15 可以看出：粒子的等效光学常数介于各组分的光学常数之间。由反演模型反演得到的等效光学常数与有效介质理论计算得到的等效光学常数变化规律一致。当两种混合物的体积越相近时，反演值与有效介质理论计算值的偏差就越小。但是当两种混合物的体积差距越大时，M-G 理论和 Bruggeman 理论的结算结果越接近，这主要是由于 M-G 理论适合于掺杂物体积较小的混合物。此外，M-G 理论和 Bruggeman 理论的计算结果与反演结果相比，Bruggeman 理论的计算结果与实验反演结果更接近，这主要是由于本文的混合粒子模型与 Bruggeman 理论一致，均为两种粒子随机混合。

5.3.3.3 多种粒子混合的等效光学常数计算

三种粒子混合的混合物 4 和混合物 5 是由 Al_2O_3 、 SiO_2 和 CaSO_4 粒子分别

按照体积比为 1:2:1 和体积比为 1:1:2 混合而成的。四种粒子混合的混合物 6 和混合物 7 是由 Al_2O_3 、 SiO_2 、 CaSO_4 和 Fe_2O_3 四种粒子分别按体积比为 1:2:1:1 和体积比为 4:4:8:1 混合而成的。实验过程中的混合物 4、5、6 和 7 的平均粒径为 $D_m = 2\mu\text{m}$ ，待测的混合粒子在与纯 KBr 混合时的质量浓度为 5%，所制得的压片的厚度为 1mm。实验测得的红外光谱透射率，如图 5-16 所示。

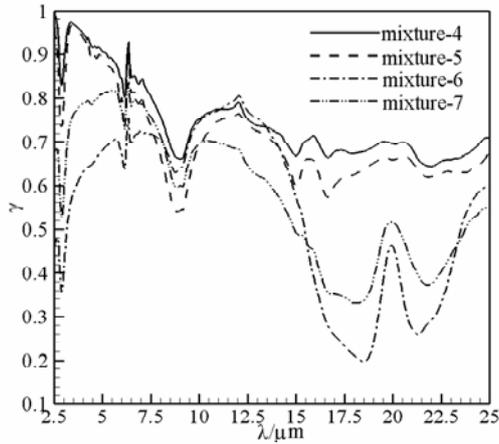


图 5-16 多种粒子混合的红外光谱透射率

Fig.5-16 The spectral transmittances of mixtures composed of three or four kinds of particles

将混合物 4、5、6 和 7 的红外光谱透射率代入粒子光学常数反演模型，反演得到混合物 4、5、6 和 7 的等效光学常数。再将采用 M-G 理论和 Bruggeman 理论计算得到的等效光学常数，与反演得到的等效光学常数进行比较，如图 5-17 至 5-20 所示。

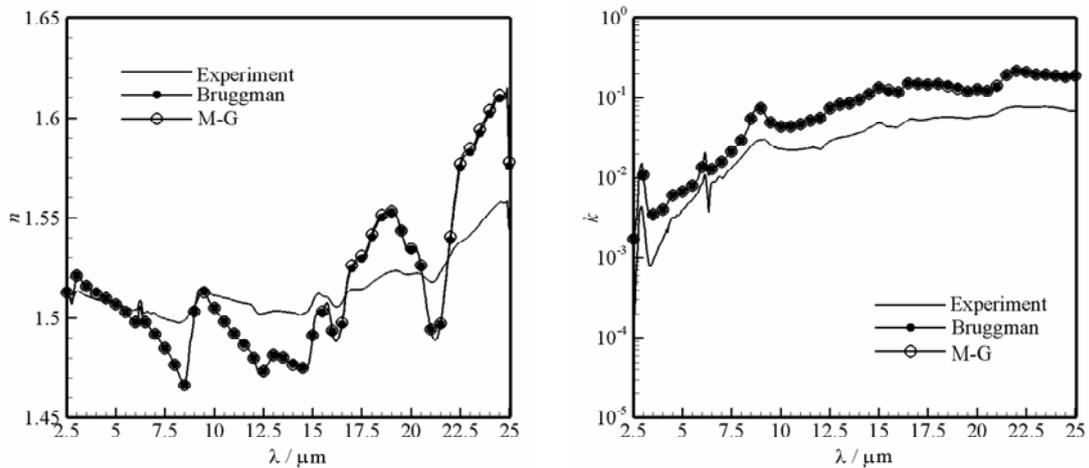


图 5-17 混合物 4 的等效光学常数

Fig. 5-17 The effective optical constants of mixture 4

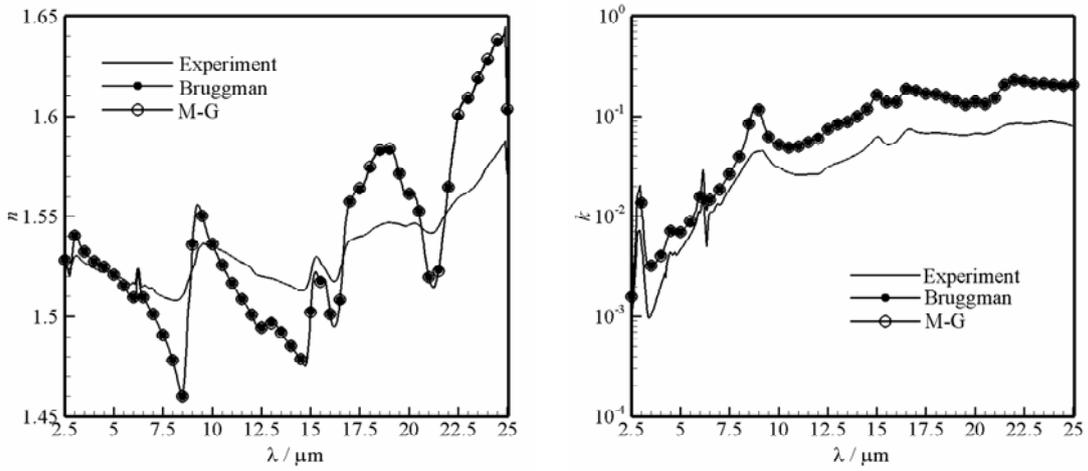


图 5-18 混合物 5 的等效光学常数

Fig. 5-18 The effective optical constants of mixture 5

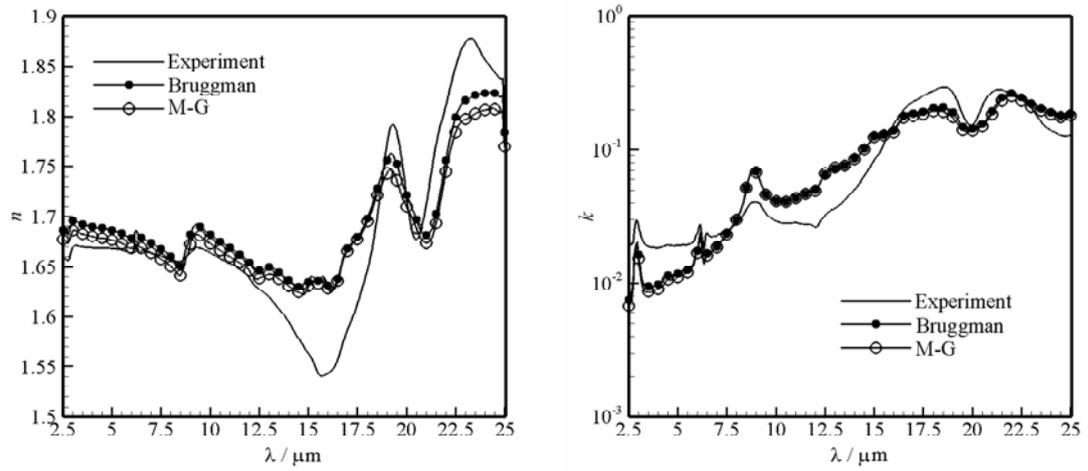


图 5-19 混合物 6 的等效光学常数

Fig. 5-19 The effective optical constants of mixture 6

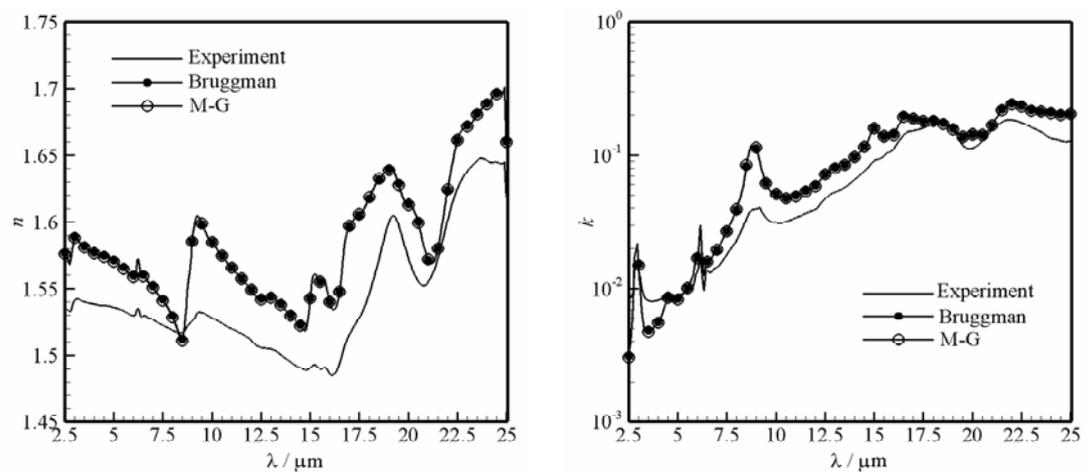


图 5-20 混合物 7 的等效光学常数

Fig. 5-20 The effective optical constants of mixture 7

从图 5-17 至图 5-20 可以看出,应用测量得到的红外光谱透射率结合反演模型反演得到的三种或四种粒子混合的等效光学常数与采用有效介质理论计算的结果变化规律一致。并且从图 5-17 和图 5-18 可以看出,采用 M-G 理论和 Bruggeman 理论计算得到的粒子等效光学常数实部几乎重合,这主要是由于图 5-17 和图 5-18 中按不同体积比形成混合物的 Al_2O_3 、 SiO_2 和 CaSO_4 粒子的实部相近。而图 5-19 和图 5-20 中由 Al_2O_3 、 SiO_2 、 CaSO_4 和 Fe_2O_3 粒子按照不同比例混合形成的混合物采用 M-G 理论和 Bruggeman 理论计算得到的等效光学常数实部却有所差别,这主要是由于混合物中 Fe_2O_3 粒子的光学常数实部要大于 Al_2O_3 、 SiO_2 、 CaSO_4 粒子的光学常数实部,且随着 Fe_2O_3 粒子的体积比增大,采用 M-G 理论和 Bruggeman 理论计算得到的等效光学常数实部的偏差也增大。

通过上述对两种粒子、三种粒子和四种粒子混合物的等效光学常数的反演值与有效介质理论的计算值进行比较可以看出:混合粒子的等效光学常数与体积百分比及粒子混合形式有关,虽然有效介质理论计算的结果与反演值的变化规律一致,但有效介质理论计算的结果与反演值仍旧存在一定的偏差,如何根据反演结果对有效介质理论进行修正将在今后进一步研究。

5.4 哈尔滨地区气溶胶粒子光学常数的实验研究

针对2011年5月12日8时~22时和2011年6月1日8时~22时,哈尔滨工业大学一区校园内使用粒子采集设备,收集了地面附近空气中的气溶胶粒子。2011年5月12日哈尔滨市是沙尘暴天气;而6月1日则天气晴朗。针对在同一地点、两种不同天气中收集到的气溶胶粒子,我们开展了粒子的光学常数实验研究。

5.4.1 气溶胶粒子的元素分析

采用场发射环境扫描电子显微镜 (QUANTA 200F) 对干燥好的气溶胶粒子进行元素分析,得到气溶胶粒子的元素组成(其中,C、N、O元素未被分析),如表5-2和表5-3所示。

表5-2和5-3中, $Wt\%$ 表示元素的重量百分比, $At\%$ 表示原子百分比含量。并且从表中可以看出Si、Al、Ca、Fe、Na、Rb、K等元素含量较高,其他元素的含量较少。由于气溶胶粒子的采集地点相同,因此,不同时间所采集的气溶胶粒子的元素种类相同,只是元素含量略有所不同。并且通过元素分析可以看出,所采集到的哈尔滨地区的气溶胶粒子的成分与飞灰的成分比较接近。

表5-2 2011年5月12日收集的气溶胶粒子元素分析

Table 5-2 Bulk composition of the particulate atmospheric aerosol determined by QUANTA 200F (2011年5月12日)

<i>Element</i>	<i>Wt%</i>	<i>At%</i>	<i>Element</i>	<i>Wt%</i>	<i>At%</i>
Na	2.11	3.10	K	4.15	3.58
Mg	1.57	2.18	Ca	11.54	9.72
Al	12.04	15.07	Ba	2.97	0.73
Rb	4.99	1.97	V	0.11	0.07
Si	41.99	50.50	Cr	0.34	0.22
Sr	2.22	0.85	Mn	0.41	0.25
P	1.76	1.92	Fe	7.16	4.33
S	2.63	2.77	Ni	0.50	0.29
Cl	1.42	1.35	Cu	0.69	0.37
Zn	1.41	0.73			

表 5-3 2011 年 6 月 1 日收集的气溶胶粒子的元素分析

Table 5-3 Bulk composition of the particulate atmospheric aerosol determined by QUANTA 200F (2011年6月1日)

<i>Element</i>	<i>Wt%</i>	<i>At%</i>	<i>Element</i>	<i>Wt%</i>	<i>At%</i>
Na	2.00	2.90	K	3.66	3.12
Mg	1.48	2.03	Ca	11.13	9.27
Al	13.43	16.62	Ba	2.65	0.64
Rb	3.49	1.36	V	0.41	0.27
Si	40.30	47.90	Cr	0.00	0.00
Sr	1.78	0.68	Mn	0.37	0.23
P	2.68	2.89	Fe	7.81	4.67
S	4.08	4.25	Ni	1.05	0.60
Cl	1.5	1.46	Cu	1.15	0.60
Zn	0.98	0.50			

