

兰州大学

---

硕士学位论文

---

沙粒空中碰撞对风沙跃移运动的影响

---

姓名：姚建林

---

申请学位级别：硕士

---

专业：力学 固体力学

---

指导教师：黄宁

---

20060501

## 摘要

风沙运动作为土壤风蚀与沙尘暴的一种重要的物理过程,对自然环境与人类造成了严重的影响.近年来由风沙运动运动引发的灾害在中国引起了极大的关注,而深入研究风沙运动机理目前被认为是全面了解和防治风沙灾害的关键因素,因此科学家在此方面进行了大量的研究.但以往的学者在计算跃移沙粒的输沙率时,没有考虑跃移沙粒在空中发生碰撞对它的影响,这是由于沙粒在空中运动的复杂性和随机性以及实验条件的限制,因此沙粒在空中的碰撞经常被忽略。

为了准确的预测跃移沙粒在空中发生碰撞的概率,本文在 Sorensen and McEwan (1996)<sup>[44]</sup>和 张亚丽(2005)<sup>[47]</sup>计算空中碰撞概率模型基础上,计算了在与对数风速明显不同的实验风速下跃移沙粒在空中发生碰撞的概率.并将结果与在对数风速下得到的碰撞概率进行了比较.结果表明在应用实验风速下得到的碰撞概率比在对数风速情况下得到的碰撞概率小。

最后,本文通过硬球碰撞模型建立了一种简单的计算跃移沙粒在空中发生碰撞时的速度变化模型,并结合计算空中碰撞概率的模型,计算了跃移沙粒在空中发生碰撞时输沙率随着高度的变化以及单宽输沙率随着摩阻风速的变化,其结果与不考虑空中碰撞时所得到的结果进行了比较.结果表明:考虑跃移沙粒空中发生碰撞时的输沙率随高度的变化比不考虑空中碰撞时的小;单宽输沙率随摩阻风速的变化规律也比不考虑空中碰撞时的小.计算结果同时表明沙粒在空中发生碰撞对风沙跃移运动输沙率有明显的影响,因此跃移沙粒在空中发生碰撞的影响是不容忽视的。

关键词: 跃移运动、碰撞概率、输沙率、摩阻风速

## Abstract

Sand movement under wind flow is one important physical process of wind erosion and sand/dust storms, which have severely impacted the natural environment and human activity. In recent years the disasters due to the wind-blown sand movement have being devoted much attention in China. It is considered crucial to profoundly study the wind-blown sand movement mechanism for overall understanding and preventing wind-blown movement and scientists have done a lot of work on it. However, many former scholars had not taken account of the influence of saltating particle' mid-air collision when they calculate the sand transport rate of saltating particle. The mid-air inter-particle collision generally is neglected in aeolian saltation because it is a stochastic and complex process.

In order to exactly estimate the probability of a mid-air inter-particle collision for a saltating particle in a steady-state saltation cloud, a physical model that can predict this probability is developed based on the models of Sorensen and McEwan (1996)<sup>[44]</sup> and Zhang Yali (2005)<sup>[47]</sup>. In our model, a set of experimentally determined saltation cloud wind profiles, which are notably non-logarithmic, are employed. The results show that, compared with the result of the mid-air collision probability in logarithm wind speed, the collision probability obtained with experiment wind velocity is smaller than the one with logarithm wind speed.

Finally, a simple model, which is used to calculate saltating particles' velocity diversity in mid-air collision, is set up through hard ball model. Combining with the model of collision probability, saltating particle' sand transport rate which varies with height and mass flux which varies with friction velocity are calculated in mid-air collision. Compared with the result when mid-air collision is not considered, it suggests that the diversity is less than that of this thesis. So is the diversity of mass flux with friction velocity. In the meantime, the results show that the mid-air inter-particle collision has obvious effects on wind-blown sand saltation. Therefore, the influence of saltating particle collides in the midair can not be ignored when studying sand transport rate of saltating sand.

**Key words:** saltation, the collision probability, sand transport rate, friction velocity

## 原创性声明

本人郑重声明：本人所呈交的学位论文，是在导师的指导下独立进行研究所取得的成果。学位论文中凡引用他人已经发表或未发表的成果、数据、观点等，均已明确注明出处。除文中已经注明引用的内容外，不包含任何其它个人或集体已经发表或撰写过的科研成果。对本文的研究成果做出重要贡献的个人和集体，均已在文中以明确方式标明。

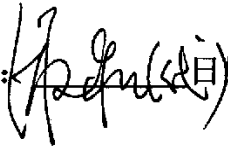
本声明的法律责任由本人承担。

论文作者签名：姚建林 日期：2006.6.5

### 关于学位论文使用授权的声明

本人在导师指导下所完成的论文及相关的职务作品，知识产权归属兰州大学。本人完全了解兰州大学有关保存、使用学位论文的规定，同意学校保存或向国家有关部门或机构送交论文的纸质版和电子版，允许论文被查阅和借阅；本人授权兰州大学可以将本学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索，可以采用任何复制手段保存和汇编本学位论文。本人离校后发表、使用学位论文或与该论文直接相关的学术论文或成果时，第一署名单位仍然为兰州大学。

保密论文在解密后应遵守此规定。

论文作者签名：栾建林 导师签名： 日期：2006.6.5

# 第一章 引言

人口迅速增长带来的人类生活和生产的频繁活动对自然环境造成巨大的影响和干预,导致水源枯竭,植被破坏,大大加快了沙漠蔓延和土地沙漠化的进程。我国土地沙漠化严重制约着某些地区经济和社会的可持续发展,进而影响到整个国家的现代化进程<sup>[1]</sup>。这不仅引起中国政府和民众的重视,也引起了科学家们对风沙运动研究的进一步关注,不断了解并揭示风沙运动的机理对沙漠化和沙尘暴的防治等都是十分必要和有益的<sup>[2,3,4]</sup>。我们研究风沙运动的机理的理论基础之一是风沙物理学,其从物理角度出发研究颗粒的起动,飞行和碰撞,颗粒和气流的相互作用,输沙强弱和沙尘暴的爆发机制等问题。

## 1.1 研究背景与意义

地球上,沙漠占据了大约整个陆地面积的四分之一,全世界有三分之二的国家和地区受到荒漠化的危害。流沙的蔓延和土地荒漠化大约威胁着全球大约 9 亿人的生活<sup>[2]</sup>,而沙漠化是荒漠化最主要的形式之一。土地沙漠化的严重后果众所周知,它对风沙区的自然资源、自然环境、生产建设和人民生活造成了严重的影响。沙漠化是干旱区、半干旱区和某些半湿润地区生态系统的贫瘠化与人类活动共同影响的结果,而人类对此负有重大责任。特别是人对可以使用的技术不加以有效使用的时候,如水力资源利用不当、有缺陷的排水系统、植被覆盖减少、不妥当的耕作习惯和盐碱化就是这样的实例。当前沙漠面积已占地球陆地面积的 20%,而且沙漠化扩展的速度非常迅速,每年有数万公顷的肥沃土地沦为沙漠。沙漠化作为极其重要的环境和社会经济问题,正困扰着当今世界,威胁着人类的生存和发展<sup>[6]</sup>。而沙漠化的过程是渐变的,当人为活动破坏地表生态平衡后,风力就变成了塑造地表景观的雕塑家。

中国是目前世界上受沙漠化影响最严重的国家之一。据有关资料统计<sup>[7]</sup>:我国的沙漠、戈壁和沙漠化土地面积约 $1.653 \times 10^6 \text{ km}^2$ ,约占我国陆地面积的 17.3%,其中由于人类活动导致的现代沙漠化土地面积约 $3.7 \times 10^5 \text{ km}^2$ 。自 20 世纪 90 年代

以来,沙漠化土地面积以每年  $2460 \text{ km}^2$  的惊人速度继续扩展着<sup>[8]</sup>。近 50 年形成的沙漠化土地占到历史时期沙漠化土地面积的近 30%,年发展为历史时期的 5 倍多。因此土地沙漠化及风沙灾害对我国尤其是北方一些城市与地区造成了很大的破坏,使无数耕地和草原不断的被沙漠吞噬,工农业生产、交通运输、基础工程设施等社会经济领域面临着前所未有的破坏性威胁,严重影响了人民财产的安全,降低了人们的生活质量,其主要表现在:一是加剧了整个生态环境的恶化,如水土流失越来越严重、沙尘暴越来越频繁及造成了严重的空气污染;二是缩小了原本就不充裕的生存和发展空间;三是导致土地生产力的严重衰退;四是造成严重的经济损失。

为了防止沙漠化的进一步扩大,从新中国成立以后,党和政府就十分重视沙漠的治理与改造,国家每年付出大量的人力、物力与沙漠作斗争。因为,很大一部分沙漠化土地是可以逆转的,当不合理的人为经济活动压力经调节减弱或稍加封育之后,它就具有了天然逆转的可能性,这便是土地沙漠化的治理。当然仅靠单一措施是不能实现的,必须综合治理,其内容有多个方面:治理丧失生产潜力的沙漠化土地,必须将生物措施和机械措施相结合;保护天然植被,注意封育植被、合理轮牧、科学放牧,防止“三滥”;合理利用土地,调整农业牧结构,发展多种经营;控制人口数量,提高人口素质。

## 1.2 研究现状

风沙问题和风沙灾害很早就引起人们的关注,俄国学者索科洛夫 1884 年在彼得堡的《沙丘形成发育与构造》,可以认为是第一部比较系统的研究风沙活动的著作。此后几十年里,对沙漠地貌的研究,主要是一些地理学家与地貌学家,通过野外考察,采用传统地貌学的定性研究方法,对世界各大沙漠的分布与成因,沙漠地貌的形成与发育进行研究。1941 年 Bagnold 发表了关于风沙物理学的著名论著《The Physics of Blown Sand and Desert Dunes》,真正首先将该问题进行了系统的研究。在该论著中 Bagnold 首先将风沙运动作为一个空气动力学问题加以研究,并指出风沙运动从某种角度上讲,更是一个物理意义上的问题。在论著中提出了研究风沙运动的基本方法,并对风沙活动的一些现象进行数学描述与风洞实验,首次明确了风沙物理学的一些基本研究内容。Bagnold 奠基性的工作,对风沙物理

学研究产生了极其深远的影响,可以说开辟了人类研究风沙物理的纪元。Bagnold的工作到现在仍在风沙物理学中占有很重要的地位,许多结果至今仍是广大学者研究风沙活动的重要参考。目前来看,所谓风沙物理学实质上是研究沙粒在风场作用下的力学运动规律,亦即风沙运动的力学机理。Bagnold (1941)<sup>[9]</sup>将风沙流的运动主要划分为跃移、悬移及蠕移等三种基本形式。在这三种运动形式中,研究表明沙粒跃移占主导地位:一方面与跃移运动沙粒相关联的输沙量占全部输沙量的75%左右,为风沙运动的主要表现形式;另一方面,它与其它两种运动形式相比较而言,认识和开展研究方面要更容易一些。但从整体来看,这三种运动始终耦合在一起,从而导致了对其研究的许多复杂性。我们对沙粒跃移运动机理的研究主要分为风沙流的宏观特征和沙粒运动的微观特性研究。微观方面研究主要是着眼于单个沙粒在风场中的受力分析,研究沙粒在风沙流中的运动状态。通过分析单个颗粒的受力状况来研究沙粒的起动、碰撞、跃移等运动规律,找出沙粒微观运动的力学机制<sup>[10,11,12]</sup>。研究方法包括高速摄影和数值模拟<sup>[13]</sup>。高速摄影是通过判读所拍摄的沙粒的运动轨迹照片来分析沙粒受力状况,而数值模拟则是在沙粒与床面碰撞规则、沙粒与风场间的动量交换方程以及沙粒运动方程的基础上进行,并将结果与高速摄影实验结果进行对比<sup>[14,15]</sup>,以增进人们对沙粒受力情况的认识,岳高伟等<sup>[50]</sup>分析了沙粒不规则形状及静电力对起动风速的影响,郑晓静等<sup>[51]</sup>研究了沙粒起跳过程中自旋作用,所以目前对沙粒运动的微观研究相对比较成熟。而风沙运动的宏观方面的主要研究着眼于风沙流的整体结构,包括风速廓线(风速沿高度的分布)、沙粒的体积浓度和质量浓度、沙丘地表的有效粗糙度、拜格诺结、输沙率和单宽输沙率的实验和理论分析研究等<sup>[15,16]</sup>。由于风沙系统的复杂性,宏观研究主要采用实验观测的方法,通过分析实验观测结果得到参数间的关系,从而在实践中进行宏观量,例如单宽输沙率的预测。但是,由于试验手段、技术等因素的限制,所得到的关于输沙率、来流风速、沙粒粒径、沙床地表粗糙度等物理量的结果往往是定性描述或给出经验公式<sup>[17,4]</sup>。为了弄清这些与土壤风蚀密切相关的物理量的关系,Ungar and Haff<sup>[18]</sup>将微观研究与宏观研究结合起来,提出了击溅函数(Splash function)的概念,以此反映沙粒撞击床面的速度和



角度与沙粒反弹的速度、角度以及溅起的其它沙粒的数目和速度等量之间的关系。于是,在风沙运动微观研究的基础上,通过对单位时间单位面积床面内起跳沙粒的个数、以及它们各自的起跳速度进行一定的假设后,运用数理统计分析手段,就能得到风沙流中沙粒跃移的宏观特征,如跃移沙粒浓度、输沙率及风速廓线的物理量沿高程的分布,进而获得沙床表面有效粗糙度和单宽输沙率等的一般规律。为了实现对风沙流的准确预测,沙粒起跳初速度分布是一个关键的因素,也是从单颗沙粒运动预测到对风沙流整体预测的“桥梁”。为此,郑晓静等人<sup>[52,56]</sup>提出“沙粒-床面”碰撞随机理论模型,成功给出具有一定普适意义(含沙粒粒径、摩阻风速)的沙粒起跳速度概率分布密度函数。其中,利用“粒-床”碰撞随机理论模型确定的风沙流中沙粒起跳角速度概率分布密度函数是首次给出的。这一理论分析方法可避免现有实验手段对沙粒角速度判读的不确定性,是对现有确定沙粒起跳速度分布函数方法和途径的有效补充,其结果有助于对沙粒起跳速度分布特性和规律的全面认识。同时,周又和等人<sup>[54]</sup>还理论模拟了混合沙的“沙粒-床面”碰撞,并取得了一定的成果。