5.4.2 哈尔滨地区气溶胶粒子红外透射率测量及光学常数反演

将干燥后的气溶胶粒子进行研磨,然后根据本章所述的粒子压片制备方法,制备含有气溶胶粒子的 KBr 压片和纯 KBr 压片,然后采用傅立叶变换红外光谱分析仪获得 2011 年 5 月 12 日和 2011 年 6 月 1 日所收集到的气溶胶粒子的光谱透过率,如图 5-21 所示。

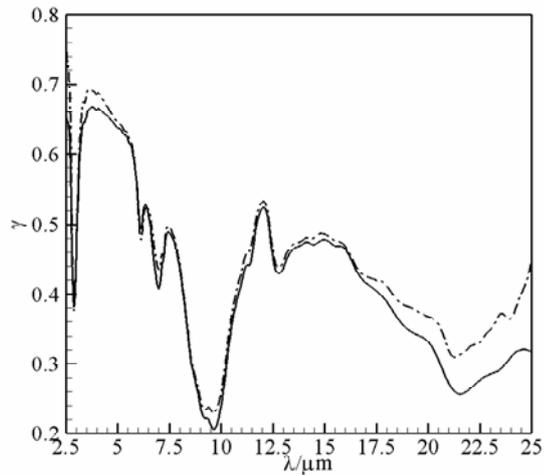


图 5-21 哈尔滨地区气溶胶粒子的光谱透射率（实线为 2011 年 05 月 12 日收集的气溶胶粒子，虚线为 2011 年 06 月 01 日所收集到的气溶胶粒子）

Fig. 5-21 The spectral transmittances of aerosol particles in Harbin (The solid line stands for the aerosol particles collected on 05.12.2011, the broken line stands for the aerosol particles collected on 06.01.2011)

将实验所测得的哈尔滨地区气溶胶的红外光谱透射率代入到粒子等效光学常数反演模型反演得到气溶胶粒子的光学常数，如图 5-22 所示。

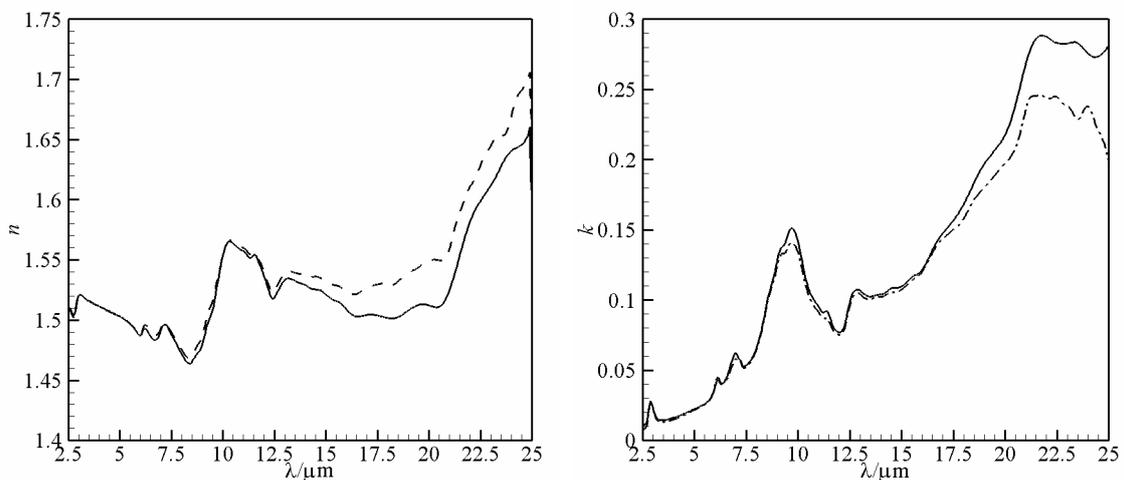


图 5-22 哈尔滨地区气溶胶粒子的等效光学常数（实线为 2011 年 5 月 12 日收集的气溶胶粒子，虚线为 2011 年 6 月 1 日所收集到的气溶胶粒子）

Fig. 5-22 The effective optical constants of aerosol particles in Harbin (The solid line stands for the aerosol particles collected on 5.12.2011, the broken line stands for the aerosol particles collected on 6.1.2011)

由图 5-22 可知，两日所采集的气溶胶粒子的等效光学常数变化规律基本相

同。即所采集的哈尔滨地区气溶胶粒子的等效光学常数实部在 1.45 和 1.7 之间，而虚部在 0 和 0.3 之间。

5.5 本章小结

气溶胶粒子的光学常数是确定其辐射特性的基本参数，该参数不能直接测量。本章中介绍了反演气溶胶粒子光学常数的透射法，即通过实验法测量气溶胶粒子的红外光谱透射率，然后结合 Mie 理论和 K-K 关系式反演得到气溶胶粒子的等效光学常数。此外，本章还介绍了计算气溶胶粒子等效光学常数的有效介质理论，但该方法的前提是对气溶胶各组成成分的光学常数和各组成成分体积比已知。并将由透射法反演得到的混合粒子的等效光学常数与采用有效介质理论计算得到的等效光学常数进行比较。最后，针对哈尔滨地区所收集得到的气溶胶粒子测量其红外光谱透射率，并结合反演模型反演得到其等效光学常数。主要结论如下：

(1) 粒子的等效光学常数介于各组分的等效光学常数之间。由反演模型反演得到的等效光学常数与有效介质理论计算得到的等效光效常数变化规律一致。当两种混合物的体积越相近时，反演值与有效介质理论的计算值的偏差就越小。

(2) 当两种混合物的体积差距越大时，Maxwell-Garnett 理论和 Bruggeman 理论的结算结果越接近。Maxwell-Garnett 理论和 Bruggeman 理论的计算结果与反演结果相比，Bruggeman 理论的计算结果与实验反演结果更接近。

(3) 本文所采集的哈尔滨地区气溶胶粒子的等效光学常数实部在 1.45 和 1.7 之间，而虚部在 0 和 0.3 之间。

第6章 云层辐射特性及其对大气辐射传输影响

6.1 引言

虽然从物性上讲, 云层也是大气气溶胶的一种。但由于云层在大气能量平衡和天气演化过程中的重要作用, 大气辐射传输中往往将对云层进行单独的研究, 而把云层以外的大气气溶胶粒子如尘埃、烟雾等归于一类区分开研究^[152]。对于太阳辐射与地球辐射而言, 云层都具有很大的光学厚度, 云层的薄厚、多少决定了天气是否晴朗。因此, 云层在地气系统的辐射能量收支中起支配作用。一方面, 云层对太阳辐射具有较高的反射能力, 可以将部分入射的太阳辐射反射回外太空, 对地表附近的大气和地面产生冷却作用; 另一方面, 云层强烈地吸收来自地球和大气本身的辐射, 减少了地面向外太空长波辐射, 对地面及低层大气起保温作用^[153]。研究云层对大气辐射传输的影响, 对气候变暖、天气预报等有非常重要的现实意义。

6.2 云层及气溶胶粒子的物理特性

6.2.1 云层的物理特性

云层是由大气中水汽凝结形成的水滴、冰晶或它们混合组成的可见悬浮体。按照国际对云的分类方法, 依据云出现的高度将云分为高云、中云、低云和直展云四族, 在各族中又按其外形分为十属^[154], 如表 6-1 所示; 根据云内温度和云粒子的相态可以分为水云(由水滴组成)、冰云(由冰晶组成)和混合云(由水滴和冰晶混合组成)。低云和中云是一般由水滴组成, 而高云则主要是由冰晶粒子组成的。

云层的辐射作用受多种因素影响, 如云量及其分布、云所在的高度、含水量以及云的微物理特性等。其中, 云的微物理特性包括云的粒子成分、几何尺寸、分布和浓度等, 并且不同云类的云微物理特性也各不相同。云层的物理特性主要表现为云滴的谱分布, 直接分级、数浓度分布函数、对数-正态分布函数、幂率(或 Junge)分布函数和修正的伽马(Gamma)函数等^[3]都是常见的云滴谱分布函数。这些云滴谱分布函数中修正的伽马分布和对数-正态分布函数的使用最广泛。

表 6-1 云的分类^[154]

Table 6-1 The classification of cloud^[154]

云族	云属	基本高度 (km)	厚度 (km)	水平尺度 (km)
高云 (>6km)	卷云 (Ci)	6.0~10.0	0.2~0.3	102~103
	卷积云 (Cc)	6.0~9.0	0.2~1.0	10~102
	卷层云 (Cs)	5.0~9.0	0.5~5.0	102~103
中云 (2~6km)	高积云 (Ac)	2.0~6.0	0.1~0.8	10~102
	高层云 (As)	3.0~6.0	0.5~3.0	102~103
低云 (<2km)	层积云 (Sc)	0.4~2.0	0.1~1.0	10~103
	层云 (Ns)	0.1~0.7	0.1~1.0	10~103
	雨层云 (St)	0.1~1.0	1.0~10.0	102~103
直展云 (2~11km)	碎积云 (Cu)	0.8~2.0	0.3~5.0	1.0~10.0
	积雨云 (Cb)	0.4~1.5	0.5~12.0	5.0~50.0

Deirmendjian (1969)提出的修正的伽马分布为^[3]:

$$n(r) = ar^\alpha \exp(-br^\nu) \quad (6-1)$$

总的云滴数浓度为^[3]:

$$N = \int_0^\infty n(r)dr = \frac{ab^{-(\alpha+1)/\nu}}{\nu} \Gamma\left(\frac{\alpha+1}{\nu}\right) \quad (6-2)$$

式中 Γ 是伽马函数, ν 为有效方差。有效方差可以表示为^[3]:

$$\nu = \frac{1}{\alpha+3} \quad (6-3)$$

有效半径定义为云滴谱的三阶矩与二阶矩之比^[3]:

$$r_{eff} = \frac{\int_0^\infty n(r)r^3 dr}{\int_0^\infty n(r)r^2 dr} = \frac{\alpha+3}{b} \quad (6-4)$$

对于水云, 其修正伽马分布函数中的 $\alpha=7$, $\nu=0.1$; 而对于冰云, 其修正伽马分布中的 $\alpha=1$, $\nu=0.25$ 。

对数-正态分布^[3]:

$$n(r) = ar \exp\left[\frac{-\ln(r/r_0)^2}{2(\ln \sigma)^2}\right] \quad (6-5)$$

总的云滴数浓度为^[3]:

$$N = \sqrt{2\pi} \ln \sigma \cdot a \quad (6-6)$$

有效半径为^[3]:

$$r_{eff} = r_0 \exp[2.5(\ln \sigma)^2] \quad (6-7)$$

有效方差为^[3]:

$$\nu = \exp[(\ln \sigma)^2] - 1 \quad (6-8)$$

对于水云粒子, $\ln \sigma = 0.35$ 和 $\nu = 0.130$ 。

表6-2 云的微物理特性^[155]
Table 6-2 The physical properties of the cloud^[155]

	云滴半径 范围/ μm	平均直径 μm	云滴浓度/ (个/ cm^3)	含水量/ (g/cm^3)	物态	备注
层云	1~40	4~10	250~2000	0.4~0.8	一般为水云, 很冷时	
层积云	1~40	4~10	250~800	0.4~0.8	可为冰云	
淡积云	2~40	4~6	90	0.4	水云	表中如上 下平列两 行数值, 上 列值表示 云的上部 值, 下列值 表示云的 下部值
	1~30	2~5	500	0.1~0.2		
浓积云	1~80	4~10	70	1.70	水云	
			350	0.2~0.3		
积雨云	3~100	6~15	50	2.50	上部冰云	
	1~30		350	0.25		
雨层云	8~80	4~10	80~350	1.50 0.2~0.4		
高层云	1~40	4~10	70~300	0.50	上部冰云 下部水云	
				0.20		
高积云	4~10	6~8	30~250	0.50	主要水云, 也可冰云	
				0.20		
卷云			0.1~1.0	0.02 0.01~0.1	冰云	
层卷云			0.1~1.0	0.02 0.01~0.1	冰云	
卷积云			0.1~1.0	0.02 0.01~0.1	冰云	

本章关于云层的辐射特性和大气辐射传输选取水云为例，水滴的形状为球形，其云滴的谱分布为 Gamma 分布，取 $\alpha = 7$ 。云滴密度取 $100 \text{ 个}/\text{cm}^3$ ，云滴的粒径范围为 $1\text{-}30\mu\text{m}$ ，计算波长分别为 $3\text{-}5\mu\text{m}$ 和 $8\text{-}12\mu\text{m}$ 。假设水云云层的厚度为 0.4km ，云底距地面 0.425km ，云顶距地面 0.825km ，其含水量分布情况如图 6-1 所示。

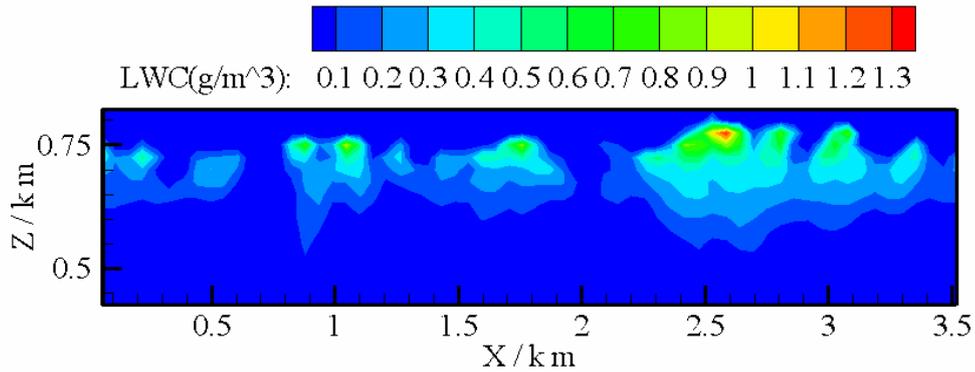


图 6-1 二维水云含水量分布图

Fig. 6-1 The water content distribution of two-dimensional water cloud

6.2.2 气溶胶粒子的物理特性

气溶胶粒子组成随时间和空间变化非常明显，与气溶胶源分布、下垫面构成、季节和气象条件等诸多因素有关。1983 年国际气象与大气物理协会 (IAMAP) 的辐射委员会提出了大气气溶胶的标准辐射大气 (SRA) 模型，按成分将大气气溶胶分为六种：水溶性粒子、沙尘性粒子、海洋性粒子、煤灰、火山灰、75%硫酸液滴。前四种成分在对流层不同地点按一定容积百分比组成表 6-3 中的“大陆”，“城市工厂”及“海洋”三种气溶胶模型^[156]。