### 1.3 输沙率的研究现状

#### 1.3.1 理论研究

Bagnold(1941)<sup>[9]</sup>从分析运动沙粒动量变化出发,给出了在风洞中单宽输沙率与摩阻速度 $u_*$ 的三次方成正比的公式,为:

$$Q = C \sqrt{\frac{D}{D_0}} \frac{\rho_g}{g} u_*^3 \quad (1-1)$$

其中 $D_0=0.25\text{mm}$ , $C$ 是随沙粒的级配而变化的经验常数,称为Bagnold常数。对于均匀沙, $C=1.5$ ;对于天然混合沙, $C=1.8$ ;对于粒径分布很广的沙, $C=2.8$ 。Bagnold公式作为一个经典成果,许多工作都是立足于对其进行改进而展开的。

Bagnold公式仅当 $u_*$ 趋于零时才给出单宽输沙率为零,这与实际事实不符。在实际情形中,在 $u_*$ 上升到接近或达到一临界起动摩阻速度 $u_{*c}$ 之前是不存在沙粒运动的,从而输沙率仅在风速达到或超过临界值时才为非零。

Kawamura(1951)<sup>[19]</sup>认为存在沙粒跃移运动时,作用于沙床面的剪切力为跃移沙粒冲击造成的剪切力和直接由风作用的剪切力之和,给出

$$Q = K \frac{\rho_g}{g} (u_* - u_{*t})(u_* + u_{*t})^2 \quad (1-2)$$

其中经验常数  $K$  对于平均粒径为 0.25mm 的沙为 2.78。

Owen(1964)<sup>[20]</sup>做了两条假定,一为跃移沙粒对跃移层外气流的影响与床面粗糙度对跃移层厚度的影响类似,二为跃移浓度通过调节自身使气流施加于地面的剪应力足够维持动态下的床面,最终建立了单一轨道沙粒跃移模型。这一模型在描述风沙流颗粒运动方面非常有名,给出的输沙率为

$$Q = \frac{\rho_g}{g} u_*^3 \left[ 0.25 + 0.44 \frac{\rho_s g d / \rho_g u_*^2}{C_D (10 u_* D / \nu)} \right] \left[ 1 - 0.0064 \frac{\rho_s g D}{\rho_g u_*^2} \right] \quad (1-3)$$

其中,  $\nu$  为空气的动力学粘性系数。Owen(1964)<sup>[20]</sup>探讨了输沙率对粒径的依赖关系,发现对于比较小的  $D$  和  $u_*$ , 输沙率近似地与粒径的平方根成正比,与 Bagnold(1941)<sup>[9]</sup>的结论一致;对于比较大的  $D$  和  $u_*$ , 输沙率近似地与粒径的四分之三次方成正比,与 Zingg(1953)<sup>[21]</sup>的结论一致。周又和等人<sup>[46]</sup>通过在风洞中采用集沙仪测量了“均匀沙”和天然“混合沙”风沙流在跃移层内单位面积输沙率随高度的分布,并运用最小二乘法获得了单位面积输沙率随高度和风速变化的经验公式。在此基础上,通过考虑蠕移对单宽输沙率的贡献,得到了计算单宽输沙率的一经验公式。他们的新公式不仅明确了 Bagnold 的单宽输沙率公式与 Kawamura 公式的各自有效范围,而且为风沙流结构实验测量值提供了一简单并有效的拟合途径。

Bagnold 公式推导中假定出射速度和碰撞速度都正比于  $u_*$ , 这一假定为后来的一些实验结果所证实<sup>[14]</sup>。Ungar and Haff (1987)<sup>[22]</sup>的稳态跃移模型却显示了当气流摩阻速度在一个很大的范围内变化时,跃移沙粒与表面的碰撞速度保持相对不变,从而得出输沙率随摩阻速度增加的速度小于摩阻速度的三次方。

八十年代末九十年代初在跃移的数值模型方面取得了很重要的进展<sup>[23,24,25,26,27]</sup>,

主要归因于对输运过程（四个子过程分别为流体起动，颗粒运动，冲击起动和风场修正）理解上的进步。图 1.2 显示了风沙流起动阶段风速廓线和每次碰撞平均击溅起的沙粒数的逐渐变化过程。由于几个过程之间的相互耦合，Anderson and Haff(1988, 1991), Werner(1990)和 McEwan and Willetts(1991)<sup>[23,24,25,26]</sup>给出的模型不能得出单宽输沙率具体的解析表达式，只有 Sorensen (1991)<sup>[27]</sup>的模型给出了一个单宽输沙率的解析表达式，为

$$Q = C_s \frac{\rho_g}{g} u_* (u_* - u_{*t}) (u_* + 7.6u_{*t} + 2.05m/s) \quad (1-4)$$

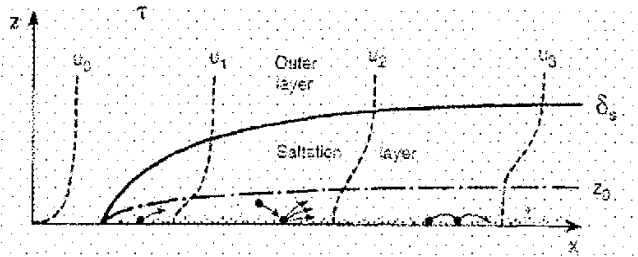


图 1.2

虽然在风沙输运的数学模型上取得了很大的进步，然而现有的这些模型不能够对给定条件下的输沙率给出可靠的预测<sup>[24]</sup>。关于这一时期的输沙率模型方面的综述，见 McEwan and Willetts (1993)<sup>[39]</sup>，文中给出了关于风沙流模型所涉及的四个过程之间的关联(计算程序)<sup>[4]</sup>如图 1.3 所示。

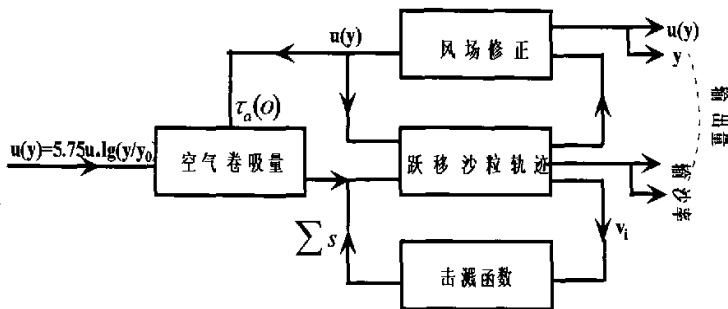


图 1.3

Y P Shao and An Li (1999)<sup>[29]</sup>对大气边界层流动采用大涡模拟方法，对颗粒轨道采用 Lagrange 模型，除此之外，郑晓静等人<sup>[57]</sup>还成功实现对多场（风场-温度

场-电场-沙粒)耦合和多因素(沙粒带电、混合粒径、脉动效应、空中碰撞等)影响的风沙流的理论模拟:他们揭示了风沙流结构的分层特征:贴近沙床附近输沙量随高度线性增加、达到极值进入饱和层、沿高度按负指数规律衰减,所得数值结果与砾漠大风情形下观测的实验结果和风洞实验结果吻合较好。他们的模拟还有效揭示了地表热扩散产生的垂向风场对风沙流发展过程的影响<sup>[53]</sup>;同时,他们的结果还表明:沙粒带电和风沙电场对沙粒跃移运动的轨迹以及风沙流的起沙率、输沙率以及风沙流达到稳定的时间均有明显影响<sup>[55,59]</sup>;在此基础上,他们还实现了对风沙电场的理论预测,这为预测其它星球的风沙电场以及风沙地貌提供了有效途径<sup>[58]</sup>。

### 1.3.2 实验研究

O'Brien & Rindlaub(1936)<sup>[30]</sup>就曾根据美国哥伦比亚河口的实测资料得到了风速与天然沙(平均粒径近于0.2mm)输沙率之间的关系为

$$Q = 9.96 \times 10^{-5} (u_* + 10.5)^3 \quad (1-5)$$

虽然上式仅是一个经验公式,但就输沙率近似与摩阻速度的三次方成正比这一点来看,它和有一定基础的Bagnold公式(1941)<sup>[9]</sup>和Kawamura公式(1951)<sup>[19]</sup>还是比较接近的。

鉴于实验中蠕移沙粒不好收集,许多研究人员从跃移沙粒引起的输沙率进行研究。Zingg(1953)<sup>[21]</sup>通过考虑跃移沙粒的浓度分布来研究输沙率,他将跃移沙粒浓度的垂向分布外推到床面后进行积分,再配合天然沙的风洞实验,得到的结果为

$$Q = C_z \left( \frac{D}{D_0} \right)^{3/4} \frac{\rho_s}{g} u_*^3 \quad (1-6)$$

其中,  $C_z$  约为0.73。由于没有考虑沙床蠕移沙粒的贡献部分,故所给出的单宽输沙率偏小。

Horikawa and Shen(1960)<sup>[31]</sup>用中值粒径为0.2mm的沙粒进行了单宽输沙率实验,指出Kawamura公式中常数 $K$ 应取为1.0,同时测定结果表明:当 $u_* < 0.4$  m/s

时, Kawamura 公式较好; 而当  $0.4 \text{ m/s} < u_* < 0.7 \text{ m/s}$  时, 则 Bagnold 公式更为有效。

Buckley(1987)<sup>[32]</sup>研究了稀疏植被对输沙率的影响, 在实验过程中, 0.5m 高度的风速最大达到 15m/s, 植被盖度最大达到 17%, 单宽输沙率可表示为

$$Q = C[V(1 - \alpha R) - V_i]^3 \quad (1-7)$$

其中,  $C$  为 Bagnold 常数, 与(1-4)式中相同,  $V_i$  为起动风速,  $R$  为植被盖度,  $\alpha$  为依赖于植被几何特征的常数, 对于小的直立的或分散的草本沙丘植物,  $\alpha = 0.018$ , 对于小的无茎干的植物,  $\alpha = 0.046$ 。可以发现, 当  $R = 0$  时, (1-10)式就退化为(1-4)式, 同时对于一个比较大的  $R$ , 单宽输沙率就减小为零, 这都是与实际相符合的。

八九十年代, 一系列的中国学者对输沙率问题展开了野外观测和实验研究, 主要有马世威(1988), 申建友等(1988), 贺大良(1993)等<sup>[33,34,15]</sup>。然而他们的工作将输沙率与野外 2m 高度处的风速或风洞轴线的风速联系起来, 并没有给出其特定的实验条件下的风速廓线, 即没有将测得的输沙率与摩阻速度联系起来, 故不便于与已有结果进行比较以判定其有效性。

Greeley et al. (1996)<sup>[35]</sup>在 California 的 Pismo 海滩, 选择了一块长为 100m (平行于风向), 宽为 20m 的试验场地。他们用四排气压计来获取风速廓线, 用温度探头来判断大气稳定性, 用风信旗来判断风向。为获取输沙率, 一个 3m 长, 10m 宽(垂直于风向), 0.5m 深的沙陷阱被放置在下风向处, 同时排列了 168 个集沙仪。实验结果表明, Bagnold 公式(1941)<sup>[9]</sup>和 Blumberg & Greeley(1993)<sup>[36]</sup>修正的 White 方程给出的输沙率与从沙陷阱所测得的输沙率吻合得最好, 其中由 Blumberg & Greeley(1993)<sup>[36]</sup>修正的 White 方程为

$$Q = 2.61u_*^2 \frac{\rho_g}{g} \left(1 - \frac{u_{*t}}{u_*}\right) \left(1 + \frac{u_{*t}}{u_*}\right)^2 \quad (1-8)$$

Jackson (1996)<sup>[37]</sup>, Jackson and McCloskey (1997)<sup>[38]</sup>采用一个新的高频取样的集沙仪, 一个气压计和风信旗作了两批野外试验, 其中集沙仪是圆形的, 有一个水平开口, 能够对输沙率进行连续的测量(对输沙率每一秒的值进行测量)。实验结果显示输沙率能够在风速变化的瞬时就对其发生响应, 输沙率是风速的二次多项

式。但是, 由于集沙仪是圆形开口, 无法判断其集沙宽度为多少, 因此他的实验没有给出单宽输沙率随风速变化的具体表达式。

在单宽输沙率的实验方面, 传统做法是将集沙仪测得的单位面积输沙率描绘在坐标纸上, 经过适当的经验外推到集沙仪以外的区域后, 采用计算其曲线所围面积就给出单宽输沙率的实验值(刘贤万, 1995)。显然, 这种方法依赖于外推的合理性和面积计算的精度。这是单宽输沙率实验精度提高的一个重要障碍。同时, 关于集沙仪的积沙效率和蠕移沙粒的收集或计算中的适当处理, 目前还没有定论。

综上所述, 在以往研究单宽输沙率时, 许多学者很少考虑空中碰撞对其的影响。因为在现有的风沙运动的研究中, 由于沙粒在空中发生碰撞的复杂性和随机性以及实验条件的限制, 往往沙粒在空中的碰撞被忽略。

#### 1.4 风沙流中碰撞的研究现状

在 80 年代初期以前, 许多学者进行过颗粒跃移轨迹的计算, 但其中关于颗粒碰撞以及颗粒连续跃移的工作却不多见。在 Ungar&Haff(1987)<sup>[22]</sup>、Anderson&Haff(1988,1999)<sup>[23,24]</sup>、Werner(1990)<sup>[25]</sup>、Mcewan&Willets (1991,1993)<sup>[26,39]</sup>、Sorensen(1991)<sup>[27]</sup> 等人的研究中均认为一颗跃移沙粒经过一次跳跃后撞击床面, 会溅起其它一些沙粒, 如此反复, 将产生一系列的跃移沙粒。在风沙跃移运动的早期阶段, 输沙率将以指数增长, 但是随着风沙跃移运动的不断发展, 空中的跃移沙粒数将达到一个稳定状态, 即从床面上溅起的沙粒数与空中下落到床面的沙粒数基本相等。这是因为人们很早就从实际观测中发现, 一定风力下风对颗粒的输运能力是有限的。风沙流跃移系统会因风场和运动粒子的相互作用力而建立一种负反馈机制来控制系统输运颗粒的总量。这种负反馈机制就是通常所说的“风沙流自平衡机制”或“风沙流自动调节机制”, 它的效果是在一定的风力下, 如果沙源充分, 风中携带的颗粒数量将维持在某一个特定值(这时称风沙流达到平衡)。随着对颗粒跃移运动和碰撞特性两方面认识的深入, 人们开始对这种自动调节机制进行量化以构造风沙流预测模型。而 Sorensen(1991) 推测存在着另一种机制将会对跃移过程的稳定做出更大的贡献。对于这种机制的描述如下, 即将一颗做连续跳跃的沙粒称为“跃移沙粒”, 把被跃移沙粒撞击床面溅起的沙粒称为“溅起

沙粒”。当跃移沙粒的数量很大时，这些靠近床面低能量的被溅起的沙粒的浓度就足够大，以致一颗运行中的跃移沙粒将会在空中撞击到至少一颗被溅起的沙粒。通过这样的碰撞，跃移沙粒的能量就会有所丢失，跃移沙粒的动量将会与跃移沙粒和被撞击的沙粒之间进行分配。这样我们就可以认为这颗跃移沙粒和被撞击的沙粒在下落到床面时将有较低的能量与动量，使得被它们溅起的沙粒数将随之减少，这样，空中运动的沙粒数也会减少。在这些研究中均认为颗粒间的碰撞对输沙率的数值有一定的影响。因而，颗粒间的碰撞将被看作是一种在一定情况下影响风沙流固体相的现象。由上我们可知对沙粒空中碰撞的研究中，尽管许多学者已经意识到空中碰撞对研究风沙运动有重要的意义，但由于气流中颗粒之间的碰撞具有随机性，对其研究还没有有效的手段，因此在实际研究中往往忽略空中碰撞。而 Sorensen(1996)<sup>[44]</sup>研究了处于下降过程的跃移沙粒，计算了当其与床面垂直距离为 1 厘米时，该跃移沙粒在空中与一颗其它沙粒发生碰撞的概率。在该研究中 Sorensen 忽略了跃移沙粒在上升阶段与其它沙粒发生碰撞的可能性，同时忽略了其在下降过程中可能与多颗沙粒发生的碰撞。鉴于此，董治宝，黄宁等人<sup>[40]</sup>对跃移沙粒空中碰撞的研究让我们定性的认识到空中碰撞的重要性和一些基本的特点，为了我们更进一步来研究空中碰撞对跃移运动的影响，我们应把空中碰撞概率应用到跃移运动模型和输沙率模型中来完善风沙跃移运动。

## 1.5 本文的主要工作

由于目前在风沙流研究空中碰撞往往被忽略，因此也没有考虑其对输沙率的影响。本学位论文根据硬球碰撞理论建立了求解沙粒空中碰撞速度变化的模型，并结合 Sorensen (1996)<sup>[44]</sup>和 张亚丽(2005)<sup>[47]</sup>计算跃移云中沙粒在空中发生碰撞概率的理论模型。计算基于不同轴线风速、不同的粒径下跃移沙粒在空中发生碰撞时的单宽输沙率随摩擦风速的变化及输沙率随高度的变化。从而比较考虑空中碰撞和不考虑空中碰撞时不同轴线风速、不同粒径下单宽输沙率随摩擦风速的变化和输沙率随高度的变化的计算结果。而且我们计算了在实验测的风速下的沙粒空中碰撞的概率，并将其与用对数风速所得到的结果进行了比较。

## 第二章 碰撞模型

众多科学家已经意识到跃移沙粒在空中碰撞对我们研究风沙运动有着重要的影响，但是由于沙粒在空中碰撞的复杂性和随机性及实验条件的限制，沙粒在空中的碰撞通常被忽略。本章简单介绍了 Sorensen (1996)<sup>[44]</sup> 和 张亚丽(2005)<sup>[47]</sup> 计算跃移云中沙粒在空中发生碰撞概率的理论模型和通过硬球碰撞模型<sup>[41]</sup> 建立了一种计算运动沙粒在空中碰撞前后速度的变化模型。并且在第四章我们将利用这两个模型来计算考虑碰撞时单宽输沙率随摩阻风速的变化及输沙率随高度的变化。并与不考虑碰撞时单宽输沙率随摩阻风速的变化及输沙率随高度的变化进行了比较。

### 2.1 计算跃移沙粒在空中发生碰撞概率的理论模型

下文我们计算跃移沙粒在空中发生碰撞的概率。我们可以将沙粒看作直径为  $D_p$ ，光滑的弹性刚球。当发生一次碰撞时，两个沙粒的中心将相距一距离  $D_p$ ，围绕沙粒的中心以  $D_p$  为半径画出的球称为它的“作用球”。因此在球内，不会有其它沙粒的中心，为了简便起见，首先假定除一个沙粒以外，所有沙粒都是静止的，而运动的沙粒有一速率  $v_p$ 。其次假定，经过一次碰撞不动的沙粒仍然不动，而运动的沙粒保持其速率  $v_p$ 。运动沙粒的作用球在单位时间里画出一长度为  $v_p$ ，横截面积为  $\pi D_p^2$  的圆柱体。凡是中心在圆柱体内的沙粒将与运动沙粒发生碰撞<sup>[42]</sup>。为了计算一颗沙粒在一次跃移过程中发生碰撞的概率，我们把跃移轨道沿运动高度按同一间隔划分为  $n$  份，第  $i$  个控制体就是由跃移轨道的  $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}) (i=1, 2, \dots, n)$  这两点形成的。当我们定义  $A_i (i=1, 2, \dots, n)$  为从上升阶段或下降阶段的第  $i$  个控制体中发生碰撞这一随机事件。如果我们取的间隔  $\Delta l = \sqrt{(x_{i+1} - x_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2} (i=1, 2, \dots, n)$  足够小，就可以近似的认为在  $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}) (i=1, 2, \dots, n)$  之间沙粒的跃移轨迹为直线，因此在计算中，对于第  $i$  个控制体，我们用控制体两 endpoint  $(x_i, y_i), (x_{i+1}, y_{i+1}) (i=1, 2, \dots, n)$  之间的连线来代替跃移沙粒的轨迹，这时认为跃移沙粒沿此直线以恒定速度  $v_p$  运动。同时假定



跃移沙粒已经运动了  $t$  时间，并且没有与其它沙粒发生碰撞，这时沙粒的高度为  $y_i \pm \dot{y}t$ ，沙粒的数密度为  $c(y_i \pm \dot{y}t)$ ，其中 ‘+’ 号表示沙粒处于上升阶段，‘-’ 号表示沙粒处于下降阶段， $\dot{y} = v_p \sin \varphi$ ， $\varphi$  是指沙粒运动轨迹与水平线的夹角。如图 2-1 所示：

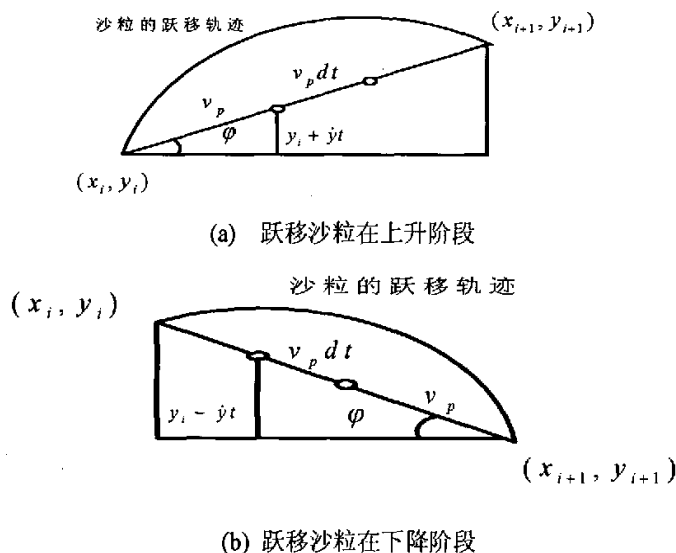


图 2-1 跃移沙粒发生碰撞概率的计算简图

当我们定义  $T$  为发生一次空中碰撞的时刻时，其就是一个值在 0 和  $\frac{\pm(y_{i+1} - y_i)}{\dot{y}}$  之间的随机变量。如果  $T = \frac{\pm(y_{i+1} - y_i)}{\dot{y}}$ ，则表示跃移沙粒在第  $i$  个控制体内没有发生碰撞。如果至少有一颗其它沙粒的中心在此半径为  $D_p$ ，长为  $v_p dt$  的圆柱体内，一次空中碰撞将在  $(t, t + dt)$  内发生。如果  $dt$  很小，在这个圆柱体内就仅有一个或没有颗粒。因此，在圆柱体内的平均沙粒数  $c(y_i \pm \dot{y}t)\pi D_p^2 v_p dt$  等于圆柱体内有一颗沙粒的概率，所以当  $T > t$  时， $T \in (t, t + dt)$  的条件概率为：

$$p(T \in (t, t + dt) | T > t) = c(y_i \pm \dot{y}t)\pi D_p^2 v_p dt \quad (2.1)$$

方程 (2.1) 给出了随机变量  $T$  的失效（或风险）率函数  $\lambda(t)$ ：

$$\lambda(t) = c(y_i \pm \dot{y}t)\pi D_p^2 v_p \quad (2.2)$$

由随机过程，可知：

$$\lambda(t) = \frac{f_T(t)}{F_T(t)} \quad (2.3)$$

其中  $f_T(t)$  是随机变量  $T$  的概率密度函数,  $F_T(t)$  是  $T$  的分布函数。当我们采用刘小平、董治宝 (2004) [43] 用实验数据拟合的浓度公式中  $c(y) = c_0 e^{-\nu y}$ , 其中  $c_0$ ,  $\nu$  均

为回归系数。设  $a = \frac{\pi D_p^2}{\sin \varphi}$ ,  $\gamma = \frac{ac_0}{\nu}$  时, 我们就可以得出沙粒在第  $i$  个控制体内没有

发生碰撞的概率式为:

$$\begin{aligned} p(T = \frac{\pm(y_{i+1} - y_i)}{\dot{y}}) &= e^{-\int_{y_i}^{\pm y_{i+1}} c(\zeta) d\zeta} \\ &= e^{-\int_{y_i}^{\pm y_{i+1}} c_0 e^{-\nu \zeta} d\zeta} \\ &= e^{\pm \gamma (e^{-\nu y_{i+1}} - e^{-\nu y_i})} \end{aligned} \quad (2.4)$$

则跃移沙粒在第  $i$  个控制体内发生碰撞的概率为:

$$p(M) = 1 - p(T = \frac{\pm(y_{i+1} - y_i)}{\dot{y}}) \quad (2.5)$$

### 2.1.1 跃移沙粒在跃移上升, 下降阶段的碰撞概率的计算

在这一节中, 我们来考虑在整个上升阶段和整个下降阶段, 一颗跃移沙粒与其它沙粒至少发生一次碰撞的概率。我们假设跃移沙粒处于上升或下降阶段发生碰撞这一随机事件为  $A$ , 从概率统计的观点出发, 我们有:

$$A = A_1 \cup A_2 / \bar{A}_1 \cup A_3 / \bar{A}_2 \bar{A}_1 \cup \dots \cup A_m / \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{m-1} \quad (2.6)$$

式中  $A_1 \dots A_m$  是指从上升阶段或下降阶段的第一个控制体到第  $m$  个控制体中发生碰撞这一随机事件。由概率论和数理统计的知识, 我们可得:

$$P(A) = P(A_1 \cup A_2 / \bar{A}_1 \cup A_3 / \bar{A}_2 \bar{A}_1 \cup \dots \cup A_m / \bar{A}_1 \bar{A}_2 \dots \bar{A}_{m-1}) \quad (2.7)$$

式中  $\bar{A}_1 \dots \bar{A}_{m-1}$  是指在同一阶段从第一个控制体到第  $m-1$  个控制体中不发生碰撞这一随机事件 [49]。由于这些随机事件之间相互独立, 所以我们可得:

$$P(A) = P(A_1) + P(A_2)P(\bar{A}_1) + \dots + P(A_m)P(\bar{A}_1)P(\bar{A}_2) \dots P(\bar{A}_{m-1}) \quad (2.8)$$

$P(A_i)$ ,  $P(\bar{A}_i)$  ( $i=1,2,\dots,m$ ) 和  $P(A)$  分别由式(2.4)、式(2.5)及式(2.8)算得。所以根据式(2.8), 我们可以算得一颗跃移沙粒在整个跃移上升阶段或下降阶段, 至少发生一次碰撞的概率。

### 2.1.2 跃移沙粒在整个跃移过程碰撞概率的计算

在这一节中, 我们来考虑在整个跃移过程中, 一颗跃移沙粒与其它沙粒至少发生一次碰撞的概率。我们假设跃移沙粒在整个跃移过程发生碰撞这一随机事件为  $B$ , 从概率统计的观点出发, 我们有:

$$B = B_1 \cup B_2 \bar{B}_1 \quad (2.9)$$

式中  $B_1$ 、 $B_2$  是分别指在上升阶段和下降阶段至少发生一次碰撞这一随机事件,  $\bar{B}_1$  是指在上升阶段不发生碰撞这一随机事件。根据概率论与数理统计的知识, 我们可得:

$$P(B) = P(B_1 \cup B_2 \bar{B}_1) \quad (2.10)$$

由于这些随机事件之间互不相容且相互独立, 所以我们可得:

$$P(B) = P(B_1) + P(B_2)P(\bar{B}_1) \quad (2.11)$$

根据式(2.11), 我们可以算得一颗跃移沙粒在整个跃移过程中, 至少发生一次碰撞的概率。

## 2.2 计算运动沙粒在空中发生碰撞前后速度的变化模型

首先我们假设被碰撞沙粒和碰撞沙粒都是运动的, 其速度以及位置由它们的运动轨迹决定。开始我们把碰撞沙粒的初始速度记为:  $V_1$ , 其位置记为:  $(x_1, y_1)$ ; 被碰撞沙粒的初始速度记为:  $V_2$ , 其位置记为:  $(x_2, y_2)$ 。设它们的质量分别为  $m_1$ ,  $m_2$ , 半径为  $R$ , 弹性恢复系数为  $e$ , 两颗沙粒之间的距离为  $r$ 。

我们根据简单的硬球碰撞模型<sup>[41]</sup>来计算碰撞后沙粒速度的变化。因为碰撞沙粒的运动轨迹是空中沙粒的跃移轨道, 因此在这里计算它们碰撞后的各自速度时我们把它分为两个过程: 上升和下降。因为上升和下降过程的碰撞速度公式是不同的。下面我们将推导在上升过程和下降过程中发生碰撞后沙粒速度的计算公式。