表 6-3 “标准辐射大气”对流层气溶胶模型^[156]

Table 6-3 “Standard Radiation Atmosphere” troposphere aerosol model^[156]

成份	水溶性	沙尘性	海洋性	煤烟
大陆	29	70		1
城市工厂	61	17		22
海洋	5		95	

标准辐射大气 (SRA) 气溶胶模型分别采用对数正态分布和修正的伽马分布来数值模拟各大气气溶胶的尺度谱，不同成分气溶胶粒子的粒径分布如表 6-4 和表 6-5 所示。

表 6-4 标准辐射大气 (SRA) 气溶胶模型对数正态分布的参数^[156]Table 6-4 The logarithmic normal distribution parameters of Standard Radiation Atmosphere aerosol model^[156]

成分	水溶性	沙尘性	海洋性	煤烟
$r_0 (\mu\text{m})$	0.005	0.50	0.30	0.0118
σ	2.99	2.99	2.51	2.00

表 6-5 标准辐射大气 (SRA) 气溶胶模型修正伽马分布的参数^[156]Table 6-5 The modified gamma distribution parameters of Standard Radiation Atmosphere aerosol model^[156]

成分	a	v	b
75%硫酸溶液	324	1.0	18
火山灰	5641.33	0.5	16

本文在计算含有气溶胶粒子的云层辐射特性时气溶胶粒子选择“大陆型”（由于粒子的物理特性与乡村的气溶胶粒子相近，因此也成为乡村型气溶胶粒子）和“城市工厂型”气溶胶粒子（简称“城市型”气溶胶粒子）以及第五章所采集到的哈尔滨地区的气溶胶粒子为例。粒子的辐射特性计算与粒子本身的物性参数如光学常数、粒径分布、粒子浓度等有关。“乡村型”和“城市型”气溶胶粒子的等效光学常数可采用第五章所介绍的有效介质理论中的 Bruggman 理论计算获得，其中各组成成分的光学常数见文献[156]。计算波长选取大气窗口 3-5 μm 和 8-12 μm ，通过计算得到，当波长范围为 3-5 μm 时，“乡村型”和“城市型”气溶胶粒子的平均等效光学常数分别为(1.308, 0.0159)和(1.511, 0.1197)；当波长范围为 8-12 μm 时“乡村型”和“城市型”气溶胶粒子的平均等效光学常数分别为(1.608, 0.1303)和(1.822, 0.2578)。此外，计算了波长为 0.55 μm 时“乡村型”和“城市型”气溶胶粒子的等效光学常数分别为(1.532, 0.0116)和(1.582, 0.0981)。而哈尔滨地区气溶胶粒子的光学常数则由第五章的实验测量红外透射率然后结合反演模型反演获得。

6.3 二维水云的辐射特性计算

6.3.1 水云的辐射特性计算模型

由于水滴粒子的形状为球形，因此，水云的辐射特性可以采用 Mie 理论进

行计算。本文关于水云辐射特性计算的程序为 SHDOM 程序中 cloudprp.f 和 mieindsub.f 两个程序。所需要输入的参数如表 6-6 所示：

表 6-6 水云辐射特性计算的输入参数

Table 6-6 The input parameters of the radiation characteristics calculation of water cloud

所需参数	备注
介质类型	W 为水滴；I 为冰晶；A 为气溶胶（当为气溶胶粒子时需要输入光学常数）
波长范围	若为单波长则两次输入相同值即可
谱分布函数类型	G 为伽马分布，L 为对数分布
谱分布函数对应的相关参数	若为伽马分布，则需输入 α 和 v ；若对数分布，则需输入 $\ln \sigma$ 和 v
有效半径的数量、起始值和终止值	
云层含水量文件	文件需定 X,Y,Z 方向的网格点数，X,Y 方向的网格步长，云层的高度分布及每层的温度值，每个网格点的含水量
粒子密度数	若云层含水量文件没有定义粒径必须给出
分子瑞利散射系数	瑞利散射系数可由 $k = 2.97 \times 10^{-4} \times \lambda^{(-4.15+0.2\lambda)}$ 计算
气溶胶粒子文件	每层气溶胶的衰减系数、有效粒径、光学常数等
气溶胶粒子分布类型	G 为伽马分布，L 为对数分布
勒让德展开的最大项数	
除含水量文件物性网格以外，向外延展的高度方向网格层数	

本文在计算水云的辐射特性及大气辐射传输时，分别选取了以下五种类型的水云：洁净水云（即云中没有气溶胶粒子）、含有乡村型气溶胶粒子的水云、含有城市型气溶胶粒子的水云，含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云及沙尘暴天气时含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云。对于表 6-6 中气溶胶粒子文件中的参数如衰减系数（ $0.55\mu\text{m}$ ）、有效半径等可由文献[156]经过插值获得，光学常数的获得见本文 6.2.2。最终，以计算波长为 $3\text{-}5\mu\text{m}$ 例，乡村型气溶胶粒子和城市型

气溶胶粒子的输入文件以如下表 6-7、表 6-8 形式给出：

表 6-7 乡村型气溶胶粒子的物性参数
Table 6-7 Physical parameters of rural type aerosol particles

高度 (km)	衰减系数 (km^{-1})	有效半径 (μm)	分布参数	光学常数 ($0.55\mu\text{m}$)		光学常数 ($3-5\mu\text{m}$)	
				实部	虚部	实部	虚部
0.425	0.121	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159
0.470	0.109	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159
0.555	0.094	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159
0.620	0.084	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159
0.660	0.078	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159
0.725	0.071	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159
0.810	0.061	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159
0.825	0.059	10.033	1.095	1.532	0.0116	1.308	0.0159

表 6-8 城市型气溶胶粒子的物性参数
Table 6-8 Physical parameters of city type aerosol particles

高度 (km)	衰减系数 (km^{-1})	有效半径 (μm)	分布参数	光学常数 ($0.55\mu\text{m}$)		光学常数 ($3-5\mu\text{m}$)	
				实部	虚部	实部	虚部
0.425	0.745	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197
0.470	0.643	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197
0.555	0.517	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197
0.620	0.426	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197
0.660	0.377	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197
0.725	0.311	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197
0.810	0.250	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197
0.825	0.240	0.1	1.095	1.582	0.0981	1.511	0.1197

由表 6-7 和表 6-8 可以看出，乡村型气溶胶粒子的粒径要比城市型气溶胶粒子大得多，而城市型气溶胶粒子的衰减系数要大于乡村型气溶胶粒子。对于哈尔滨地区气溶胶粒子，假定衰减系数及粒径分布与城市型气溶胶粒子的衰减系数和粒径分布一致，光学常数为第五章所反演的结果。

沙尘暴天气时，气溶胶粒子的浓度增大，导致其衰减系数增大。在气象学上，这种衰减系数的变化通常体现为大气能见度的不同。所谓大气能见度，是指对于视力正常（对比阈值一般取为 0.05）的人，在当前的气象条件下能够从天空背景中看到并识别的目标（大小适中的黑色物体）的最大水平距离^[159]。

由 Koschmieder 定律可知，大气能见度 V_N 与衰减系数 β 的关系如下^[157,158]：

$$V_N = \ln \varepsilon_N / \beta \quad (6-9)$$

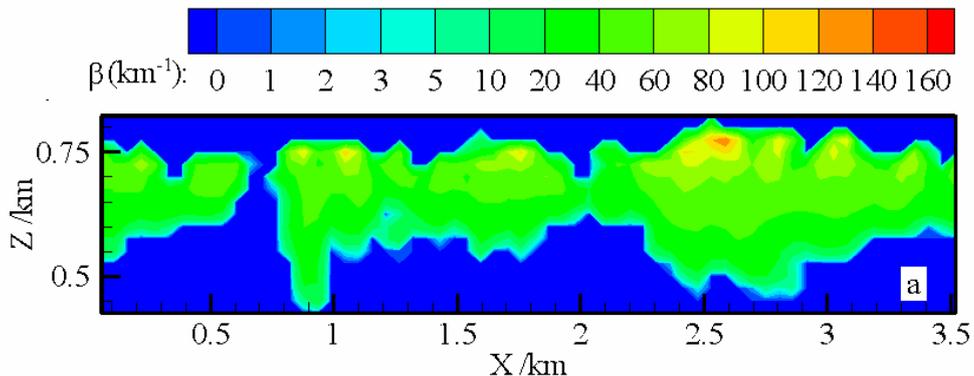
式中 ε_N 为辨识目标的对比阈值，表示当所要辨识的目标物不可见时的光强度对比值。对于 ε_N 的取值，国际民航组织（ICAO）推荐的取值为 0.05，世界气象组织（WMO）推荐的取值为 0.02^[159]。

晴天时，大气能见度可达 10~20km，而当沙尘暴天气时，能见度可低至几百米，如 2000 年 4 月 6 日北京沙尘暴天气时，能见度下降至 100m 左右^[160]。由公式（6-9）可以看出沙尘暴天气时气溶胶的衰减系数可达晴天时衰减系数的几百倍。在本文关于沙尘暴天气时含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云辐射特性的计算过程，取沙尘暴天气时的衰减系数为晴天时衰减系数的 100 倍，即将表 6-8 中的衰减系数扩大 100 倍，而气溶胶粒子的有效半径、光学常数等参数则与哈尔滨地区气溶胶粒子的参数相同。

6.3.2 计算结果与分析

6.3.2.1 计算波长为 3-5 μm 时的计算结果

应用 Mie 理论计算了波长范围为 3-5 μm 时五种不同类型的水云（a、洁净水云，b、含有乡村型气溶胶粒子的水云，c、含有城市型气溶胶粒子的水云，d、含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云，e、沙尘暴天气时，含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云）的衰减系数和反照率，计算结果如图 6-2 和图 6-3 所示。



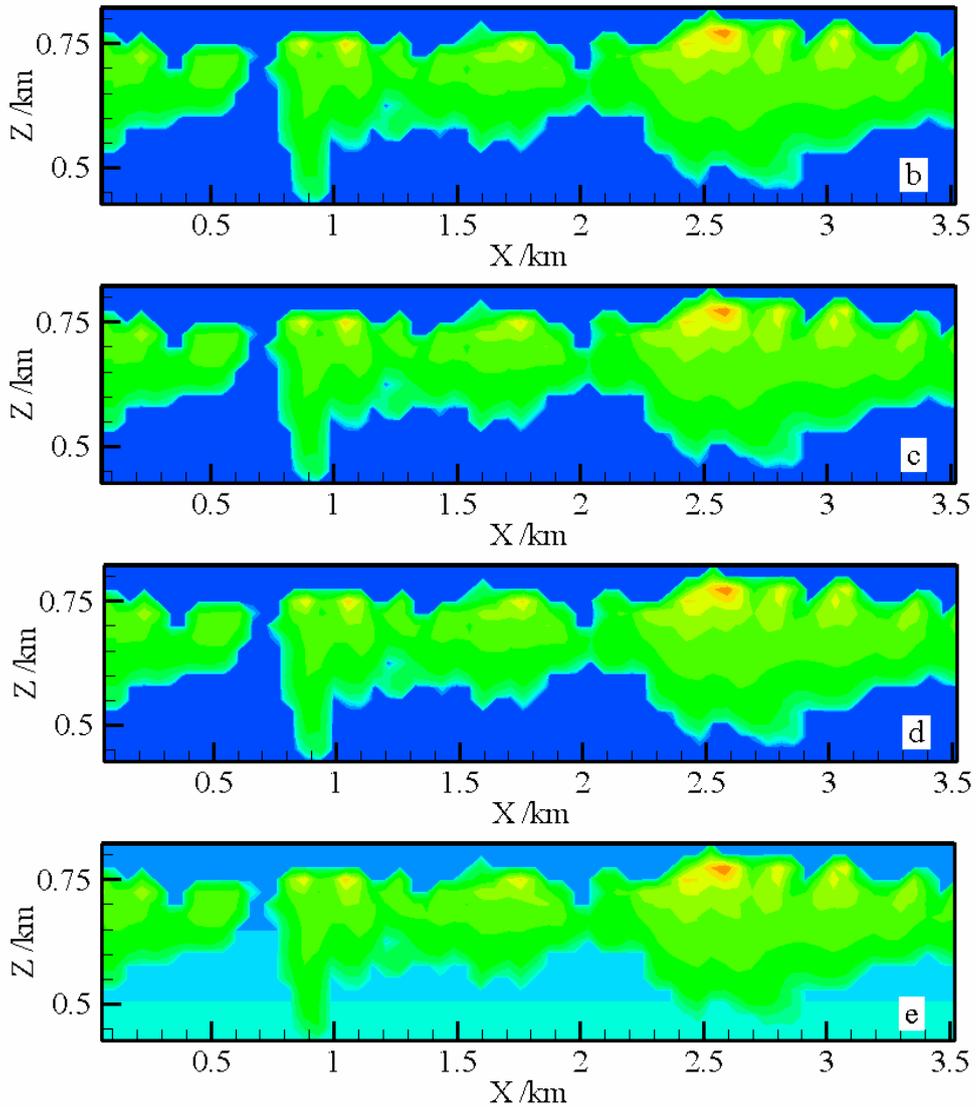
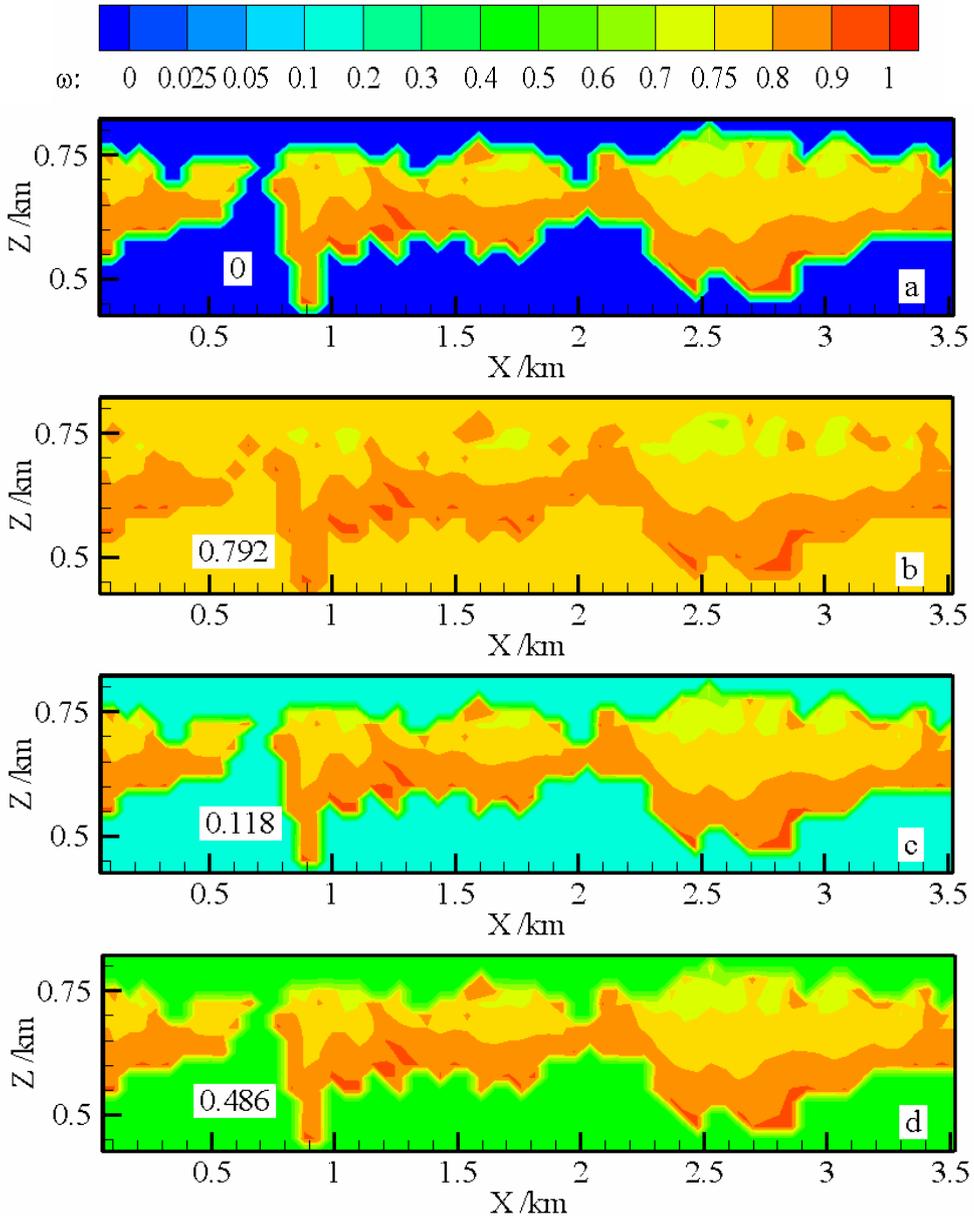