### 2.2.1 上升过程

#### A、碰撞后两球的速度变化

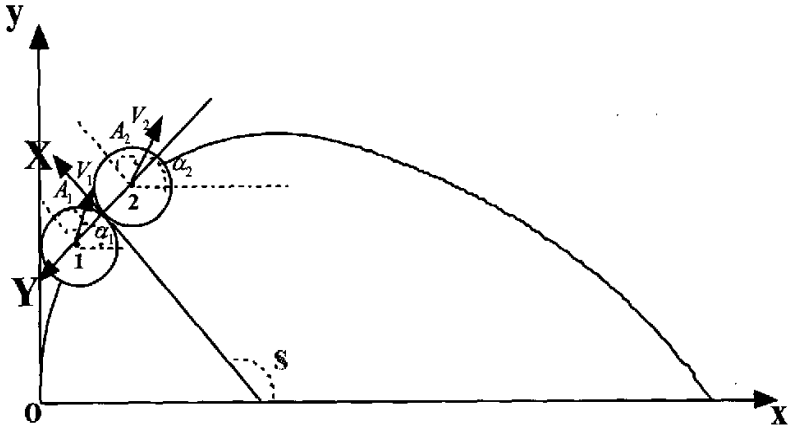


图 2-2 上升过程中的沙粒空中碰撞图

如图 2-2 所示，取两颗沙粒碰撞时的接触点切向  $X$  轴，法向为  $Y$  轴以指向被碰沙粒  $m_2$  为正，建立直角坐标系，如图 2-2 所示，其中  $\alpha_1, \alpha_2$  分别为沙粒  $m_1$  和  $m_2$  的初始速度与坐标系  $xoy$  的  $x$  轴夹角，其速度的大小分别为  $V_1$  和  $V_2$ ， $A_1, A_2$  为两初始速度与在碰撞点建立的坐标系  $XOY$  的  $X$  轴夹角， $s$  为两坐标系  $X$  与  $x$  轴之间的夹角，该坐标系随物体的运动而改变。在  $XOY$  系中，碰撞前两球的速度分量分别为：

$$\text{沙粒 } m_1: V_{10X} = V_1 \cos(A_1), V_{10Y} = -V_1 \sin(A_1) \quad (2.12)$$

$$\text{沙粒 } m_2: V_{20X} = V_2 \cos(A_2), V_{20Y} = -V_2 \sin(A_2) \quad (2.13)$$

由于碰撞时  $X$  轴沿碰撞点的切向，碰撞后该方向上的速度分量保持不变，即有：

$$V_{1X} = V_{10X}, V_{2X} = V_{20X} \quad (2.14)$$

而在  $Y$  方向上，碰撞后的速度分量应满足一般碰撞 ( $0 < e < 1$ ) 的求解速度的计算公式，即有：

$$V_{1Y} = V_{10Y} + \frac{(1+e)m_2(V_{10Y} - V_{20Y})}{m_1 + m_2} \quad (2.15)$$

$$V_{2Y} = V_{20Y} + \frac{(1+e)m_1(V_{10Y} - V_{20Y})}{m_1 + m_2} \quad (2.16)$$

假设这两颗沙粒的质量  $m_1$  和  $m_2$  都为  $m$ ，从而上式变得：

$$V_{1Y} = V_{10Y} + \frac{(1+e)(V_{10Y} - V_{20Y})}{2} \quad (2.17)$$

$$V_{2Y} = V_{20Y} + \frac{(1+e)(V_{10Y} - V_{20Y})}{2} \quad (2.18)$$

我们可以从图中根据简单的几何关系可以得出：

$$A_1 = s - \alpha_1 \quad (2.19)$$

$$A_2 = s - \alpha_2 \quad (2.20)$$

$$\text{其中 } \tan \alpha_1 = \frac{v_{1y}}{v_{1x}}, \tan \alpha_2 = \frac{v_{2y}}{v_{2x}}$$

而  $s$  可以从图中推导出：

$$\tan(s) = \frac{x_1 - x_2}{y_2 - y_1} \quad (2.21)$$

因为算出的速度分量是在  $XOY$  坐标系下的，因此我们必须推导出在原坐标系  $xoy$  下的速度分量。由图中可以看出：

$$x = -X \cos(180^\circ - s) - Y \sin(180^\circ - s) \quad (2.22)$$

$$y = X \sin(180^\circ - s) - Y \cos(180^\circ - s) \quad (2.23)$$

便可得两颗沙粒碰撞后在坐标系  $xoy$  中的速度分量：

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_1: \quad v'_{1x} &= -V_{1x} \cos(180^\circ - s) - V_{1y} \sin(180^\circ - s) \\ v'_{1y} &= V_{1x} \sin(180^\circ - s) - V_{1y} \cos(180^\circ - s) \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_2: \quad v'_{2x} &= -V_{2x} \cos(180^\circ - s) - V_{2y} \sin(180^\circ - s) \\ v'_{2y} &= V_{2x} \sin(180^\circ - s) - V_{2y} \cos(180^\circ - s) \end{aligned} \quad (2.25)$$

我们将(2.12)，(2.13)，(2.14)，(2.15)和(2.16)代入(2.24)，(2.25)中得到两个沙粒碰撞后的速度分别为：

沙粒  $m_1$  :

$$\begin{aligned} v'_{1x} &= -V_1 \cos(A_1) \cos(180^\circ - s) + \frac{[(1-e) V_1 \sin(A_1) + (1+e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \sin(180^\circ - s) \\ v'_{1y} &= V_1 \cos(A_1) \sin(180^\circ - s) + \frac{[(1-e) V_1 \sin(A_1) + (1+e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \cos(180^\circ - s) \end{aligned} \quad (2.26)$$

沙粒  $m_2$  :

$$\begin{aligned} v'_{2x} &= -V_2 \cos(A_2) \cos(180^\circ - s) + \frac{[(1+e) V_1 \sin(A_1) + (1-e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \sin(180^\circ - s) \\ v'_{2y} &= V_2 \cos(A_2) \sin(180^\circ - s) + \frac{[(1+e) V_1 \sin(A_1) + (1-e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \cos(180^\circ - s) \end{aligned} \quad (2.27)$$

由(2.19), (2.20)式可以得出:

$$\sin(A_1) = \sin(s - \alpha_1) = \sin(s) \cos(\alpha_1) - \cos(s) \sin(\alpha_1)$$

$$\sin(A_2) = \sin(s - \alpha_2) = \sin(s) \cos(\alpha_2) - \cos(s) \sin(\alpha_2)$$

$$\cos(A_1) = \cos(s - \alpha_1) = \cos(s) \cos(\alpha_1) + \sin(s) \sin(\alpha_1)$$

$$\cos(A_2) = \cos(s - \alpha_2) = \cos(s) \cos(\alpha_2) + \sin(s) \sin(\alpha_2)$$

$$\cos(s) = \frac{x_1 - x_2}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}}$$

$$\sin(s) = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}}$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{V_{1y}}{\sqrt{(V_{1y})^2 + (V_{1x})^2}}$$

$$\sin(\alpha_2) = \frac{V_{2y}}{\sqrt{(V_{2y})^2 + (V_{2x})^2}}$$

$$\cos(\alpha_1) = \frac{V_{1x}}{\sqrt{(V_{1y})^2 + (V_{1x})^2}}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{V_{2x}}{\sqrt{(V_{2y})^2 + (V_{2x})^2}}$$



$$\tan(s) = \frac{x_2 - x_1}{y_1 - y_2}$$

因为算出的速度分量是在  $XOY$  坐标系下的，因此我们必须推导出在原坐标系  $xoy$  下的速度分量。由图中可以看出：

$$x = X \cos(s) - Y \sin(s) \quad (2.28)$$

$$y = X \sin(s) + Y \cos(s) \quad (2.29)$$

便可得到两颗沙粒碰撞后在坐标系  $xoy$  中的速度分量：

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_1: \quad v'_{1x} &= V_{1x} \cos(s) - V_{1y} \sin(s) \\ v'_{1y} &= V_{1x} \sin(s) + V_{1y} \cos(s) \end{aligned} \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_2: \quad v'_{2x} &= V_{2x} \cos(s) - V_{2y} \sin(s) \\ v'_{2y} &= V_{2x} \sin(s) + V_{2y} \cos(s) \end{aligned} \quad (2.31)$$

同上升过程一样，我们可以得到：

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_1: \quad v'_{1x} &= V_1 \cos(A_1) \cos(s) + \frac{[(1-e) V_1 \sin(A_1) + (1+e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \sin(s) \\ v'_{1y} &= V_1 \cos(A_1) \sin(s) - \frac{[(1-e) V_1 \sin(A_1) + (1+e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \cos(s) \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_2: \quad v'_{2x} &= V_2 \cos(A_2) \cos(s) + \frac{[(1+e) V_1 \sin(A_1) + (1-e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \sin(s) \\ v'_{2y} &= V_2 \cos(A_2) \sin(s) - \frac{[(1+e) V_1 \sin(A_1) + (1-e) V_2 \sin(A_2)]}{2} \cos(s) \end{aligned} \quad (2.33)$$

由  $A_1, A_2, s$  的表达式可以得出：

$$\sin(A_1) = \sin(s - \alpha_1) = \sin(s) \cos(\alpha_1) - \cos(s) \sin(\alpha_1)$$

$$\sin(A_2) = \sin(s - \alpha_2) = \sin(s) \cos(\alpha_2) - \cos(s) \sin(\alpha_2)$$

$$\cos(A_1) = \cos(s - \alpha_1) = \cos(s) \cos(\alpha_1) + \sin(s) \sin(\alpha_1)$$

$$\cos(A_2) = \cos(s - \alpha_2) = \cos(s) \cos(\alpha_2) + \sin(s) \sin(\alpha_2)$$



$$\cos(s) = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}}$$

$$\sin(s) = \frac{y_1 - y_2}{\sqrt{(y_2 - y_1)^2 + (x_2 - x_1)^2}}$$

$$\sin(\alpha_1) = \frac{V_{1Y}}{\sqrt{(V_{1Y})^2 + (V_{1X})^2}}$$

$$\sin(\alpha_2) = \frac{V_{2Y}}{\sqrt{(V_{2Y})^2 + (V_{2X})^2}}$$

$$\cos(\alpha_1) = \frac{V_{1X}}{\sqrt{(V_{1Y})^2 + (V_{1X})^2}}$$

$$\cos(\alpha_2) = \frac{V_{2X}}{\sqrt{(V_{2Y})^2 + (V_{2X})^2}}$$

### B、碰撞判断条件:

当发生碰撞也就是两颗沙粒的距离  $r$  不大于它们的粒径之和  $2R$ ，因此沙粒空中得碰撞条件设置为  $r \leq 2R$ ， $R$  是颗粒的半径，而

$$r = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$$

即碰撞条件:  $\sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2} \leq 2R$

其中  $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ ，表示发生碰撞时碰撞沙粒和被碰撞沙粒在原坐标系下的位置。

### 第三章 基于沙粒空中碰撞的风沙流模型

在以往计算输沙率时,都没有考虑空中碰撞对其的影响。通过第二章的分析,我们知道,实际上,当沙粒在空中发生碰撞时,将影响沙粒的速度变化,从而对输沙率产生一定的影响。本章所作的工作主要为:结合第二章的沙粒空中碰撞的模型,建立发生碰撞时的稳态风沙跃移云数值模型。

我们考虑无限大平坦沙地面  $y = 0$ , 在地面上方有沿  $x$  方向的风力作用。当风速上升到临界起动速度以上时,地表上的沙粒将被激起。激起的沙粒一方面对风速起阻滞作用而获得能量,同时又可能溅起更多的沙粒。当溅起后进入风沙流中的沙粒数与落入沙床的沙粒数相等时,风沙流将进入动平衡状态。这里,我们对其发展过程建立数值模型。为了简便起见,仍然将风沙流的分析限在二维情形进行。

在这里的风沙跃移运动模型分析中,同时考虑了:(1)风对沙粒的加速作用;(2)沙粒对风的阻滞作用;(3)沙粒的空中碰撞;(4)判定风沙流达到稳定状态的条件。

#### 3.1 跃移沙粒的受力分析

通常认为跃移沙粒在运动过程中受到重力、拖曳力、上升力、Magnus力的作用,在不考虑上升力、Magnus力的情况下,沙粒受力简图如图3-1所示。记  $D_p$ 、 $\rho_p$  分别为沙粒的直径和密度; $\rho$ 、 $g$  分别为空气的密度和重力加速度。于是重力  $W$  的计算式为:

$$W = \frac{1}{6} \pi D_p^3 (\rho_p - \rho) g \quad (3.1)$$

拖曳力  $F_D$  是由于沙粒与气流相对运动产生的力,它是推动沙粒向前运动最重要的动力,可表示为<sup>[22,45]</sup>:

$$F_D = \frac{1}{8} C_D \rho \pi D_p^2 V_r^2 \quad (3.2)$$

其中  $C_D$  为阻力系数,  $V_r$  为沙粒与风之间的相对速度,它可用下式给出:

$$V_r = [(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2]^{\frac{1}{2}} \quad (3.3)$$

这里  $x$ 、 $y$  为沙粒位置坐标， $u$  为  $x$  方向风速， $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$  分别为沙粒在  $x$ 、 $y$  方向上的速度分量。对于 (3.2) 式中的阻力系数  $C_D$ ，可采用以下经验公式计算：

$$C_D = \frac{24}{R_e} + \frac{6}{1+(R_e)^{\frac{1}{2}}} + 0.4 \quad (3.4)$$

其中雷诺数  $R_e$  由下式给出

$$R_e = \frac{D_p V_r}{\nu} \quad (3.5)$$

式中  $\nu$  为空气的动力粘性系数。

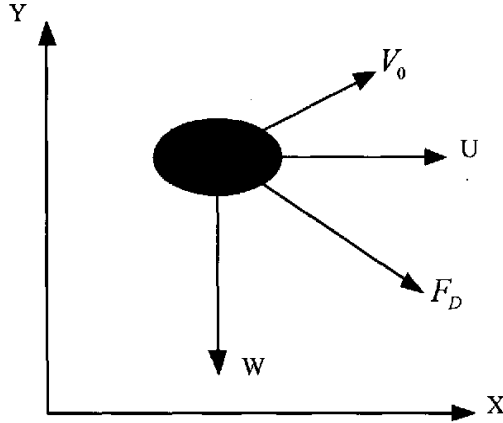


图 3-1 跃移沙粒受力示意图

### 3.2 沙粒跃移运动方程

对于跃移运动中的任一沙粒，运用牛顿第二定理得：

$$m_p \vec{a} = \vec{F}_D + \vec{W} \quad (3.6)$$

将式 (3.1) 至 (3.5) 带入式 (3.6) 得出的沙粒跃移运动方程如下：

$$m_p \frac{d^2 x}{dt^2} = f_x = -\frac{\rho \pi D_p^2}{8} \left( \frac{24\nu}{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2}} + \frac{6}{1 + \sqrt{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} / \nu}} + 0.4 \right) \times (\dot{x}-u) \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} \quad (3.7a)$$

$$m_p \frac{d^2 y}{dt^2} = f_y - m_p g = -\frac{\rho \pi D_p^2}{8} \left( \frac{24\nu}{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2}} + \frac{6}{1 + \sqrt{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} / \nu}} + 0.4 \right) \times \dot{y} \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} - m_p g \quad (3.7b)$$