图 6-2 五种类型水云衰减系数的比较 (a、洁净水云, b、含有乡村型气溶胶粒子的水云, c、含有城市型气溶胶粒子的水云, d、含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云, e、沙尘暴天气时, 含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云)

Fig. 6-2 The comparison of extinction coefficients with different types water cloud (a、The water cloud without aerosol particles, b、The water cloud with rural type aerosol particles, c、The water cloud with city type aerosol particles, d、The water cloud with aerosol particles from Harbin, e、The water cloud with aerosol particles from Harbin for sandstorms)

如图 6-2 中 a 图可以看出, 洁净水云的衰减系数的最大值与含水量分布图中的最大值相对应, 衰减系数与含水量呈正比关系。对比 a 图和 b 图可以看出, 含有乡村型气溶胶粒子时水云的衰减系数与洁净水云的衰减系数相近, 这主要是由于总的衰减系数是水滴的衰减系数与气溶胶粒子的衰减系数之和, 而当计

算波长为 $3-5\mu\text{m}$ 时气溶胶粒子的衰减系数很小，因此，含气溶胶粒子的水云衰减系数与洁净水云的衰减系数相接近。而由 c 图和 d 图可以看出，含有城市型气溶胶粒子及含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云的衰减系数与含有乡村型气溶胶粒子的衰减系数的变化规律一致。e 图为沙尘暴天气时，在没有水滴分布的区域内，气溶胶粒子的衰减系数呈垂直分布，且从底面到顶面的衰减系数由大到小，这主要是由沙尘暴天气时由于气溶胶粒子的浓度增大，使得气溶胶粒子的衰减系数增大，并且由表 6-7 和表 6-8 可以看出，气溶胶粒子的衰减系数随着高度的增加而减小，因此气溶胶粒子的衰减系数在垂直方向呈现由小到大的分布。



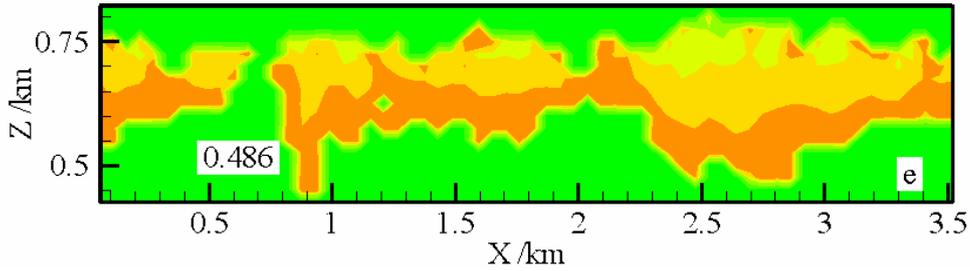


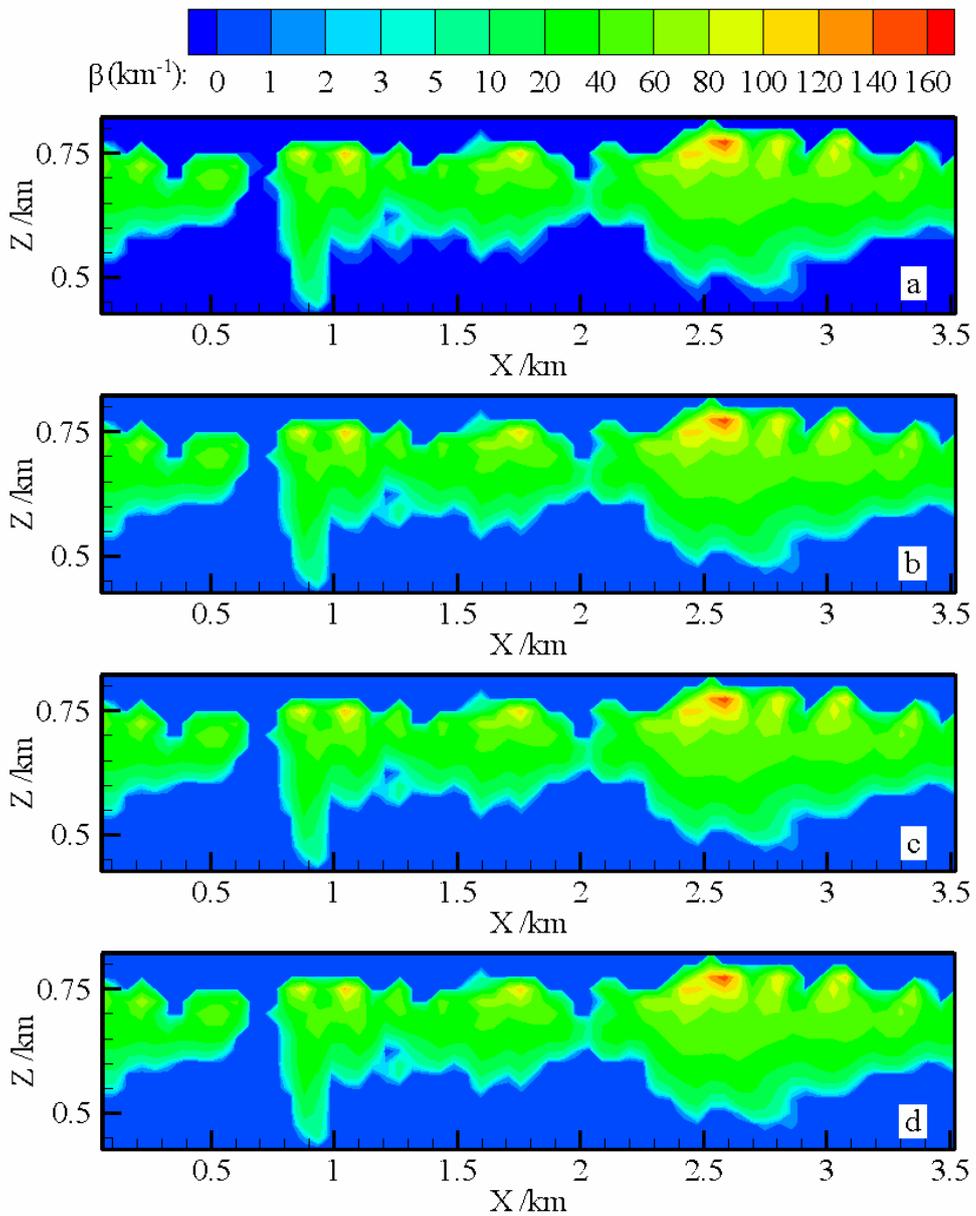
图 6-3 五种类型水云反照率的比较 (a、洁净水云, b、含有乡村型气溶胶粒子的水云, c、含有城市型气溶胶粒子的水云, d、含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云, e、沙尘暴天气时, 含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云)

Fig. 6-3 The comparison of albedos with different types water cloud (a、The water cloud without aerosol particles, b、The water cloud with rural type aerosol particles, c、The water cloud with city type aerosol particles, d、The water cloud with aerosol particles from Harbin, e、The water cloud with aerosol particles from Harbin for sandstorms)

由图 6-3 由 a 图可以看出, 含水量较大值所对应位置处的反照率却较小, 没有水滴分布的区域水云的反照率则为 0。图 b 中, 含有气溶胶粒子的水云总的反照率为总的散射系数 (水滴粒子和气溶胶粒子散射系数之和) 与总的衰减系数 (水滴粒子和气溶胶粒子衰减系数之和) 之比; 在没有水滴分布的区域反照率为气溶胶粒子的反照率。这也是导致在没有水滴分布区域里, b 图中水云的反照率大于 a 图中水云的反照率的原因。对比 b 图和 c 图可以看出, 同样是含有气溶胶粒子, 但在没有水滴分布的区域内, 含有乡村型气溶胶粒子的水云的反照率要远大于含有城市型气溶胶粒子的反照率, 这主要是由于乡村型气溶胶粒子的有效粒径要远大于城市型的, 而研究大气气溶胶粒子或云的散射时, 大粒子起重要作用, 小粒子对散射的影响比大粒子小得多, 这一结论与文献[156]的结论一致。而对比 c 图和 d 图可以看出, 虽然气溶胶粒子的衰减系数和粒径分布相同, 但由于哈尔滨地区气溶胶粒子光学常数的虚部比城市型气溶胶粒子的虚部要小, 因此哈尔滨地区气溶胶粒子的散射要强于城市型气溶胶粒子的散射, 导致哈尔滨地区气溶胶粒子的反照率大于城市型气溶胶粒子的反照率。对比 d 图和 e 图可以看出, 在没有水滴分布的区域里, 沙尘暴天气与非沙尘暴天气时气溶胶粒子的反照率相同 (均为 0.486), 这主要是由于气溶胶粒子的反照率与气溶胶粒子的浓度无关, 只与计算波长、粒径、光学常数有关, 而本文所计算的沙尘暴天气时与非沙尘暴天气主要是气溶胶粒子浓度发生变化。对比 b、c、d 和 e 图, 在含有水滴的分布的区域内, 含有气溶胶粒子的水云总反照率的变化并没有一定的规律, 这是由于当气溶胶粒子的衰减系数发生变化时, 总的反照率亦发生变化。

6.3.2.2 计算波长为 8-12 μm 时的计算结果及分析

应用 Mie 理论计算了波长范围为 8-12 μm 时上述五种水云的衰减系数和反照率，计算过程中所需的含水量文件、水滴粒径分布和粒子浓度与波长范围为 3-5 μm 时相同，乡村型气溶胶粒子、城市型气溶胶粒子、哈尔滨地区气溶胶粒子以及沙尘暴天气时哈尔滨地区气溶胶粒子的输入文件中将表 6-6、6-7 和 6-8 中 3-5 μm 时的气溶胶粒子光学常数替换为 8-12 μm 时的光学常数。计算结果如图 6-4 和图 6-5 所示：



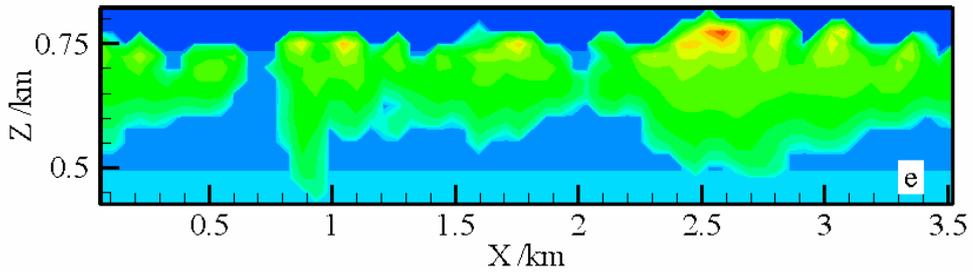
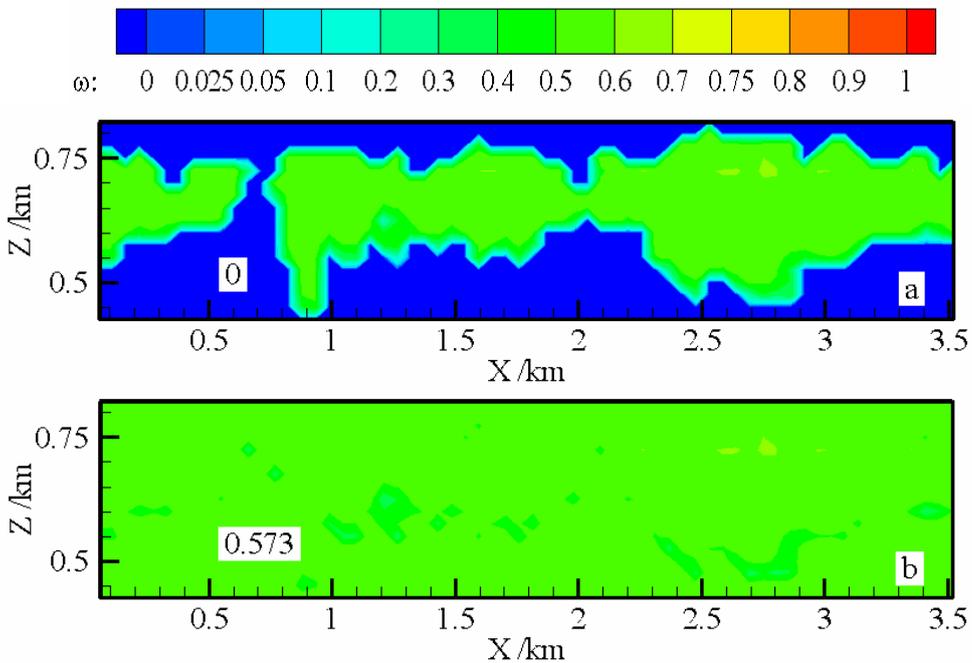


图 6-4 五种类型水云衰减系数的比较 (a、洁净水云, b、含有乡村型气溶胶粒子的水云, c、含有城市型气溶胶粒子的水云, d、含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云, e、沙尘暴天气时, 含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云)

Fig. 6-4 The comparison of extinction coefficients with different types water cloud (a、The water cloud without aerosol particles, b、The water cloud with rural type aerosol particles, c、The water cloud with city type aerosol particles, d、The water cloud with aerosol particles from Harbin, e、The water cloud with aerosol particles from Harbin for sandstorms)

由图 6-4 可以看出, 计算波长范围为 $8-12\mu\text{m}$ 的五种不同类型水云的衰减系数与波长范围为 $3-5\mu\text{m}$ 时的变化规律一致。从数值上讲, 波长范围为 $8-12\mu\text{m}$ 时五种不同类型水云的衰减系数与波长范围为 $3-5\mu\text{m}$ 时五种不同类型水云的衰减系数的数值相差较小。



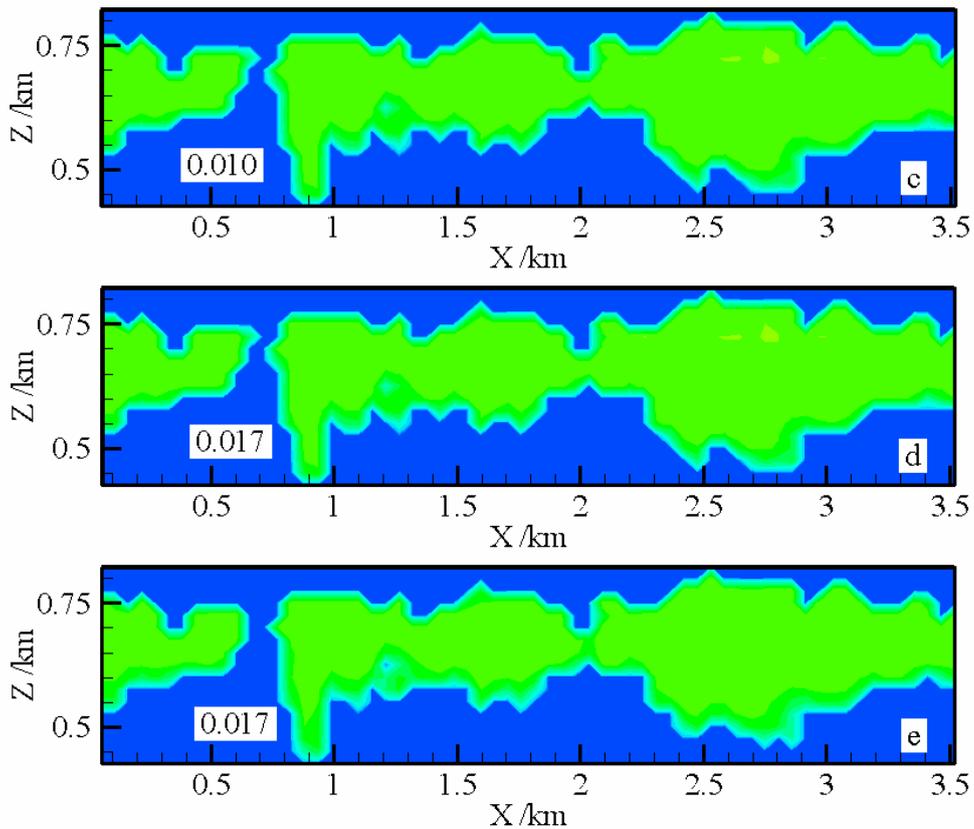


图 6-5 五种类型水云反照率的比较 (a 类水云为洁净水云, b 类水云为含有乡村型气溶胶粒子的水云, c 类水云为含有城市型气溶胶粒子的水云, d 类水云为含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云, e 类水云为沙尘暴天气时含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云)

Fig. 6-5 The comparison of albedos with different types water cloud (a、The water cloud without aerosol particles, b、The water cloud with rural type aerosol particles, c、The water cloud with city type aerosol particles, d、The water cloud with aerosol particles from Harbin, e、The water cloud with aerosol particles from Harbin for sandstorms)

由图 6-5 可以看出, 计算波长范围为 $8-12\mu\text{m}$ 的五种不同类型水云的反照率与波长范围为 $3-5\mu\text{m}$ 时的变化规律一致。但波长范围为 $8-12\mu\text{m}$ 时五种不同类型水滴和气溶胶粒子的反照率值均小于 $3-5\mu\text{m}$ 时的值, 主要原因是波长范围为 $8-12\mu\text{m}$ 时水滴和气溶胶粒子的吸收指数大于波长范围为 $3-5\mu\text{m}$ 时的吸收指数, 导致水滴和气溶胶粒子的吸收系数增大, 而总的衰减系数变化不大, 因此, 水滴和气溶胶粒子的散射系数减小, 反照率减小。

6.4 水云的红外透射率计算

上一节计算了五种类型水云的辐射特性, 本节将计算这五种类型水云 (a 类水云为洁净水云, b 类水云为含有乡村型气溶胶粒子的水云, c 类水云为含有

城市型气溶胶粒子的水云，d类水云为含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云，e类水云为沙尘暴天气时含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云)的红外表观透射率。在第四章我们介绍了漫射光和准直光入射时气溶胶粒子系的红外透射特性的计算方法，在本章中我们仍旧采用第四章的计算方法，入射光线为准直光。本章计算与第四章所不同的地方在于第四章中粒子系为均匀粒子系，而本章中的粒子系则为非均匀粒子系。水云的红外透射率计算本为二维问题，为了应用第四章的计算模型，我们选取了三个特殊点分别进行计算，在这些特殊点上将二维问题近似为一维问题，这些点为 $x=0.77$ （此区域内水滴粒子非常少）、 $x=1.60$ （此时计算区域含有水滴粒子，但含水量并不大）和 $x=2.65$ （此时区域内含水量较大，并且含水量最大值出现在此处）。然后计算了计算波长为 $3-5\mu\text{m}$ 和 $8-12\mu\text{m}$ 时的这三个点处五种类型水云的红外表观透过率，如表6-9和表6-10所示。

表6-9 波长范围为 $3-5\mu\text{m}$ 时不同点上五种类型水云的红外表观透射率Table 6-9 The infrared apparent transmittance of five kinds of water cloud in different points for the wavelength range $3-5\mu\text{m}$

位置	a类水云	b类水云	c类水云	d类水云	e类水云
$x=0.77$	0.999	0.986	0.991	0.994	0.767
$x=1.60$	2.706e-3	2.619e-3	2.669e-3	2.698e-3	1.968e-3
$x=2.65$	1.532e-5	1.486e-5	1.513e-5	1.527e-5	1.148e-5

如表6-9可以看出，对于同种类型的水云，随着含水量的增加，水云的红外表观透射率减小。对于a类水云，由于云层中只含有水滴粒子，并且波长范围为 $3-5\mu\text{m}$ 时水滴的吸收指数较小，此时水滴的散射能力较强，在计算过程中我们假定水滴粒子为各向同性散射，因此， $x=0.77$ 处（此处含水量非常少）云层的红外表观透射率接近1。而对比b和c类水云，由于b类水云中气溶胶粒子的衰减系数略大于c类水云中气溶胶粒子的衰减系数，导致b类水云总的衰减系数略大于c类水云，因此b类水云的红外表观透射率略小于c类水云的红外表观透射率。而对比c类水云和d类水云，由于c类水云中气溶胶粒子的吸收指数大于d类水云，即c类水云的吸收能力大于d类水云，因此c类水云的红外表观透射率小于d类水云的红外表观透射率。对比d类水云和e类水云，由于沙尘暴天气时，e类水云的总衰减系数大于d类水云的总衰减系数，因此e类水云的红外表观透射率小于d类水云的红外表观透射率。

表 6-10 波长范围为 8-12 μm 时不同点上五种类水云的红外表现透射率
Table 6-10 The infrared apparent transmittance of five kinds of water cloud in different points for the wavelength range 8-12 μm

位置	a 类水云	b 类水云	c 类水云	d 类水云	e 类水云
$x = 0.77$	0.863	0.841	0.857	0.859	0.564
$x = 1.60$	4.791e-3	4.599e-3	4.754e-3	4.768e-3	2.973e-3
$x = 2.65$	1.291e-5	1.243e-5	1.282e-5	1.285e-5	8.301e-5

表 6-10 的变化规律与表 6-9 的变化规律一致。当计算波长为 8-12 μm 时水滴和气溶胶粒子的吸收指数分别大于 3-5 μm 时水滴和气溶胶粒子的吸收指数，使得水滴和气溶胶粒子的吸收能力增强，散射能力减小，并且在计算过程假定了水滴和气溶胶粒子均为各向同性散射。因此，对于同一类型的云层，8-12 μm 时云层的红外表现透射率小于 3-5 μm 时云层的红外表现透射率。

本文关于水云的红外表现透射率计算是针对水平方向几个点近似为一维问题，在进一步的研究中，我们将着重研究二维非均匀介质的红外透射特性。

6.5 本章小结

本章选取了五种不同类型的水云（洁净水云、含有乡村型气溶胶粒子的水云、含有城市型气溶胶粒子的水云、含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云及沙尘暴天气时含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云），应用 Mie 理论计算了大气窗口 3-5 μm 和 8-12 μm 水云的辐射特性，然后针对水平方向不同点应用第四章所介绍的气溶胶粒子红外表现透射特性的计算方法计算了上述五种水云的红外表现透射率。得到结论如下：

(1) 波长范围为 3-5 μm 和 8-12 μm 时水云的辐射特性的变化规律一致。水云的衰减系数与含水量呈正比关系。含有气溶胶粒子的水云的衰减系数为水滴的衰减系数与气溶胶粒子的衰减系数之和，并且随着气溶胶粒子浓度的增加，水云的衰减系数增大。

(2) 波长范围为 3-5 μm 时洁净水云的反照率与含水量成反比关系，没有水滴分布的区域的反照率为 0。含有气溶胶粒子的水云的反照率为水云总的散射系数（水滴的散射系数与气溶胶粒子的散射系数之和）与总的衰减系数之比，在没有水滴的区域里，水云的反照率为气溶胶粒子的反照率；乡村型气溶胶粒

子和哈尔滨地区气溶胶粒子的反照率大于城市型气溶胶粒子的反照率；沙尘暴天气时哈尔滨地区气溶胶粒子的反照率与非沙尘暴时哈尔滨地区气溶胶粒子的反照率相同。而在含有水滴的区域，五种类型水云的反照率的变化并没有一定的规律。计算波长为 8-12 μm 时，五种类型水云的反照率小于波长为 3-5 μm 时的反照率。

(3) 随着含水量的增加，五种类型水云的红外表观透射率减小。并且波长范围为 3-5 μm 时水云的红外表观透过率大于波长为 8-12 μm 时水云的红外表观透射率。

结 论

本文系统地研究气溶胶粒子的辐射传输理论，展开气溶胶粒子辐射传输的数值求解方法与模型研究，探讨了准直光入射和漫射光入射时气溶胶粒子的红外透射特性，并在此基础上建立气溶胶粒子光学常数反演模型，并针对典型的气溶胶粒子—云层计算了其红外辐射特性和大气辐射传输。总结全文工作，得出如下结论：

(1) 建立了求解二维线性各向异性散射参与性介质内辐射换热问题的积分方程有限元法模型，计算了规则几何体和非规则几何体内参与性介质的辐射换热问题，并将计算结果与 MCM 或已公开发表的文献的计算结果进行比较，结果表明积分方程有限元法具有较好精度，与参考数据的最大误差不超过 3%。

(2) 在详细分析二维球谐函数法中的 P_1 和 P_3 近似的基础上，建立了基于 P_1 和 P_3 近似的球谐函数有限差分模型，随着计算阶数 N 的增加，计算精度提高，计算的复杂性增加。进一步的研究中，将 P_1 与有限元法结合使用处理二维规则几何体和非规则几何体内参与性介质的辐射换热问题，该方法的优点是可以很好的处理结构复杂几何体的辐射换热问题，并且计算速度很快，缺点是计算精度不高。

(3) 建立了准直光入射和漫射光入射时气溶胶粒子系红外透射特性的计算模型，在 P_1 近似基础上发展了求解气溶胶粒子系红外透射特性计算的 MDA 法，并对气溶胶粒子系红外透射特性的影响因素（如粒子粒径、粒子形状、粒子浓度、粒子层厚度，探测角度）进行研究。通过进一步的研究获得水雾粒子红外隐身的最佳粒径，结果表明当探测波段为 3-5 μm 时水雾粒子的最佳红外隐身粒径为 6 μm ，而探测波段为 8-12 μm 时，水雾粒子的最佳红外隐身粒径为 12 μm 。

(4) 利用基于实验测量气溶胶粒子透射率反演气溶胶粒子等效光学常数的模型，反演得到多种粒子按照不同体积比混合时的等效光学常数，并将反演结果与有效介质理论计算结果进行比较。有效介质理论计算得到的等效光效常数与由反演模型反演得到的等效光学常数变化规律一致。当两种混合物的体积越相近时，有效介质理论的计算值与反演值的偏差就越小。当两种混合物的体积差距越大时，M-G 理论和 Bruggeman 理论的计算结果越接近。M-G 理论和