其中  $x$ 、 $y$  为沙粒位置坐标,  $g$  为重力加速度,  $m_p$  为沙粒质量,  $u$  为  $x$  方向风速,  $D_p$  为沙粒直径,  $\rho$  为空气密度,  $\nu$  为空气的动力粘性系数,  $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$  分别为沙粒在  $x$ 、 $y$  方向上的速度分量<sup>[4]</sup>。

### 3.3 风场发展方程

在近地层没有起沙时, 气流运动满足 Navier-Stokes 方程。即

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla p + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{g} \quad (3.8)$$

其中  $\vec{u}$  为风速;  $t$  为时间;  $\vec{g}$  为重力加速度;  $\vec{\tau}$  为雷诺切应力, 它表示由于湍流脉动引起的单位面积上的动量输运率。当气流为二维充分发展情形时, 记  $x$  方向为气流运动方向,  $y$  方向垂直地面向上, 则有  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ ,  $\vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = 0$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} \gg \frac{\partial}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial}{\partial y} \gg \frac{\partial}{\partial z}$

于是(3.6)可简化为

$$\frac{d\tau}{dy} = 0 \quad (3.9)$$

根据普朗特混合长度理论, 雷诺切应力  $\tau$  可写为

$$\tau = \mu_t \frac{du}{dy} \quad (3.10)$$

其中  $u$  为风速在  $x$  方向的分量;  $\mu_t = \rho \ell^2 \left| \frac{du}{dy} \right|$  称为湍流运动的粘性系数;  $\ell$  为混合长度; 在近壁面处, 普朗特提出混合长度  $\ell$  与离壁面距离  $y$  成正比, 即,  $\ell = ky$ , 其中  $k = 0.4$  为 von Karman 常数, 从而在近壁面处, 湍流粘性系数  $\mu_t$  可以表示为

$$\mu_t = \rho k^2 y^2 \left| \frac{du}{dy} \right| \quad (3.11)$$

由于特征速度（即摩阻速度） $u_*$ 可由切应力表示，即

$$u_* = \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \quad (3.12)$$

于是将(3.10)、(3.11)代入(3.12)可得

$$u_* = ky \frac{du}{dy} \quad (3.13)$$

比较(3.11)和(3.12)式有

$$\mu_t = \rho k u_* y \quad (3.14)$$

联合(3.10)、(3.12)和(3.14)可得

$$\frac{du}{dy} = \frac{u_*}{ky} \quad (3.15)$$

进而对(3.15)式积分可得到

$$u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad (3.16)$$

这就是著名的壁面定理，即风速沿高度呈对数分布。 $y_0$ 对于光滑床面是与空气的粘滞性有关的参数，而在床面粗糙时它的物理意义为标志床面粗糙程度的特征长度，即床面粗糙度。

在风沙跃移层内，沙粒进入跃移层后通过拖曳力来改变风速分布。跃移沙粒对风速的作用可以等效为在 Navier-Stokes 方程中添加一项体积力  $F_x(z)$  修正项，  
即有

$$\rho \frac{\partial \vec{u}}{\partial t} + \rho \vec{u} \cdot \nabla \vec{u} = -\nabla \rho + \nabla \cdot \vec{\tau} + \rho \vec{g} + \vec{F}_x \quad (3.17)$$

与前面简化类似，对于二维流体情形，可以得到 x 方向风速分量的运动微分方程为

$$\rho \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial y} + F_x(y) \quad (3.18)$$

在二维定常充分发展流中，上式简化为

$$\frac{d\tau_t}{dy} = F_x(y) \quad (3.19)$$

由于跃移沙粒对风的阻力沿高度是变化的，作用在风中的应力必然会沿高度发生变化，积分(3.19)式后得到

$$\tau_t(y) + \int_y^{y_{\max}} F_x(y)dy = \tau_b \quad (3.20)$$

其中  $y_{\max}$  为跃移沙粒能够达到的最大高度； $\tau_b$  为此高度以上不受沙粒影响的气流的剪应力； $\tau_t(y)$  为  $y$  高度处气流的切应力，称为气载切应力，而(3.20)式中左边第二项称为粒载切应力。

类似于不起沙的自由流或跃移层外气流的切应力与应变率之间的关系，在跃移层内，利用等效摩阻速度的概念，仿照(3.10)、(3.11)、(3.12)和(3.13)式，有：

$$\tau_t = \mu_t \frac{du}{dy} \quad (3.21)$$

$$u_{*eff} = \sqrt{\frac{\tau_t}{\rho}} \quad (3.22)$$

$$\mu_t = \rho k u_{*eff} \quad (3.23)$$

其中  $u_{*eff}$  即为跃移层内的等效摩阻速度，它不同于  $u_*$ ，且随  $y$  的变化而变化。将(3.21)、(3.22)、(3.23)代入(3.20)式得到

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{ky} \left[ \frac{\tau_b - \int_y^{y_{\max}} F_x(y)dy}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (3.24)$$

由上式，若已知摩阻速度  $u_*$  ( $\tau_b = \rho u_*^2$ ) 和  $F_x(y)$ ，则可求出跃移层内速度沿高度变化曲线。在跃移层之外，即  $y > y_{\max}$  处，或在无沙时，有  $F_x(y) = 0$ 。于是(3.24)式变为(3.15)式。

### 3.4 跃移沙粒群对风阻力的计算

根据牛顿第三定律，风作用于一颗跃移沙粒的力与沙粒作用于风的力大小相等，方向相反。当风沙跃移层内有众多沙粒运动时，如果已知单位时间内从单位面积床面上起跳的沙粒数  $s$  和起跳的竖直初速度  $v_0$ ，则任一时刻在高度区间  $[y-dy, y]$  中的沙粒数可计算如下

$$s\left(\frac{1}{|\dot{y}_\uparrow|} + \frac{1}{|\dot{y}_\downarrow|}\right)dy \quad (3.25)$$

其中  $\dot{y}$  为沙粒穿过高度  $[y-dy, y]$  时的平均垂向速度， $\uparrow$ 、 $\downarrow$  分别表示沙粒处于上升阶段和下降阶段。

由单颗沙粒对风的作用力为  $f_x(y) = m_p a_x(y)$ ，由(3.25)式，可得单位体积风在高度  $y$  所受沙粒的作用力为

$$F_x(y, v_p, s) = sm_p \left( \frac{a_{x\uparrow}(y)}{|\dot{y}_\uparrow|} + \frac{a_{x\downarrow}(y)}{|\dot{y}_\downarrow|} \right) \quad (3.26)$$

其中  $a_{x\uparrow}(y)$ 、 $a_{x\downarrow}(y)$  分别为沙粒在上升和下降阶段经过高度  $y$  处的加速度。

当沙粒以不同速度从床面起跳时，记初速度分布函数为  $f(v_0)$ ，则单位体积风所受沙粒的阻力的计算式可以写出如下

$$F_x(y) = sm_p \int f(v_0) \left[ \frac{a_{x\uparrow}}{|\dot{y}_\uparrow|} + \frac{a_{x\downarrow}}{|\dot{y}_\downarrow|} \right] dv_0 \quad (3.27)$$

其中  $f(v_0)$  我们采用 Anderson and Hallet<sup>[48]</sup> 提出的如下指数函数形式的初速度分布：

$$f(v_0) = 1/(0.63 * u_*^*) * \exp(-v_0 / (0.63 * u_*^*)) \quad (3.28)$$

### 3.5 风速、输沙率沿高度分布及单宽输沙率的计算

起跳沙粒的初速度分布函数为  $f(v_0)$ ，即单位时间内从单位面积床面上起跳的沙粒中，以速度  $v_0$  起跳的沙粒数与从床面上起跳的沙粒总数之比为  $f(v_0)$ 。设初

速度分布函数  $f(v_0)$  和床面起沙率  $s$  均与时间和床面位置无关，亦即风沙流处于动态平衡。于是单位时间单位面积内从床面以初速度  $\bar{v}_0$  起跳的沙粒质量可以写为

$$m_p s f(v_0) d\bar{v}_0 \quad (3.29)$$

其中  $m_p$  为单颗沙粒的质量。若用  $(\dot{x}_\uparrow, \dot{y}_\uparrow)$  和  $(\dot{x}_\downarrow, \dot{y}_\downarrow)$  分别表示跃移沙粒在上升阶段和下降阶段时的速度在水平与竖直方向的分量，则跃移沙粒在上升阶段从高度  $y_{k-1}$  到  $y_k$  ( $y_{k-1} < y_k$ ) 所需的时间为

$$\int_{y_{k-1}}^{y_k} \dot{y}_\uparrow(y)^{-1} dy \quad (3.30a)$$

而在下降阶段从高度  $y_k$  到  $y_{k-1}$  所需时间可表示为

$$- \int_{y_{k-1}}^{y_k} \dot{y}_\downarrow(y)^{-1} dy \quad (3.30b)$$

进一步可知，以初速度  $\bar{v}_0$  起跳的上升沙粒在高度  $y$  处的质量浓度（即高度  $y$  处单位体积所包含的沙粒的质量）可以表示为

$$m_p s f(v_0) \dot{y}_\uparrow(y, \bar{v}_0)^{-1} d\bar{v}_0 \quad (3.31a)$$

而以同样速度起跳后在下降阶段沙粒于高度  $y$  处的质量浓度则为

$$m_p s f(v_0) \dot{y}_\downarrow(y, \bar{v}_0)^{-1} d\bar{v}_0 \quad (3.31b)$$

显然， $y$  应小于以初速度  $\bar{v}_0$  起跳的沙粒所能达到的最大高度  $y_{\max}$ 。由(3.30)式和(3.31)式可以得到高度  $y$  处单位时间内通过单位面积的以初速度  $\bar{v}_0$  起跳的沙粒质量则为



$$m_p s \left[ \frac{\dot{x}_\uparrow(y, \bar{v}_0)}{\dot{y}_\uparrow(y, \bar{v}_0)} - \frac{\dot{x}_\downarrow(y, \bar{v}_0)}{\dot{y}_\downarrow(y, \bar{v}_0)} \right] f(\bar{v}_0) d\bar{v}_0 \quad (3.32)$$

将上式对所有起跃的速度积分, 就得到在  $y$  高度处的单位面积单位时间输沙率为

$$Q(y) = m_p s \int_{v_{0\min}}^{\infty} \left[ \frac{\dot{x}_\uparrow(y, \bar{v}_0)}{\dot{y}_\uparrow(y, \bar{v}_0)} - \frac{\dot{x}_\downarrow(y, \bar{v}_0)}{\dot{y}_\downarrow(y, \bar{v}_0)} \right] f(\bar{v}_0) d\bar{v}_0 \quad (3.33a)$$

其中  $v_{0\min}$  表示跃移沙粒达到高度  $y$  所需要的最小初速度。

将式(3.33a)对  $y$  从床面到无限高处积分, 即可得到单宽输沙率<sup>[4]</sup>为

$$Q_m = m_p s \int_0^y \int_{v_{0\min}}^{\infty} \left[ \frac{\dot{x}_\uparrow(y, \bar{v}_0)}{\dot{y}_\uparrow(y, \bar{v}_0)} - \frac{\dot{x}_\downarrow(y, \bar{v}_0)}{\dot{y}_\downarrow(y, \bar{v}_0)} \right] f(\bar{v}_0) d\bar{v}_0 dy \quad (3.33b)$$

我们利用第二章中的空中碰撞模型得到:

1. 考虑碰撞后高度  $y$  处的输沙率公式可化为

$$\begin{aligned} Q_c(y) = & \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_\uparrow(v_0, y) \frac{\dot{x}_\uparrow(v_0)}{\dot{y}_\uparrow(v_0)} - p_\downarrow(v_0, y) \frac{\dot{x}_\downarrow(v_0)}{\dot{y}_\downarrow(v_0)} \right] dv_0 \\ & + \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_\uparrow(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_\uparrow(v_0)}{\dot{y}_\uparrow(v_0)} \right)_p - p_\downarrow(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_\downarrow(v_0)}{\dot{y}_\downarrow(v_0)} \right)_p \right] dv_0 \end{aligned} \quad (3.34a)$$

2. 将式(3.34a)对  $y$  从床面到无限高处积分, 即可得到考虑碰撞后的单宽输沙率为

$$\begin{aligned} Q_{mc} = & \int_0^y \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_\uparrow(v_0, y) \frac{\dot{x}_\uparrow(v_0)}{\dot{y}_\uparrow(v_0)} - p_\downarrow(v_0, y) \frac{\dot{x}_\downarrow(v_0)}{\dot{y}_\downarrow(v_0)} \right] dv_0 \\ & + \int_0^y \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_\uparrow(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_\uparrow(v_0)}{\dot{y}_\uparrow(v_0)} \right)_p - p_\downarrow(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_\downarrow(v_0)}{\dot{y}_\downarrow(v_0)} \right)_p \right] dv_0 \end{aligned} \quad (3.34b)$$

其中  $p_\uparrow(v_0, y)$  为以  $\bar{v}_0$  速度起跳的上升沙粒在高度  $y$  处发生碰撞的概率,

$\left( \frac{\dot{x}_\uparrow(v_0)}{\dot{y}_\uparrow(v_0)} \right)_p$  表示以  $\bar{v}_0$  速度起跳的上升沙粒在高度  $y$  处发生碰撞后沙粒的水平与垂直