Bruggeman 理论的计算结果与反演结果相比, Bruggeman 理论的计算结果与实验反演结果更接近。此外, 对哈尔滨地区收集得到的气溶胶粒子进行等效光学常数反演, 气溶胶粒子的等效光学常数实部在 1.45 和 1.7 之间, 而虚部在 0 和 0.3 之间。

(5) 计算了波长范围为 3-5 μm 和 8-12 μm 时五种不同类型的水云(洁净水云、含有乡村型气溶胶粒子的水云、含有城市型气溶胶粒子的水云、含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云及沙尘暴天气时含有哈尔滨地区气溶胶粒子的水云)的辐射特性和红外表观透射率。计算结果表明波长范围为 3-5 μm 和 8-12 μm 时水云的辐射特性及红外表观透射率的变化规律一致。水云的衰减系数与含水量成正比, 含有气溶胶粒子的水云的衰减系数为水滴的衰减系数与气溶胶粒子的衰减系数之和, 气溶胶粒子的衰减系数与粒子浓度成正比。而水云的反照率为水云总的散射系数(水滴的散射系数与气溶胶粒子的散射系数之和)与总的衰减系数之比, 在没有水滴的区域里, 水云的反照率为气溶胶粒子的反照率。不同类型的水云在波长范围为 3-5 μm 和 8-12 μm 时衰减系数变化不大, 而波长范围为 3-5 μm 时水云的反照率大于波长范围为 8-12 μm 时的反照率。随着含水量的增加, 水云的红外表观透射率减小, 波长为 3-5 μm 时五种类型水云的红外表观透射率分别大于波长为 8-12 μm 时的红外表观透射率。

本文的创新之处

(1) 建立了求解二维线性各向异性散射介质内辐射传递的积分方程有限元法模型, 并分析了散射相函数、反照率及壁面发射率对壁面出射辐射强度及辐射热流的影响。(对应论文第 2 章)

(2) 在详细分析二维球谐函数法中的 P_1 和 P_3 近似的基础上, 建立了基于 P_3 近似的球谐函数有限差分模型, 提高了球谐函数法的计算精度; 建立了基于 P_1 近似的球谐函数有限元模型, 使其更易于处理非规则几何体内的辐射换热问题。(对应论文第 3 章)

(3) 基于 MDA 法建立了准直光入射和漫射光入射时气溶胶粒子层红外透射特性计算模型, 并系统地分析了粒子粒径、粒子形状、粒子浓度、粒子层厚度、探测角度对气溶胶粒子红外透射特性的影响。并在此基础上, 利用基于实验测量混合粒子透射率来反演混合粒子等效光学常数的模型, 反演得到多种混合粒子的等效光学常数, 并将有效介质理论计算结果与反演结果进行比较。结

果表明有效介质理论的计算结果与反演结果变化规律一致，从而为混合粒子光学常数的计算提供了理论计算和实验反演两种方法。（对应论文第 4、5 章）

在本研究方向的展望与设想

在理论研究方面：关于气溶胶粒子系红外透射特性的研究，本文的研究模型均为一维模型。考虑激光在大气内传输链路的研究需求，在进一步的研究中，可以建立二维、三维的红外透射特性计算模型，然后对气溶胶粒子系或典型的云层计算其红外传输特性。

在实验研究方面：由于气溶胶粒子的光学常数与粒子的组成成分有关，不同地区或同一地区不同季节的气溶胶粒子成分也有较大差异。因此，在进一步的研究中，利用粒子采集设备收集不同地区、不同季节的气溶胶粒子，用于气溶胶粒子光学常数的实验研究，形成不同地区和不同季节气溶胶粒子光学常数的数据库。此外，对于混合粒子等效光学常数的研究，若混合粒子的组成成分、各组成成分的光学常数及体积百分比已知时可以采用有效介质理论计算混合粒子的等效光学常数，但由本文的计算结果可以看出，有效介质理论计算的结果与实验反演结果之间存在一定的偏差，如何利用实验结果对有效介质理论进行修正有待于进一步的研究。

参考文献

- 1 毛节泰, 张军华, 王美华. 中国大气气溶胶研究综述. 气象学报, 2002, 60(5): 625-632
- 2 熊晓洁. 双区通风房间中气溶胶粒子输送的模拟. 东华大学硕士学位论文. 2007
- 3 石广玉. 大气辐射学. 北京: 科学出版社, 2007
- 4 J. R. Howell. Application of Monte Carlo to Heat Transfer Problems. Advances in Heat Transfer, 1968, 5: 1-54
- 5 M. F. Modest. Radiative Heat Transfer. New York: McGraw-Hill: Inc, 2003
- 6 程强, 周怀春, 黄志锋, 余永林, 黄德修. Dresor 法对二维辐射传递问题研究. 工程热物理学报, 2008, 29(10): 1735-1738
- 7 谈和平, 夏新林, 刘林华, 阮立明. 红外辐射特性与传输的数值计算-计算热辐射学. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学出版社, 2006
- 8 W. A. Fiveland. Discrete-Ordinates Solution of the Radiative Transport Equation for Rectangular Enclosures. ASME Journal of Heat Transfer, 1984, 106: 699-706
- 9 S. H. Kim, K. Y. Huh. Assessment of the Finite-Volume Method and the Discrete Ordinate Method for Radiative Heat Transfer in a Three-Dimensional Rectangular Enclosure. Numerical Heat Transfer, Part B, 1999, 35: 85-112
- 10 G. Krishnamoorthy, R. Rawat, P. J. Smith. Parallel Computations of Radiative Heat Transfer Using the Discrete Ordinates Method. Numerical Heat Transfer, Part B, 2005, 47: 19-38
- 11 J. C. Chai, H. S. Lee, S. V. Patankar. Improved Treatment of Scattering Using the Discrete Ordinates Method. ASME Journal of Heat Transfer, 1994, 116: 260-263
- 12 F. Liu, H. A. Becker, A. Pollard. Spatial Differencing Schemes of the Discrete-Ordinates Method. Numerical Heat Transfer, Part B, 1996, 30: 23-43
- 13 J. Con, P. J. Coelho. Parallelization of the Discrete Ordinates Method. Numerical Heat Transfer, Part B, 1997, 32: 151-173
- 14 K. H. Lee, R. Viskanta. Two-Dimensional Combined Conduction and

- Radiation Heat Transfer: Comparison of the Discrete Ordinates Method and the Diffusion Approximation Methods. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 2001, 39: 205-225
- 15 S. W. Baek, M. Y. Kim. Modification of the Discrete-Ordinates Method in an Axisymmetric Cylindrical Geometry. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 1997, 31: 313-326
- 16 N. Selcuk, G. Kirbas. The Method of Lines Solution of the Discrete Ordinates Method for Radiative Heat Transfer in Enclosures. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 2000, 37: 379-392
- 17 N. Selcuk, I. Ayranci. The Method of Lines Solution of the Discrete Ordinates Method for Radiative Heat Transfer in Enclosures Containing Scattering Media. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 2003, 43: 179-201
- 18 H. Amiri, S. H. Mansouri, P. J. Coelho. Application of the Modified Discrete Ordinates Method with the Concept of Blocked-Off Region to Irregular Geometries. *International Journal of Thermal Sciences*, 2011, 50(4): 515-524
- 19 C. Kim, M. Y. Kim, M. J. Yu, S. C. Mishra. Unstructured Polygonal Finite Volume Solutions of Radiative Heat Transfer in a Complex Axisymmetric Enclosure. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 2010, 57: 227-239
- 20 K. Slimi, L. Zili-Ghedira, N. S. Ben, A. A. Mohamad. A Transient Study of Coupled Natural Convection and Radiation in a Porous Vertical Channel Using the Finite-Volume Method. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 2004, 45: 451-478
- 21 J. C. Chai. One-Dimensional Transient Radiation Heat Transfer Modeling Using a Finite-Volume Method. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 2003, 44: 187-208
- 22 G. D. Raithby. Discussion of the Finite-Volume Method for Radiation, and Its Application Using 3d Unstructured Meshes. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 1999, 35: 389-405
- 23 G. D. Raithby, E. H. Chui. A Finite-Volume Method for Predicting a Radiant Heat Transfer in Enclosures with Participating Media. *ASME J. Heat Transfer*, 1990, 112: 415-423
- 24 J. C. Chai, H. S. Lee. Finite-Volume Method for Radiation Heat Transfer. *AIAA Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1994, 8:

-
- 419-425
- 25 J. C. Chai, S. V. Patankar. Finite Volume Method for Radiation Heat Transfer. *Advances in Numerical Heat Transfer*, 2000, 2: 109-141
- 26 J. Y. Murthy, S. R. Mathur. Finite Volume Method for Radiative Heat Transfer Using Unstructured Meshes. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1998, 12: 313-321
- 27 H. P. Tan, M. Lallemand. Transient Radiative-Conductive Heat Transfer in Flat Glasses Submitted to Temperature, Flux and Mixed Boundary Conditions. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1989, 32(5): 795-810
- 28 H. P. Tan, H. L. Yi, P. Y. Wang, L. M. Ruan, T. W. Tong. Ray Tracing Method for Transient Coupled Heat Transfer in an Anisotropic Scattering Layer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004, 47(19): 4045-4059
- 29 J. F. Luo, H. P. Tan, L. M. Ruan, T. W. Tong. Refractive Index Effects on Heat Transfer in Multilayer Scattering Composite. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2003, 17(3): 407-419
- 30 M. F. Modest. The Improved Differential Approximation for Radiative Transfer in Multi-Dimensional Media. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1990, 112: 819-821
- 31 M. P. Menguc, R. Viskanta. Radiative Transfer in Three-Dimensional Rectangular Enclosures Containing Inhomogeneous, Anisotropically Scattering Media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 1985, 33(6): 533-549
- 32 K. Grella, C. Schwab. Sparse Tensor Spherical Harmonics Approximation in Radiative Transfer. *Journal of Computational Physics*, 2011, 230(23): 8452-8473
- 33 D. K. Alexander, W. L. Edward. Light Transport in Biological Tissue Based on the Simplified Spherical Harmonics Equations. *Journal of Computational Physics*, 2006, 220(1): 441-470
- 34 K. Axel, L. Jens, S. Mohammed. Adaptive Solutions of Spn-Approximations to Radiative Heat Transfer in Glass. *International Journal of Thermal Sciences*, 2005, 44(1): 1013-1023

- 35 F. Martin, K. Axel, W. L. Edward, Y. Shugo. Time-Dependent Simplified P_N Approximation to the Equations of Radiative Transfer. *Journal of Computational Physics*, 2007, 226(2): 2289-2305
- 36 M. Ravishankar, S. Mazumder, M. Sankar. Application of the Modified Differential Approximation for Radiative Transfer to Arbitrary Geometry. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2010, 111: 2052-2069
- 37 D. B. Olfe. A Modification of the Differential Approximation for Radiative Transfer. *AIAA Journal*, 1967, 5(2): 638-643
- 38 H. P. Tan, H. C. Zhang, B. Zhen. Estimation of Ray Effect and False Scattering in Approximation Solution Method for Thermal Radiative Transfer Equation. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 2004, 46: 807-829
- 39 J. D. Lin. Exact Expressions for Radiative Transfer in an Arbitrary Geometry Exposed to Radiation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 1987, 37(6): 591-601
- 40 J. M. Zhang, W. H. Sutton. Multidimensional Radiative Transfer in Absorbing, Emitting, and Linearly Anisotropic Scattering Cylindrical Medium with Space-Dependent Properties. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 1994, 52(6): 791-808
- 41 W. H. Sutton, X. L. Chen. Radiative Transfer in Finite Cylindrical Media Using Transformed Integral Equations. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2003, 77: 233-274
- 42 Z. Altac, M. Tekkalmaz. Solution of the Radiative Integral Transfer Equations in Rectangular Absorbing, Emitting, and Anisotropically Scattering Homogeneous Medium. *ASME Journal of Heat Transfer*, 2004, 126: 137-140
- 43 Z. Altac, M. Tekkalmaz. Solution of the Radiative Integral Transfer Equations in Rectangular Participating and Isotropically Scattering Inhomogeneous Medium. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2004, 47: 101-109
- 44 A. L. Crosbie, R. G. Schrenker. Radiative Transfer in a Two-Dimensional Rectangular Medium Exposed to Diffuse Radiation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 1984, 31(4): 339-372
- 45 S. T. Thynell. Radiation Transfer in an Isotropically Scattering Homogeneous Solid Sphere. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*,

- 1985, 33(4): 319-330
- 46 S. T. Thynell. Radiation Transfer Due to a Point Source in an Isotropically Scattering Inhomogeneous Solid Sphere. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 1986, 35(5): 349-356
- 47 S. C. Wu, C. Y. Wu. Partition-Extrapolation Integration Applied to Radiative Transfer in Cylindrical Media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 1992, 48(3): 279-286
- 48 E. M. Abulwafa, M. T. Attia. Radiative Transfer in Inhomogeneous Solid Cylinder with Anisotropic Scattering Using Galerkin Method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2000, 66: 487-500
- 49 H. C. Hottel, E. S. Cohen. Radiant Heat Exchange in a Gas-Filled Enclosure Allowance for Nonuniformity of Gas Temperature. *AIChE Journal*, 1958, 4: 3-14
- 50 Y. Zhang, M. H. N. Naraghi. Analysis of Spectral Radiative Heat Transfer Using Discrete Factor Method. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1993, 7(3): 542-544
- 51 C. Saltiel, M. H. N. Naraghi. Parallel Processing Approach for Radiative Transfer in Participating Media Using Arbitrary Nodal Distribution. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 1993, 17: 227-243
- 52 A. K. Ma. Generalized Zoning Method in One-Dimensional Participating Media. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1995, 117(2): 520-523
- 53 P. S. Cumber. Improvements to the Discrete Transfer Method of Calculating Radiative Heat Transfer. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 1995, 38(12): 2251-2258
- 54 谈和平, 夏新林, 李林, 鲍亦令, 余其铮. 用 DT 法求解三维圆柱体半透明介质内辐射与导热的非稳态复合换热. *计算物理*, 1995, 12(2): 241-247
- 55 J. V. Daurelle, R. Occelli, R. Martin. Finite-Element Modeling of Radiation Heat Transfer Coupled with Conduction in an Adaptive Method. *Numerical Heat Transfer, Part B*, 1994, 25: 61-73
- 56 L. M. Ruan, W. An, H. P. Tan, H. Qi. Least-Squares Finite-Element Method of Multidimensional Radiative Heat Transfer in Absorbing and Scattering Media. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 2007, 51: 657-677
- 57 L. Zhang, J. M. Zhao, L. H. Liu. A Finite Element Model for the Thermal

- Radiative Properties of Graded Index Fiber Coated with Thin Absorbing Film. *Numerical Heat Transfer, Part A*, 2010, 58: 85-100
- 58 齐宏, 阮立明, 谭建宇. 矩形介质内辐射换热的有限元法. *计算物理*, 2004, 24(6): 547-549
- 59 L. H. Liu, L. Zhang, H. P. Tan. Finite Element Method for Radiation Heat Transfer in Multi-Dimensional Graded Index Medium. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2006, 97(3): 436-445
- 60 L. H. Liu. Least-Square Finite Element Method for Radiative Transfer in Graded Index Medium. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2007, 103(3): 536-544
- 61 安巍. 求解辐射传输方程的有限元法及瞬态反问题研究. 哈尔滨工业大学博士学位论文, 2007
- 62 J. N. Reddy, V. D. Murty. Finite Element Solution of Integral Equations Arising in Radiative Heat Transfer and Laminar Boundary Layer Theory. *Numerical Heat Transfer*, 1978, 1: 389-401
- 63 T. J. Chung, J. Y. Kim. Two-Dimensional, Combined-Mode Heat Transfer by Conduction, Convection and Radiation in Emitting, Absorbing, and Scattering Media-Solution by Finite Elements. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1984, 106(2): 448-452
- 64 L. R. Utreja, T. J. Chung. Combined Convection-Conduction-Radiation Boundary Layer Flows Using Optimal Control Penalty Finite Elements. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1989, 111: 433-437
- 65 S. Brandon, J. J. Derby. A Finite Element Method for Internal Radiative Heat Transfer and Its Application to Analysis of the Growth of Semitransparent Crystals. *ASME HTD, Fundamentals of Radiation Heat Transfer*, 1991, (106): 1-6
- 66 S. P. Burns, J. R. Howell, D. R. Klein. Finite Element Solution for Radiative Heat Transfer with Nongray, Nonhomogeneous Radiative Properties. *ASME National Heat Transfer Conference*, 1995, (13): 3-10
- 67 L. M. Ruan, M. Xie, H. Qi. Development of a Finite Element Model for Coupled Radiative and Conductive Heat Transfer in Participating Media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2006, 102: 190-202

-
- 68 M. F. Modest, J. Yang. Elliptic Pde Formulation and Boundary Conditions of the Spherical Harmonics Method of Arbitrary Order for General Three-Dimensional Geometries. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2008, 109: 1641-1666
- 69 E. D. Aydin, S. Katsimichas, C. R. E. de Oliveira. Time-Dependent Diffusion and Transport Calculations Using a Finite-Element-Spherical Harmonics Method. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2005, 95(3): 349-363
- 70 S. T. Wu, R. E. Ferguson, L. L. Altgibers. Application of Finite Element Techniques to the Interaction of Conduction and Radiation in a Participating Medium. *Heat Transfer and Thermal Control*, 1980, 78: 61-91
- 71 R. L. Fernandes, J. Francis, J. N. Reddy. A Finite Element Approach to Combined Conductive and Radiative Heat Transfer in a Planar Medium. *Heat Transfer and Thermal Control*, 1980, (78): 92-109
- 72 M. L. Nice. Application of Finite Elements to Heat Transfer in a Participating Medium. Washing D. C: T. M. Shih, Hemisphere, 1983: 62-71
- 73 J. Y. Kim, T. J. Chung. Two-Dimensional, Combined-Mode Heat Transfer by Conduction, Convection and Radiation in Emitting, Absorbing, and Scattering Media-Solution by Finite Elements. *ASME Journal of Heat Transfer*, 1984, (106): 448-452
- 74 S. Brandon, J. J. Derby. A Finite Element Method for Conduction, Internal Radiation, and Solidification in a Finite Axisymmetric Enclosure. *International Journal Numerical Methods Heat Fluid Flow*, 1992, 2: 299-333
- 75 J. H. Jeans. The Equations of Radiativetransfer of Energy. *Monthly Notices Royal Astronomical Society*, 1917, 78: 28-36
- 76 R. L. Murray. *Nuclear Reactor Physics*. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1957
- 77 B. Davison. *Neutron Transport Theory*. London: Oxford University Press, 1958
- 78 V. Kourganoff. *Basic Methods in Transfer Problems*. New York: Dover Publications, 1963: 36-97
- 79 Y. Bayazitoglu, J. Higenyi. *The Higher-Order Differential Equations of*

- Radiative Transfer: P_3 Approximation. *AIAA Journal*, 1979, 17: 424-431
- 80 A. C. Ratze, J. R. Howell. Two-Dimensional Radiation in Absorbing-Emitting-Scattering Media Using the P_N Approximation. *Journal of Heat Transfer-Transactions of the ASME*, 1983, 105: 333-340
- 81 P. Cheng. Dynamics of a Radiating Gas with Application to Flow over a Wavy Wall. *AIAA Journal*, 1966, 4(2): 238-245
- 82 S. C. S. Ou, K. N. Liou. Generalization of the Spherical Harmonic Method to Radiative Transfer in Multi-Dimensional Space. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 1982, 4(28): 271-288
- 83 M. F. Modest. The Modified Differential Approximation for Radiative Transfer in General Three-Dimensional Media. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 1989, 3(3): 283-288
- 84 张小娟. 基于 P_3 近似理论的空间分辨漫反射研究. 天津大学博士学位论文, 2005
- 85 高宗慧, 刘迎, 郭云峰, 田会娟. 基于 P_3 近似的空间分辨漫反射研究. *光学学报*, 2006, 26(8): 1220-1225
- 86 张昊春, 易红亮, 谈和平. 球谐函数法求解辐射传输方程的假散射和射线效应. *计算物理*, 2006, 23(2): 237-242
- 87 M. A. Atalay. P_N Solutions of Radiative Heat Transfer in a Slab with Reflective Boundaries. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2006, 101: 100-108
- 88 F. Martin, K. Axel. Time-Dependent Simplified P_N Approximation to the Equations of Radiative Transfer. *Journal of Computational Physics*, 2007, 226: 2289-2305
- 89 柴成刚. 球谐函数法解点源辐射传输方程的 P_3 近似及其在生物组织中的应用. *计算物理*, 2009, 26(1): 101-106
- 90 M. Bhuvaneswari, C. Y. Wu. Differential Approximations for Transient Radiative Transfer in Refractive Planar Media with Pulse Irradiation. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2009, 110: 389-401
- 91 Z. Yuan, X. H. Hu, H. B. Jiang. A Higher Order Diffusion Model for Three-Dimensional Photon Migration and Image Reconstruction in Optical Tomography. *Physics in Medicine and Biology*, 2009, 54: 65-88
- 92 袁远, 杨果, 刘彬, 谈和平. 任意阶球谐函数法求解辐射传输问题的误差

- 分析. 工程热物理学报, 2011, 32(6): 1043-1046
- 93 袁远, 谢放, 易红亮, 董士奎, 谈和平. 非线性各向异性散射介质红外辐射传输特性的 P_N 方法. 红外与毫米波学报, 2011, 30(5): 439-445
- 94 王希影, 齐宏, 王青青, 阮立明. 基于 MDA 法计算水雾粒子红外隐身粒径. 工程热物理学报, 2011, 32(8): 1389-1392
- 95 K. F. Evans. Two-Dimensional Radiative Transfer in Cloudy Atmospheres: Spherical Harmonic Spatial Grid Method. *Journal of the Atmospheric Science*, 1993, 50(18): 3111-3124
- 96 K. F. Evans. The Spherical Harmonics Discrete Ordinate Method for Three-Dimensional Atmospheric Radiative Transfer. *Journal of the Atmospheric Science*, 1998, 55: 429-446
- 97 J. Yang, M. F. Modest. Elliptic Pde Formulation of General Three-Dimensional Higher-Order P_n -Approximations for Radiative Transfer. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2006, 104: 217-227
- 98 N. S. Trasi, C. R. E. de Oliveira, J. D. Haigh. A Finite Element-Spherical Harmonics Model for Radiative Transfer in Inhomogeneous Clouds Part I. The Event Model. *Atmospheric Research*, 2004, 72: 197-221
- 99 P. A. Cook, C. R. E. De Oliveira, J. D. Haigh. A Finite Element-Spherical Harmonics Model for Radiative Transfer in Inhomogeneous Clouds. Part II Some Applications. *Atmospheric Research*, 2004, 72: 223-237
- 100 E. D. Aydin, C. R. E. De Oliveira, A. J. H. Goddard. A Finite Element-Spherical Harmonics Radiation Transport Model for Photon Migration in Turbid Media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2004, 84: 247-260
- 101 A. L. Fymat. Inversion Methods in Temperature and Aerosol Remote Sounding: Their Commonality and Differences, and Some Unexplored Approaches. *Inversion Methods in Atmospheric Remote Sounding: NASA*, 1977
- 102 Y. Shu, X. J. Zhou, Y. Z. Zhao. A Theoretical Study of Multi-Wavelength Lidar Exploration of Optical Properties of Atmospheric Aerosols. *Advances in Atmospheric Sciences*, 1986, 1: 23-38
- 103 J. H. Qiu, X. Y. Zhou. Simultaneous Determination of Aerosol Size

- Distribution and Refractive Index and Surface Albedo from Radiance. Part I: Theory. *Advances in Atmospheric Sciences*, 1986, 3: 162-171
- 104 阮立明. 煤灰粒子辐射特性的研究. 哈尔滨工业大学博士学位论文, 1997
- 105 阎逢旗, 胡欢陵, 周军. 大气气溶胶粒子数密度谱和折射率虚部的测量. *光学学报*, 2003, 23(7): 855-859
- 106 董真, 黄士鸿, 李子华. 大气环境及化学组分对气溶胶辐射特性影响研究. *过程工程学报*, 2004, 4: 838-844
- 107 李学彬, 宫纯文, 黄印博, 魏合理, 胡欢陵. 大气气溶胶粒子折射率虚部反演方法研究. *光子学报*, 2009, 38(2): 401-404
- 108 赵国艳. 气溶胶颗粒材料光学常数的反演方法研究. 南京航空航天大学硕士学位论文, 2009
- 109 C. F. Bohren, D. R. Huffillan. *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*. New York: Willey, 2004
- 110 柳朝晖, 刘迎晖, 周英彪, 郑楚光. 多孔炭粒的等效光学常数及辐射特性. *工程热物理学报*, 1997, 18(2): 251-255
- 111 殷金英, 刘林华. 灰渣的有效光学常数及辐射特性. *工程热物理学报*, 2009, 30(1): 115-117
- 112 C. Erlick. Effective Refractive Indices of Water and Sulfate Drops Containing Absorbing Inclusions. *Journal of the Atmospheric Sciences*. 2006, 63: 754-763
- 113 N. V. Voshchinnikov, V. B. Il'in, Th. Henning, D. N. Dubkova. Dust Extinction and Absorption: The Challenge of Porous Grains. *Astronomy and Astrophysics*. 2008
- 114 类成新, 冯东太, 吴振森. 掺杂对随机取向团簇粒子辐射特性的影响. *光子学报*, 2011, 40(7): 1055-1060
- 115 J. Y. Li, S. K. Dong, H. P. Tan. Effective Optical Constant of Alumina Particle Containing Carbon. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*, 2009, 23(1): 216-219
- 116 邱金恒, 陈洪滨, 王普才, 吕达仁. 大气遥感研究展望. *大气科学*, 2005, 29(1): 131-136
- 117 胡丽琴. 云的水平非均匀性对云特性参数反演结果的影响. 中国气象科学研究院与南京信息工程大学联招博士学位论文, 2005
- 118 卢鹏. 大气辐射传输模式的比较及其应用. 中国气象科学研究院硕士学位论文, 2009

- 119 J. Brazile, R. Richter, D. Schläpfer, M. E. Schaepman, K. I. Itten. Cluster Versus Grid for Operational Generation of ATCOR's MODTRAN-Based Look up Tables. *Parallel Computing*, 2008, 34(1): 32-46
- 120 J. Keller, S. Bojinski, A. S. H. Prevot. Simultaneous Retrieval of Aerosol and Surface Optical Properties Using Data of the Multi-Angle Imaging Spectroradiometer (Misr). *Remote Sensing of Environment*, 2007, 107(1-2): 120-137
- 121 A. Maghrabi, R. Clay, N. Wild, B. Dawson. Design and Development of a Simple Infrared Monitor for Cloud Detection. *Energy Conversion and Management*, 2009, 50(11): 2732-2737
- 122 J. Ballestrín, A. Marzo. Solar Radiation Attenuation in Solar Tower Plants. *Solar Energy*, 2012, 86(1): 388-392
- 123 孟凡斌, 郑丽. 基于 LOWTRAN7 的红外大气透射率计算方法. *光电技术应用*, 2009, 24(3): 29-32
- 124 M. P. Utrillas, J. A. Martínez-Lozano, V. E. Cachorro, F. Tena, S. Hernandez. Comparison of Aerosol Optical Thickness Retrieval from Spectroradiometer Measurements and from Two Radiative Transfer Models. *Solar Energy*, 2000, 68(2): 197-205
- 125 S. P. Mahulikar, H. R. Sonawane, G. A. Rao. Infrared Signature Studies of Aerospace Vehicles. *Progress in Aerospace Sciences*, 2007, 43(7-8): 218-245
- 126 P. Ineichen. Comparison of Eight Clear Sky Broadband Models against 16 Independent Data Banks. *Solar Energy*, 2006, 80(4): 468-478
- 127 李娟, 毛节泰. 冰晶性质对卷云辐射特征影响的模拟研究. *气象*, 2006, 32(2): 9-13
- 128 霍娟, 吕达仁. 晴空与有云大气辐射分布的数值模拟及其对全天空图像云识别的应用. *气象学报*, 2006, 64(1): 31-38
- 129 A. D. Miguel, D. Mateos, J. Bilbao, R. Román. Sensitivity Analysis of Ratio between Ultraviolet and Total Shortwave Solar Radiation to Cloudiness, Ozone, Aerosols and Precipitable Water. *Atmospheric Research*. 2011, 102(1-2): 136-144
- 130 J. Lenoble, M. Herman, J. L. Deuzé, B. Lafrance, R. Santer, D. Tanré. A Successive Order of Scattering Code for Solving the Vector Equation of Transfer in the Earth's Atmosphere with Aerosols. *Journal of Quantitative*

- Spectroscopy and Radiative Transfer. 2007, 107(3): 479-507
- 131 C. A. Gueymard. Prediction and Validation of Cloudless Shortwave Solar Spectra Incident on Horizontal, Tilted, or Tracking Surfaces. *Solar Energy*, 2008, 82(3): 260-271
- 132 K. Alam, T. Trautmann, T. Blaschke. Aerosol Optical Properties and Radiative Forcing over Mega-City Karachi. *Atmospheric Research*, 2011, 101(3): 773-782
- 133 K. Sumit, P. C. S. Devara, M. G. Manoj. Multi-Site Characterization of Tropical Aerosols: Implications for Regional Radiative Forcing. *Atmospheric Research*, 2012, 106: 71-85
- 134 A. S. Panicker, G. Pandithurai, P. D. Safai, S. Dipu, Dong-In Lee. On the Contribution of Black Carbon to the Composite Aerosol Radiative Forcing Over an Urban Environment. *Atmospheric Environment*, 2010, 44(25): 3066-3070
- 135 D. B Mechem, Y. L Kogan, M. Ovtchinnikov. Large-Eddy Simulation of PBL Stratocumulus: Comparison of Multi-Dimensional and IPA Longwave Radiative Forcing. St. Petersburg: 12Th ARM Science Team Meeting Proceedings, 2002
- 136 D. B Mechem, Y. L Kogan, A. B. Davis, M. Ovtchinnikov, R. F. Cahalan, K. F. Evans, E. E. Takara, R. G. Ellingson. Implied Dynamic Feedback of 3D IR Radiative Transfer on Simulated Cloud Fields. Broomfield: 13Th ARM Science Team Meeting Proceedings, Colorado, 2003
- 137 K. F. Evans. Shdomppda: A Radiative Transfer Model for Cloudy Sky Data Assimilation. *Journal of the Atmospheric Sciences-Special Section*, 2007, 64: 3854-3864
- 138 K. F. Evans, A. Marshak, T. Varnai. The Potential for Improved Boundary Layer Cloud Optical Depth Retrievals from the Multiple Directions of Mir. *Journal of the Atmospheric Sciences-Special Section*, 2008, 65(10): 3179-3196
- 139 王越. 云光学厚度与有效粒子半径地基反演方法发展及云非均性对卫星反演的影响. 中国科学院研究生院博士学位论文, 2007
- 140 刘林华, 赵军明, 谈和平. 辐射传递方程数值模拟的有限元和谱元法. 北京: 科学出版社, 2008: 44-53

- 141 S. P. Burns. Finite Element Solution of Combined Mode Heat Transfer with Nonhomogeneous, Nongray Radiative Properties. Dissertation for the Doctoral Degree in the Univeresity of Texas, 1995
- 142 孔祥谦. 有限单元法在传热学中的应用. 北京: 科学出版社, 1998
- 143 S. W. Baek, D. Y. Byun, S. J. Kang. The Combined Monte-Carlo and Finite Volume Method for Radiation in a Two-Dimensional Irregular Geometry. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2000, 43: 2337-2344
- 144 C. R. E. De Oliveira. An Arbitrary Geometry Finite Element Method for Multigroup Neutron Transport with Anisotropic Scattering. *Prog. Nucl. Energy*, 1996, 18: 227-236
- 145 谢仲生, 邓力. 中子输运理论数值计算方法. 西安: 西北工业大学出版社, 2005
- 146 I. W. Busbridge, S. E. Orchard. Reflection and transmission of light by a thick atmosphere according to a phase function: $1+x\cos\theta$. *The Astrophysical Journal*, 1967, 149: 655-664
- 147 W. An, L. M. Ruan, H. Qi, L. H. Liu. Finite Element Method for Radiative Heat Transfer in Absorbing and Anisotropic Scattering Media. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 2005, 96(5): 409-422
- 148 齐宏. 弥散颗粒辐射反问题的理论与实验研究. 哈尔滨工业大学博士学位论文, 2008
- 149 袁江涛, 杨立, 谢骏, 田恬, 孙丰瑞. 基于 Mie 理论的水雾粒子多光谱消光特性研究. *光学技术*, 2007, 32(3): 459-461
- 150 T. C. Choy. *Effective Medium Theory-Principles and Applications*. Oxford: Clarendon, 1999
- 151 S. A. Self. *Optical Properties of Fly Ash*. DOE/PC/79903-T16, Quarterly Report, 1992
- 152 王桥, 杨一鹏, 黄家柱. 环境遥感. 北京: 科学出版社, 2006
- 153 徐希孺. 遥感物理. 北京: 北京大学出版社, 2005
- 154 付娴娴. 云辐射图像的分析处理. 电子科技大学硕士学位论文, 2006
- 155 姜贵庆, 刘连元. 高速气流传热与烧蚀热防护. 北京: 国防工业出版社, 2003
- 156 尹宏. 大气辐射学基础. 北京: 气象出版社, 1993

- 157 D. Bäume, B. Vogel, S. Versick, R. Rinke, O. Möhler, M. Schnaiter. Relationship of Visibility, Aerosol Optical Thickness and Aerosol Size Distribution in an Ageing Air Mass over South-West Germany. *Atmospheric Environment*, 2008, 42: 989-998
- 158 韩永, 饶瑞中, 王英俭. 利用大气能见度获取多波长气溶胶光学特性. *红外与激光工程*, 2007, 36(2): 265-269
- 159 傅刚, 李晓岚, 魏娜. 大气能见度研究. *中国海洋大学学报*, 2009, 39(5): 855-862
- 160 邱玉, 邹学勇, 张春来. 沙尘天气发生频率对大气能见度方差的影响研究: 以北京及其沙尘过往路径典型站点为例. *环境科学*, 2006, 27(6): 1046-1051

攻读博士学位期间发表的论文及其它成果

- 1 Ruan Li-Ming, **Wang Xi-Ying**, Qi Hong, Wang Sheng-Gang. Experimental Investigation on Optical Constants of Aerosol Particles. Journal of Aerosol Science, 2011, 44(11): 759-770. (SCI 检索号: 829FW, EI 检索号: 20113614302584, 对应论文第五章)
- 2 **Wang Xi-Ying**, Qi Hong, Wang Sheng-Gang, Ruan Li-Ming. The Combined Radiative Integral Equations and Finite Element Method for Radiation in Anisotropic Scattering Media. Numerical heat transfer, Part B, 2012. (已录用, SCI、EI 源, 对应论文第二章)
- 3 王希影, 齐宏, 王青青, 阮立明. 基于 MDA 法计算水雾粒子红外隐身粒径. 工程热物理学报, 2011, 32(8): 1389-1392. (EI 检索号: 20113714322592, 对应论文第四章)
- 4 王希影, 阮立明, 齐宏, 王圣刚. 非球形粒子的散射特性分析. 工程热物理学报, 2009, 30(8): 1366-1368. (EI 检索号: 20093712302403, 对应论文第四章)
- 5 **Wang Xi-Ying**, Qi Hong, Niu Chen-ji, Ruan Li-Ming. Study on Optical Constants Inversion and Infrared Transmission Characteristics of Aerosol Particles. Journal of Harbin Institute of Technology (New Series), 2011, 18(6): 1-6. (EI 检索号: 20121514940548, 对应论文第五章)
- 6 **Wang Xi-Ying**, Niu Chen-ji, Qi Hong, Ruan Li-Ming. Effect of Cloud Water Content on the Atmospheric Extinction. 2011 2nd International Conference on Challenges in Environmental Science and Computer Engineering, CESCE 2011, 11: 1493-1498. (EI 检索号: 20120914816494, 对应论文第六章)
- 7 王希影, 齐宏, 王圣刚, 阮立明. 二维参与性介质辐射换热的球谐有限元法. 中国工程热物理学会, 西安, 2011. (对应论文第三章)
- 8 王希影, 阮立明, 齐宏, 史萌. 基于球谐离散坐标法的大气辐射传输. 中国工程热物理学会, 青岛, 2009. (对应论文第六章)

其它学术论文

- 9 齐宏, 王希影, 刘兵, 阮立明. 反演非球形粒子光学常数的理论建模. 工程热物理学报, 2009, 30(5): 837-840

- 10 翟明, 王希影, 董芑. 锅炉对流受热面错列管束相对节距对其对流换热的影响分析. 工业锅炉, 2008, 1: 8-10
- 11 阮立明, 齐宏, 王希影, 李保成. 采用 GMM 方法分析聚集粒子的辐射特性. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(3): 71-76
- 12 齐宏, 阮立明, 王希影, 谈和平. 反演高温均一粒子系光学常数理论建模. 工程热物理学报, 2009, 30(1): 105-107
- 13 齐宏, 阮立明, 王希影, 史萌, 吕英明. 双球聚集粒子辐射特性分析. 工程热物理学报, 2009, 30(2): 273-275
- 14 翟明, 董芑, 王希影, 丁伟玲, 夏新林. 圆管湍流脉动流动与换热的数值模拟. 中国电机工程学报, 2009, 29(20): 85-91
- 15 翟明, 董芑, 王希影, 徐艳英, 夏新林. 圆管层流脉动流动的数值模拟. 哈尔滨工业大学学报, 2009, 41(11): 73-76
- 16 Wang Sheng-Gang, Ruan Li-Ming, Qi Hong, Wang Xi-Ying, Li Bing-Xi. Investigation of Transient Signals in Nonuniform Media Based on Diffusion Approximation. Proceedings of the ASME Micro/Nanoscale Heat and Mass Transfer International Conference, Shanghai, 2009, 2: 349-354

软件著作权

- 1 阮立明, 齐宏, 王希影, 谈和平. 复杂几何形体太阳入射投影面积及辐射传递系数计算软件[简称: SARTC] V1.0, 软件著作权, 编号: 软著登字第 0194148 号, 登记号: 2010SR005875, 2010 年 2 月 1 日

攻读博士学位期间所参与的科研项目

- 1 国家自然科学基金面上项目 (50576019), 非规则粒子及聚集粒子团簇辐射特性的反问题研究, 2007.09-2008.12
- 2 国家自然科学基金青年基金项目 (50806016), 基于瞬态辐射传输理论的时域信号模拟及信息重建方法研究, 2009.01-2012.12
- 3 武器装备预研基金 (9140A03040709HT01), ***特性计算理论及实验研究, 2009.07-2011.07

哈尔滨工业大学学位论文原创性声明及使用授权说明

学位论文原创性声明

本人郑重声明：此处所提交的学位论文《气溶胶粒子光学常数的实验研究及辐射传输的数值模拟》，是本人在导师指导下，在哈尔滨工业大学攻读学位期间独立进行研究工作所取得的成果。据本人所知，论文中除已注明部分外不包含他人已发表或撰写过的研究成果。对本文的研究工作做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式注明。本声明的法律结果将完全由本人承担。

作者签名：王希影

日期：2012年6月10日

学位论文使用授权说明

本人完全了解哈尔滨工业大学关于保存、使用学位论文的规定，即：

(1) 已获学位的研究生必须按学校规定提交学位论文；(2) 学校可以采用影印、缩印或其他复制手段保存研究生上交的学位论文；(3) 为教学和科研目的，学校可以将学位论文作为资料在图书馆及校园网上提供目录检索与阅览服务；(4) 根据相关要求，向国家图书馆报送学位论文。

保密论文在解密后遵守此规定。

本人保证遵守上述规定。

作者签名：王希影

日期：2012年6月10日

导师签名：王希影

日期：2012年6月10日

致 谢

值此论文成稿之际，向我的导师阮立明教授致以最诚挚的谢意！感谢阮老师在我攻读博士期间，给予耐心、细致地学术指导以及在工作和生活上的关心。本论文工作从确定整个课题研究思路和方法、克服多个关键性的难点到论文的最后定稿，自始至终都倾注着阮老师的心血。阮老师严谨的治学之道、仁慈宽厚的胸怀、积极乐观的生活态度，为我树立了终身学习的典范。师从阮老师是我最大的荣幸，老师的教诲与鞭策将激励着我在科研的道路上勇往直前。

感谢谈和平教授、刘林华教授、夏新林教授、李炳熙教授、董芄教授、董士奎教授、谢鸣教授在学习、工作上对本人所给予的关心和帮助。

感谢易红亮师兄、张昊春师兄、帅永师兄、赵军明师兄、马宇师兄、艾青师兄、孙创师兄、袁远博士、戴贵龙博士、王富强博士、徐艳英博士、丁艳波博士、韩亚芬博士在学习、工作上给予的支持与帮助。

感谢师兄齐宏、师弟王大林、张彪、牛臣基、付崇斌、师妹刘晓阳、王青青对我在课题研究及生活上的大力支持与协助。感谢 J644 和 J637 这样一个充满活力、团结友爱的集体，使我一直处于浓厚的学术气氛和快乐的生活气息之中，并且得到老师和各位同学的无私帮助，这段美好的回忆令我终身难忘。

感谢我父母多年的养育之恩和默默支持。感谢我的两位姐姐在物质和精神上给予我的帮助。感谢我的爱人王圣刚博士一直以来在学习和生活上给予我的关心支持和帮助，并默默地承受与分担我的压力！

感谢在百忙之中抽出时间对本论文进行评审并提出宝贵意见的各位专家、学者！

本论文工作同时得到国家自然科学基金（No. 50576019）和国家自然科学基金青年基金（No. 50806016）及武器装备预研基金（No. 9140A03040709HT01）的资助，在此表示感谢！

个人简历

1982年3月9日出生于黑龙江省大庆市肇州县。

2001年9月~2005年7月，哈尔滨理工大学机械动力工程学院，热能与动力工程专业，获工学学士学位。

2005年8月~2007年7月，哈尔滨工业大学能源科学与工程学院，热能工程专业，获工学硕士学位。

2007年9月至今，哈尔滨工业大学能源科学与工程学院，工程热物理专业，博士研究生。

主要研究方向：辐射传输数值计算方法、粒子辐射传输