速度之比。  $\overline{p_{\uparrow}(v_0, y)} = 1 - p_{\uparrow}(v_0, y)$ 。  $p_{\downarrow}(v_0, y)$  为以  $\bar{v}_0$  速度起跳的下降沙粒在高度  $y$  处发生碰撞的概率，  $\left(\frac{\dot{x}_{\downarrow}(v_0)}{|\dot{y}_{\downarrow}(v_0)|}\right)_p$  表示以  $\bar{v}_0$  速度起跳的下降沙粒在高度  $y$  处发生碰撞后沙粒的水平与垂直速度之比。  $\overline{p_{\downarrow}(v_0, y)} = 1 - p_{\downarrow}(v_0, y)$ 。 而高度  $y$  处的上升和下降概率  $p_{\uparrow}(v_0, y)$  和  $p_{\downarrow}(v_0, y)$ ， 我们可以根据第二章的空中碰撞概率模型计算得到。

### 3.6 风沙流达到动态平衡的判定条件

Owen(1964)指出：风沙流达到自平衡的本质在于处于稳定状态的风沙流中，风作用于床面的剪应力等于能够使床面沙粒运动的最小剪应力。因此，他认为风沙流达到自平衡时的床面剪应力应取为 Bagnold(1941)给出的临界冲击起动剪应力。与 Owen(1964)相同，本节在计算中将以风力作用于床面的剪应力是否为临界冲击起动风速所对应的剪应力作为风沙流达到自平衡状态的判定条件。Bagnold(1941)认为临界冲击起动风速约为临界流体起动风速的 80%，即有

$$\tau_n = 0.8\tau_{cf} \quad (3.35)$$

其中  $\tau_n$ 、 $\tau_{cf}$  分别为风沙流临界冲击起动剪应力和临界流体起动剪应力<sup>[4]</sup>。

### 3.7 输沙率的计算步骤与结果讨论

在这里的计算模型中取沙粒直径，  $D_p = 0.25\text{mm}, 0.35\text{mm}, 0.45\text{mm}, 0.55\text{mm}, 0.65\text{mm}$ ， 密度  $\rho_p = 2650\text{kg}/\text{m}^3$ ， 空气密度  $\rho = 1.22\text{kg}/\text{m}^3$ ， 空气的动力粘性系数  $\nu = 1.5 \times 10^{-5}$ ， 和初始风速廓线服从对数分布

$$u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad (3.36)$$

其中粗糙度  $y_0$  取为  $D_p/30$ 。

由于实验中风速的大小是用风洞的轴线风速表示的，需将其转化为摩阻速度。轴线风速  $u_m$  与摩阻速度  $u_*$  的关系可表示为<sup>[46]</sup>

$$u_* = (u_m - 4.32337)/11.49557 \quad (3.37)$$

根据我们在风洞实验中的观察，对于我们在实验中所用的样沙，风沙流的临界流体起动风速约为  $7.5 \text{ m/s}$ 。因此，临界冲击起动风速为

$$v_u = 0.8 \times 7.5 = 6 \text{ m/s} \quad (3.38)$$

由(3.37)式，临界冲击起动摩阻风速为

$$u_{u^*} = (6 - 4.32337) / 11.49557 = 0.146 \quad (3.39)$$

则风沙流临界冲击起动剪应力为

$$\tau_u = \rho u_{u^*}^2 = 1.22 \times 0.146^2 = 0.026 \text{ N/m}^2 \quad (3.40)$$

模型的实际计算过程如下：

- 1、给出输入参数  $\tau_u$  和  $u_m$  的值，将  $u_m$  代入方程(3.37)计算初始摩阻风速  $u_*$ ，再将  $u_*$  代入方程(3.36)以计算初始风速分布，并将结果记为  $u^1(y)$  (或  $u^1(y)$ )。
- 2、选取床面起沙率  $s$  的试验值，由(3.28)式计算起跳沙粒的初速度分布函数，并将结果记为  $f^1(v_0)$  (或  $f^1(v_0)$ )。
- 3、将  $u^1(y)$  (或  $u^1(y)$ ) 代入方程(3.7)计算各个沙粒群的跃移轨道，并将结果记为  $x^1(t)$  (或  $x^1(t)$ ) 和  $y^1(t)$  (或  $y^1(t)$ )。
- 4、将为  $x^1(t)$  (或  $x^1(t)$ ) 和  $y^1(t)$  (或  $y^1(t)$ ) 代入碰撞模型中求出碰撞后的速度  $x_1^1(t)$  (或  $x_1^1(t)$ ) 和  $y_1^1(t)$  (或  $y_1^1(t)$ )。
- 5、将  $s$ 、 $f^1(v_0)$  (或  $f^1(v_0)$ )、 $x^1(t)$  (或  $x^1(t)$ ) 和  $y^1(t)$  (或  $y^1(t)$ )、 $x_1^1(t)$  (或  $x_1^1(t)$ ) 和  $y_1^1(t)$  (或  $y_1^1(t)$ ) 代入方程(3.27)，以计算不同高度沙粒对风的反作用力  $F_x^1(y)$ 。
- 6、将  $F_x^1(y)$  带入(3.24)式后计算受跃移沙粒修正后的风速廓线，并重复步骤 3-5 直到风速分布收敛为止以得到  $u^{i+1}(y)$ ，从而得到此时风作用于的床面的剪应力  $\tau^{i+1}$ 。
- 7、若  $\tau^{i+1}$  大于 (小于)  $\tau_u$ ，则选取较大 (较小) 的  $s$  值，重新执行步骤 2-5

直到:

$$|\tau^{i+1} - \tau_i| \leq 0.01 \quad (3.41)$$

为止<sup>[4]</sup>。

## 第四章 计算结果与讨论

张亚丽(2005)<sup>[47]</sup>根据服从对数分布的风速计算了沙粒的空中碰撞概率。我们知道,实际风速的分布与对数分布是有差别的,所以在本章中,我们将从实际出发,根据黄宁在中国科学院寒区旱区环境与工程研究所沙坡头野外风洞中测得的实验风速来计算沙粒空中碰撞的概率。并将计算结果与风速服从对数情况下的计算结果进行了比较。我们在以往计算输沙率时考虑很多因素,如起跳沙粒的初速度分布函数、溅射函数,但是很少有学者计算输沙率时考虑沙粒的空中碰撞。本章将根据第二章所建立的碰撞模型及第三章计算输沙率的理论知识,计算了沙粒在空中发生碰撞时输沙率随高度的变化和单宽输沙率随摩阻风速的变化。并将计算结果与没有考虑空中碰撞的情况下的计算结果进行了比较。

### 4.1 计算实验测的风速下的空中碰撞概率

由第二章空中碰撞概率的模型来计算在实验风速下的空中碰撞概率,即式

$$(2.5): p(A_i) = 1 - p(T = \frac{\pm(y_{i+1} - y_i)}{\dot{y}})$$

#### 4.1.1 跃移沙粒运动方程

为了计算一颗沙粒在一次跃移过程中上升和下降阶段及整个跃移阶段发生碰撞的概率,我们需要知道单颗沙粒的跃移轨迹,下面我们就来计算一下单颗跃移沙粒的运动轨迹。

与第三章类似,跃移沙粒的运动方程与方程(3.7)相同,如下

$$m_p \frac{d^2x}{dt^2} = f_x = -\frac{\rho\pi D_p^2}{8} \left( \frac{24\nu}{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2}} + \frac{6}{1 + \sqrt{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} / \nu}} + 0.4 \right) \times (\dot{x}-u) \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} \quad (4.1a)$$

$$m_p \frac{d^2 y}{dt^2} = f_y - m_p g = -\frac{\rho \pi D_p^2}{8} \left( \frac{24\nu}{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2}} + \frac{6}{1 + \sqrt{D_p \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} / \nu}} + 0.4 \right) \times \dot{y} \sqrt{(\dot{x}-u)^2 + \dot{y}^2} - m_p g \quad (4.1b)$$

其中  $x$ 、 $y$  为沙粒位置坐标,  $g$  为重力加速度,  $m_p$  为沙粒质量,  $u$  为  $x$  方向风速,  $D_p$  为沙粒直径,  $\rho$  为空气密度,  $\nu$  为空气的动力粘性系数,  $\dot{x}$ 、 $\dot{y}$  分别为沙粒在  $x$ 、 $y$  方向上的速度分量。

在这里我们如果给出风速以及初始条件, 则通过求解方程(4.1)即可得到受重力、空气拖曳力作用的沙粒的运动轨迹。

#### 4.1.2 风速方程

我们根据郭翔等给出的轴线风速与摩阻风速的对应关系, 即式(3.37)来确定轴线风速所对应的摩阻风速的数值。

$$u_* = (u_m - 4.32337) / 11.49557 \quad (4.2)$$

我们根据公式(4.2)可以得到轴线风速 10m/s, 12m/s, 14m/s, 16m/s, 18m/s 所对应的摩阻风速。

A、根据稳定床面上的风速分布公式, 即式(3.16)来确定稳定床面上的风速分布:

$$u = \frac{u_*}{k} \ln\left(\frac{y}{y_0}\right) \quad (4.3)$$

其中:  $u$  是高度  $y$  处的风速,  $u_*$  为摩阻风速,  $k$  为卡曼常数(=0.4),  $y_0$  为标志床面粗糙度的特征长度, 一般情况下, 取  $y_0 = \frac{D_p}{30}$ 。

B、实际上风沙流是风与沙粒的双向耦合的, 与第三章类似, 考虑风-沙耦合时的风场发展方程与 3.3 节中方程(3.24)相同, 如下:

$$\frac{du}{dy} = \frac{1}{ky} \left[ \frac{\tau_b - \int_y^{y_{\max}} F_x(y) dy}{\rho} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.4)$$

若已知摩阻速度  $u_* (\tau_b = \rho u_*^2)$  和  $F_x(y)$ , 则可根据式(4.4)求出跃移层内风速沿高度变化曲线。式中  $k = 0.4$  为 von Karman 常数,  $\tau_b$  为此高度以上不受沙粒影响的气流的剪应力,  $F_x(y)$  为单位体积风所受沙粒的阻力。

单位体积风所受沙粒的阻力  $F_x(y)$  的计算与 3.4 节中方程(3.27)相同, 如下

$$F_x(y) = sm_p \int f(v_0) \left[ \frac{a_{x\uparrow}}{|\dot{y}_\uparrow|} + \frac{a_{x\downarrow}}{|\dot{y}_\downarrow|} \right] dv_0 \quad (4.5)$$

式中  $s$  为单位时间内从单位面积上起跳的沙粒数,  $f(v_0)$  为起跳沙粒的初速度分布函数,  $\dot{y}$  为沙粒穿过高度  $[y - dy, y]$  时的平均垂向速度,  $\uparrow$ 、 $\downarrow$  分别表示沙粒处于上升阶段或下降阶段,  $a_{x\uparrow}(y)$ 、 $a_{x\downarrow}(y)$  分别为沙粒在上升和下降阶段经过高度  $y$  处的加速度。

C、风洞中测出的达到稳定状态下的实验风速值。其数值如图 4-1,

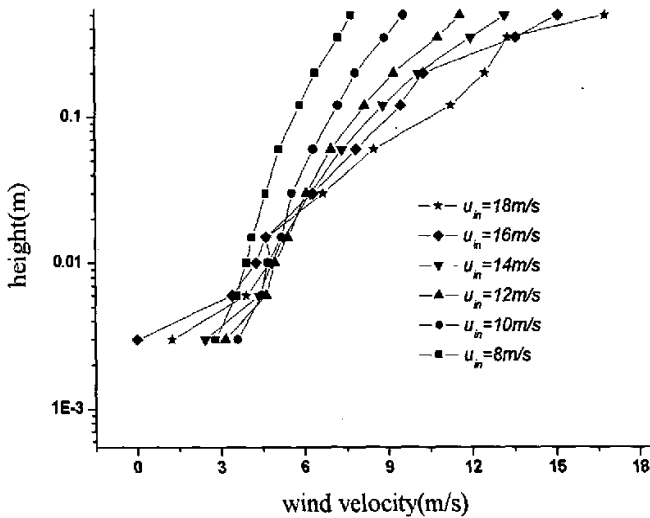


图 4-1 起沙后的贴地风速廓线

综上所述, 我们可以对这三种情况分别在轴线风速 10m/s, 12m/s, 14m/s, 16m/s, 18m/s 进行比较, 如下图:

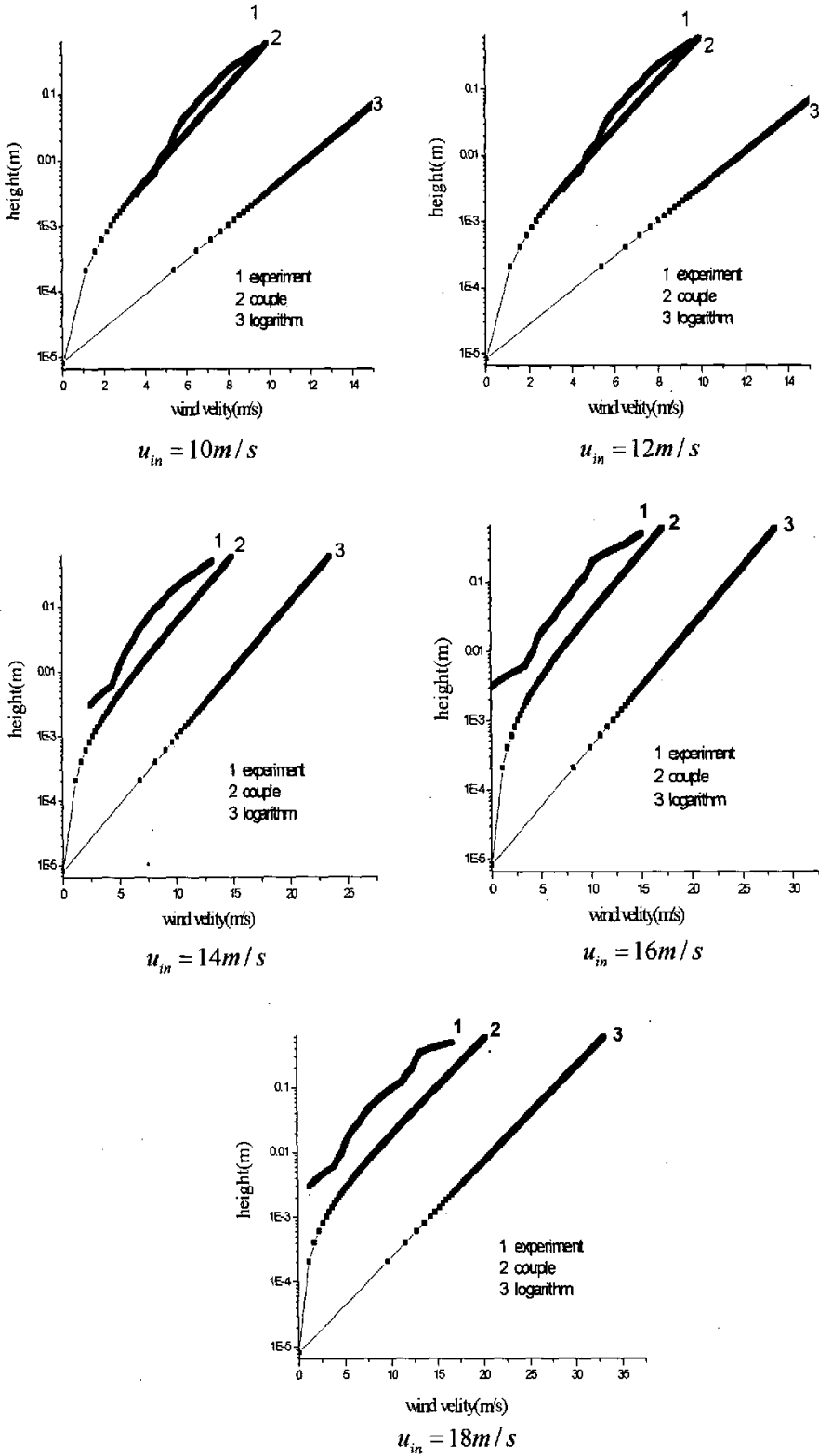


图 4-2 表示不同轴线风速下的风速廓线图



从图 4-2, 我们可知当风沙考虑耦合作用时, 风沙流达到稳定状态下的风速廓线并不是呈对数分布, 但是这个风速值与风沙流达到稳定状态下的实验风速值接近。因此以对数分布风速表示达到稳定状态的风速廓线是不准确的, 从图中看到误差很大。由于这个误差会直接影响到计算结果如对沙粒轨道的影响, 以及对沙粒空中碰撞的概率的影响等, 因此这种对数分布风速计算风沙流稳态情况是不符合实际要求的。

#### 4.1.3 初始条件

方程(4.1)的初始条件可按如下方式给出:

$$t=0: x=0, y=0, \dot{x}=0, \dot{y}=v_0 \quad (4.6)$$

其中  $v_0$  是沙粒的垂直起跳的初速度。

通过上面的分析, 我们可知方程(4.1)与方程(4.3)在初始条件(4.6)构成稳态情形下风沙跃移运动的定解问题。因此我们在初始条件(4.6)下, 通过求解跃移沙粒的运动方程(4.1)及加上实验测的风速就可以得到沙粒的跃移运动轨迹。在计算过程中我们把沙粒的起跳初速度划分为 0.4m/s, 0.6m/s, 0.8m/s, 1.0m/s, 1.2m/s, 1.4m/s, 1.6m/s, 1.8m/s 八份来计算不同起跳初速度, 不同摩阻风速下的沙粒运动轨迹。

#### 4.1.4 跃移沙粒在空中碰撞概率随时间的变化

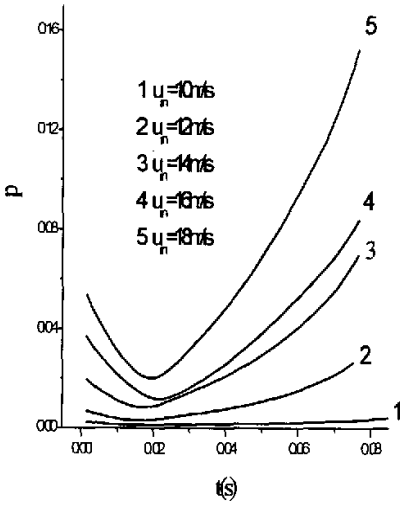
##### A、实验测的风速下的空中碰撞概率随时间的变化

表 4-1 是在不同轴线风速  $u_{in} (ms^{-1})$  下, 沙粒粒径为 0.25mm 时, 浓度常数  $c_0, \nu$  的取值<sup>[43]</sup>

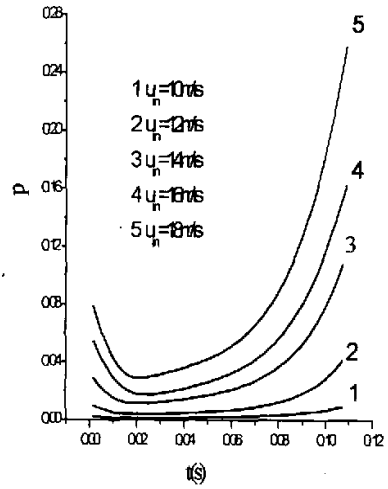
$u_{in} (ms^{-1})$	10	12	14	16	18
$c_0$	$4.95 \times 10^{-5}$	$9.78 \times 10^{-5}$	$1.76 \times 10^{-4}$	$2.68 \times 10^{-4}$	$3.09 \times 10^{-4}$
$\nu$	0.1763	0.1939	0.2011	0.2182	0.2023

表 4-1

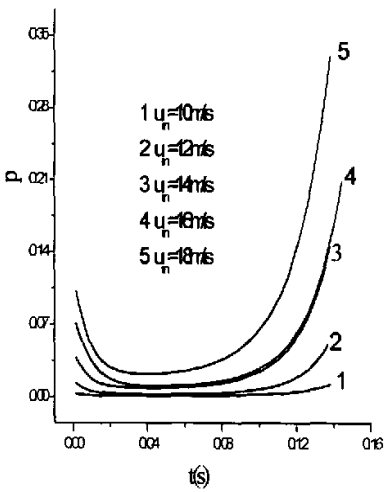
根据式(4.1)及表(4-1), 我们可以得到当轴线风速  $u_n (ms^{-1})$  取不同值, 跃移沙粒粒径为  $0.25mm$  时, 其在整个跃移过程不同时刻的碰撞概率如图 4-3 所示:



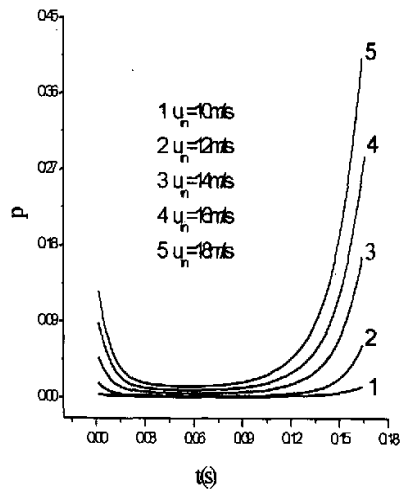
(1)  $v_0 = 0.4m/s$



(2)  $v_0 = 0.6m/s$



(3)  $v_0 = 0.8m/s$



(4)  $v_0 = 1.0m/s$

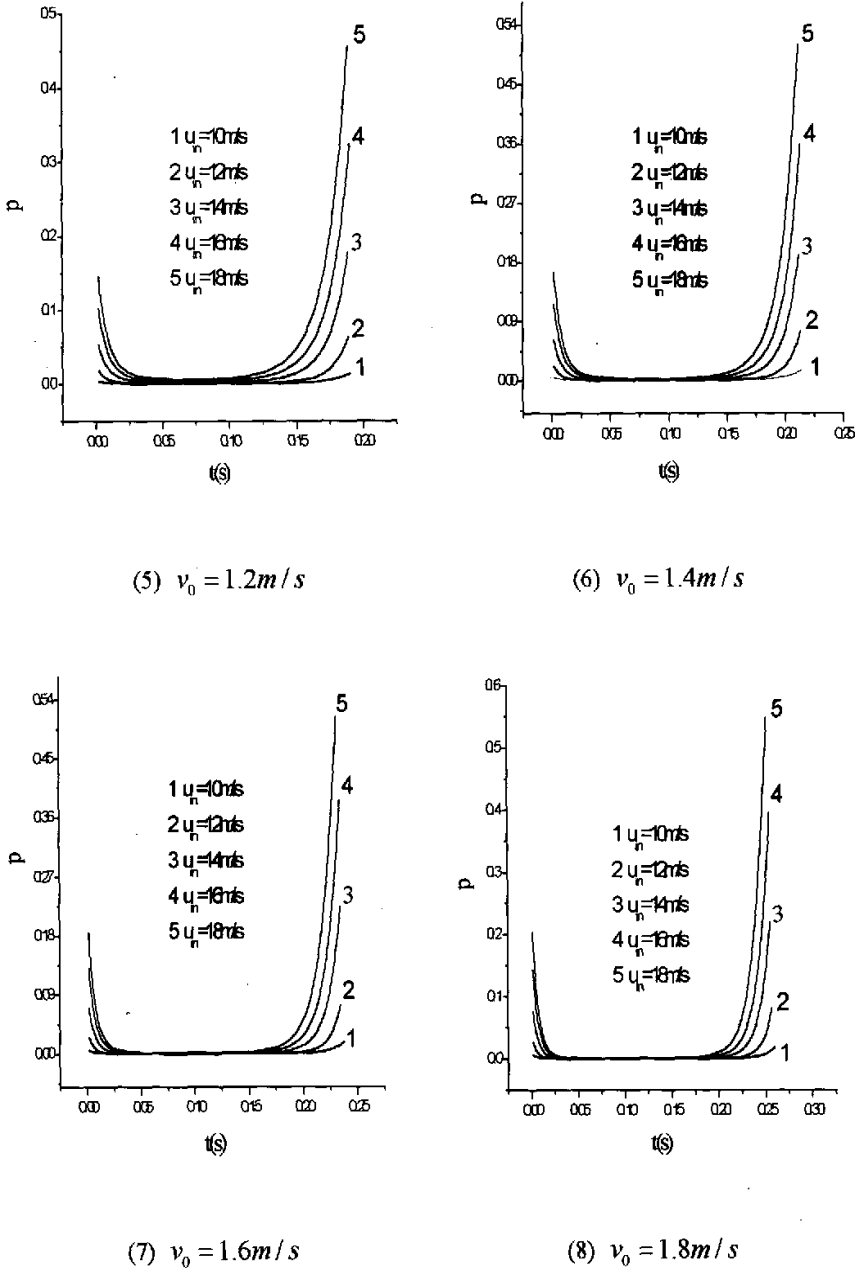


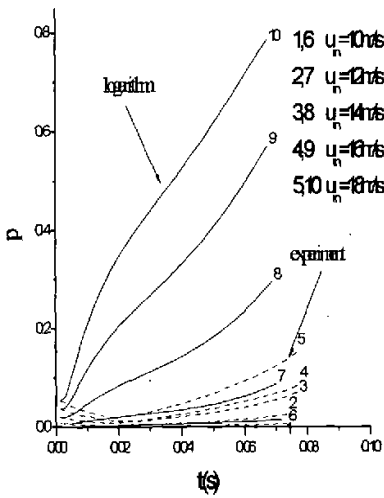
图 4-3 碰撞概率随时间的变化图

从图 4-3，我们可知：一、对同一起跳初速度的沙粒，在同一时刻，碰撞的概率随着轴线风速的增大而增大。在相同条件下，与在对数分布风速下计算出的碰撞的概率的规律一样。二、跃移沙粒在空中发生碰撞的概率随时间  $t$  的增大是先减小后增大。这个规律随着起跳初速度的增大越来越明显，在对数风速下也有

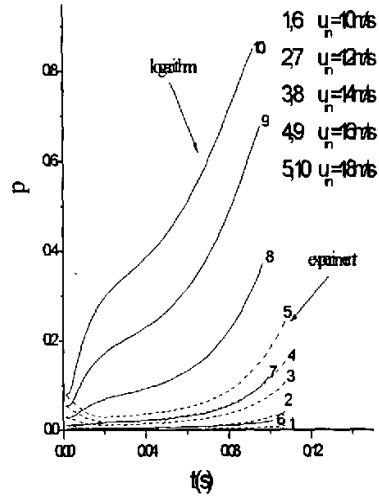
同样的规律。这是由于跃移沙粒的跃移轨迹随着起跳初速度的增大越来越高，使得沙粒浓度随高度的变化增大。

B、比较在实验测的风速与对数分布风速下的空中碰撞概率随时间的变化

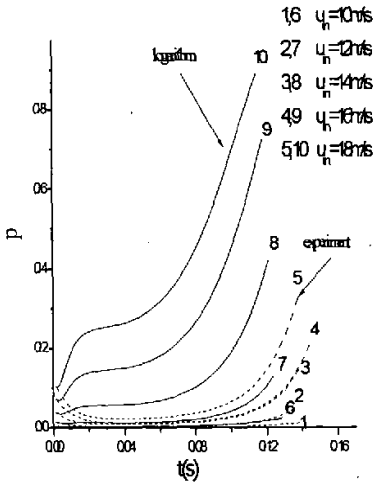
前面已经提到，用对数分布风速表示风沙流达到稳定状态的风速，存在着很大的误差。下面我们将比较它们空中碰撞概率随时间的变化，如图 4-4:



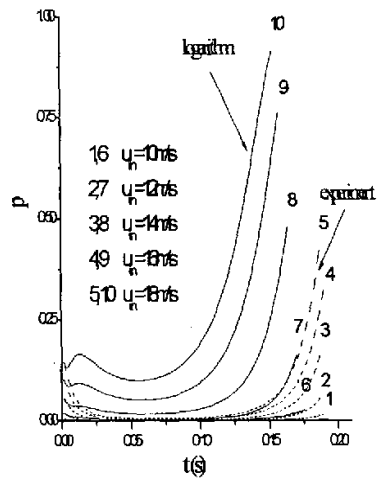
(9)  $v_0 = 0.4m/s$



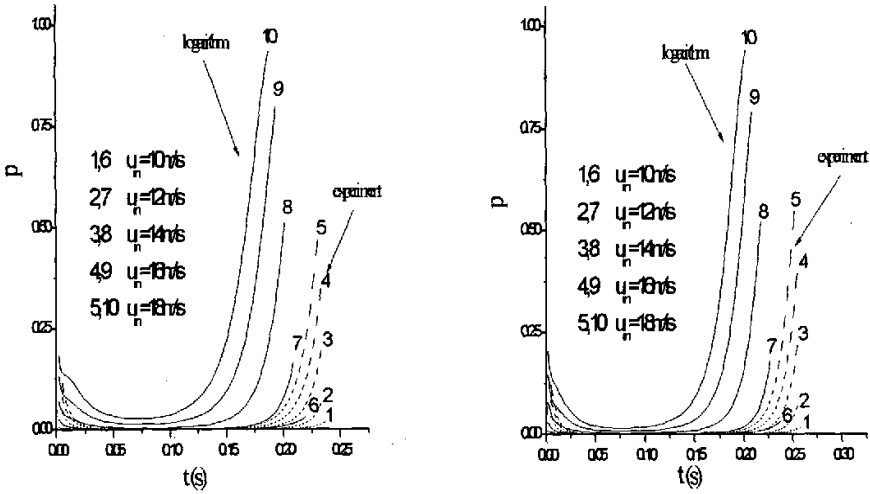
(10)  $v_0 = 0.6m/s$



(10)  $v_0 = 1.0m/s$



(11)  $v_0 = 1.2m/s$



(12)  $v_0 = 1.6m/s$

(13)  $v_0 = 1.8m/s$

图 4-4 不同起跳初速度，不同风速下的概率比较图

由图 4-4，我们可知：一、同一起跳初速度的沙粒，在同一时刻，碰撞的概率在实验风速下的值比在对数风速下的值小，并且随着轴线风速的增大这种变化趋势越来越大。二、随着起跳初速度的增大，这种趋势也越来越大。这种现象是由对数风速造成的误差引起的。因为在同样的条件下，对数风速比实验风速在同一高度的值大。这就导致沙粒的轨道在对数风速下比在实验风速下低，因为当轨道低的时候跃移沙粒运行的距离长，在低处时沙粒的浓度大，所以运行距离越长就更容易发生碰撞，因此对数风速下的概率比在实验风速下得到的概率大。

## 4.2 空中碰撞的输沙率计算

### 4.2.1 碰撞过程：

我们为了把这个问题简单化，作了以下两个假设：

- 1、计算碰撞的速度时，我们利用硬球碰撞模型，即用简单的位置变换和动量定理来计算（该方法在前面已做介绍）；
- 2、只考虑被碰撞沙粒在某一位置是静止的，也就是在碰撞发生之前这个沙

粒的初始速度为零。

根据第二个假设我们可以得到： $V_2 = 0$ ，从而将第二章中的公式(2.26)，(2.27)

以及(2.32)，(2.33)简化为：

上升过程：

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_1: \quad v'_{1x} &= V_1 \cos(A_1) \cos(s) + \frac{(1-e)}{2} V_1 \sin(A_1) \sin(s) \\ v'_{1y} &= V_1 \cos(A_1) \sin(s) - \frac{(1-e)}{2} V_1 \sin(A_1) \cos(s) \end{aligned} \quad (4.7a)$$

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_2: \quad v'_{2x} &= \frac{(1+e)}{2} V_1 \sin(A_1) \sin(s) \\ v'_{2y} &= -\frac{(1+e)}{2} V_1 \sin(A_1) \cos(s) \end{aligned} \quad (4.7b)$$

下降过程：

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_1: \quad v'_{1x} &= V_1 \cos(A_1) \cos(s) + \frac{(1-e)}{2} V_1 \sin(A_1) \sin(s) \\ v'_{1y} &= V_1 \cos(A_1) \sin(s) - \frac{(1-e)}{2} V_1 \sin(A_1) \cos(s) \end{aligned} \quad (4.8a)$$

$$\begin{aligned} \text{沙粒 } m_2: \quad v'_{2x} &= \frac{(1+e)}{2} V_1 \sin(A_1) \sin(s) \\ v'_{2y} &= -\frac{(1+e)}{2} V_1 \sin(A_1) \cos(s) \end{aligned} \quad (4.8b)$$

#### 4.2.2 碰撞后输沙率的计算公式

由第三章中公式(3.34a)和(3.34b)得到：

1)考虑碰撞后高度  $y$  处的输沙率公式：

$$\begin{aligned} Q_c(y) &= \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_{\uparrow}(v_0, y) \frac{\dot{x}_{\uparrow}(v_0)}{\dot{y}_{\uparrow}(v_0)} - p_{\downarrow}(v_0, y) \frac{\dot{x}_{\downarrow}(v_0)}{\dot{y}_{\downarrow}(v_0)} \right] dv_0 \\ &+ \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_{\uparrow}(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_{\uparrow}(v_0)}{\dot{y}_{\uparrow}(v_0)} \right)_p - p_{\downarrow}(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_{\downarrow}(v_0)}{\dot{y}_{\downarrow}(v_0)} \right)_p \right] kv_0 \end{aligned}$$

2)考虑碰撞后的单宽输沙率公式：

$$\begin{aligned} Q_{mc} &= \int_0^y \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_{\uparrow}(v_0, y) \frac{\dot{x}_{\uparrow}(v_0)}{\dot{y}_{\uparrow}(v_0)} - p_{\downarrow}(v_0, y) \frac{\dot{x}_{\downarrow}(v_0)}{\dot{y}_{\downarrow}(v_0)} \right] dv_0 \\ &+ \int_0^y \int_{v_{0\min}}^{v_{0\max}} sm_p f(v_0) \left[ p_{\uparrow}(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_{\uparrow}(v_0)}{\dot{y}_{\uparrow}(v_0)} \right)_p - p_{\downarrow}(v_0, y) \left( \frac{\dot{x}_{\downarrow}(v_0)}{\dot{y}_{\downarrow}(v_0)} \right)_p \right] kv_0 \end{aligned}$$

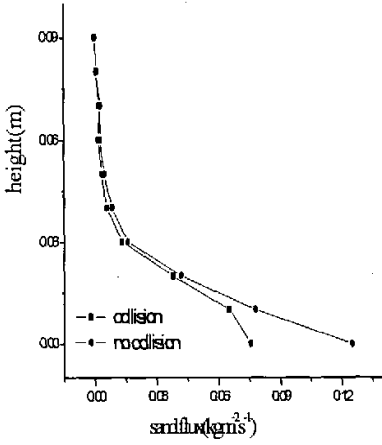
其中  $p_{\uparrow}(v_0, y)$  为以  $v_0$  速度起跳的上升沙粒在高度  $y$  处发生碰撞的概率， $\left(\frac{\dot{x}_{\uparrow}(v_0)}{|\dot{y}_{\uparrow}(v_0)|}\right)_p$  表示以  $v_0$  速度起跳的上升沙粒在高度  $y$  处发生碰撞后沙粒的水平与垂直速度之比。 $\overline{p_{\uparrow}(v_0, y)} = 1 - p_{\uparrow}(v_0, y)$ 。 $p_{\downarrow}(v_0, y)$  为以  $v_0$  速度起跳的下降沙粒在高度  $y$  处发生碰撞的概率， $\left(\frac{\dot{x}_{\downarrow}(v_0)}{|\dot{y}_{\downarrow}(v_0)|}\right)_p$  表示以  $v_0$  速度起跳的下降沙粒在高度  $y$  处发生碰撞后沙粒的水平与垂直速度之比。 $\overline{p_{\downarrow}(v_0, y)} = 1 - p_{\downarrow}(v_0, y)$ 。而高度  $y$  处的上升和下降概率  $p_{\uparrow}(v_0, y)$  和  $p_{\downarrow}(v_0, y)$ ，我们根据第二章中的空中碰撞概率模型可以计算得到。

### 4.3 考虑空中碰撞和不考虑空中碰撞时的输沙率随高度的变化比较

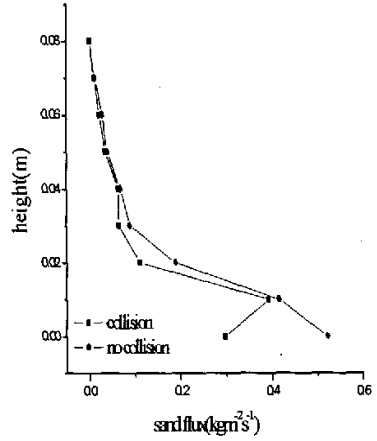
我们根据(3.34a)式来计算发生碰撞时的输沙率随高度的变化。因为在高度  $y$  处的概率  $p_{\uparrow}(v_0, y)$  和  $p_{\downarrow}(v_0, y)$  是指在空中至少与一颗沙粒发生碰撞时的概率，所以我们在这里也只考虑空中至少与一颗沙粒发生碰撞的情况。第二章我们已经介绍了沙粒在上升和下降过程中发生碰撞时的速度是不同的，因此我们必须分别考虑这两个过程。即当在上升过程发生碰撞时，碰撞后的速度值由式(4.7)计算；当在下降过程发生碰撞时，其碰撞后的速度值由式(4.8)计算。首先我们考虑运动沙粒与被碰沙粒在任意位置发生碰撞，前面我们已经假设被碰沙粒初始状态是静止的，为了使更多沙粒在跃移过程中能发生碰撞，我们调整被碰沙粒的初始位置。因此，我们在下面的计算过程中任意固定被碰沙粒的水平位置是  $x$  轴上的任意一点  $x_0$ ，竖直高度  $y_0 = i * h$ ，其中步长  $h$  取值很小，我们可以变化被碰颗粒的水平位置  $x_0$  以便达到颗粒碰撞的最大数目。空中碰撞概率随高度的变化而变化，不同高度的碰撞概率是不同的。轨道越高，则碰撞概率越小；轨道越低，则碰撞概率越大。碰撞概率我们可以根据第二章中计算空中碰撞概率的理论模型求得。

通过计算得到在不同的轴线风速，不同粒径下对考虑空中碰撞时和不考虑空中碰撞时的输沙率随高度变化进行比较。

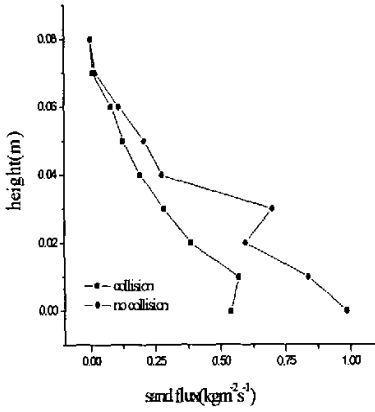
如图 4-5 所示：



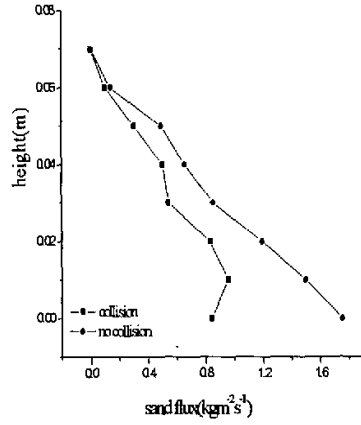
(a) 沙粒粒径 0.25mm, 轴线风速 8m/s



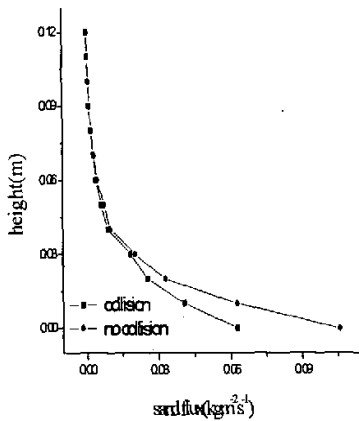
(b) 沙粒粒径 0.25mm, 轴线风速 10m/s



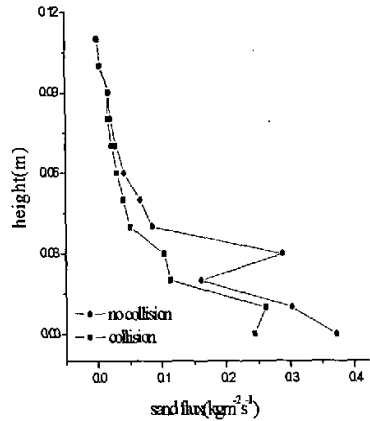
(c) 沙粒粒径 0.25mm, 轴线风速 12m/s



(d) 沙粒粒径 0.25mm, 轴线风速 14m/s

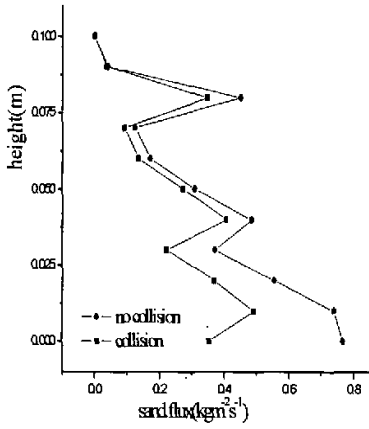


(e) 沙粒粒径 0.35mm, 轴线风速 8m/s

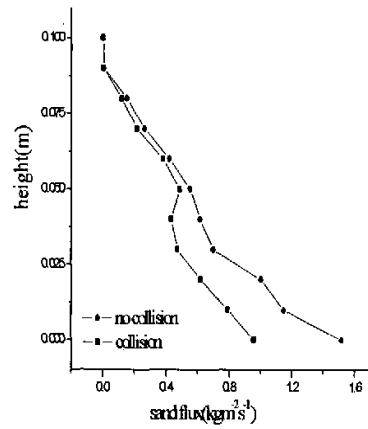


(f) 沙粒粒径 0.35mm, 轴线风速 10m/s

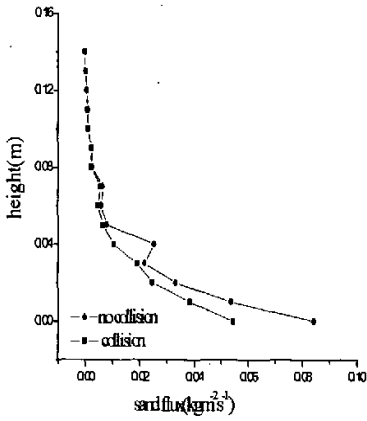




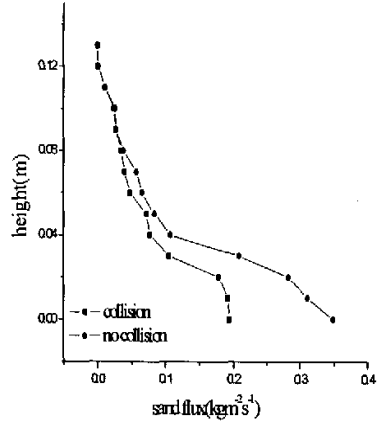
(g) 沙粒粒径 0.35mm, 轴线风速 12m/s



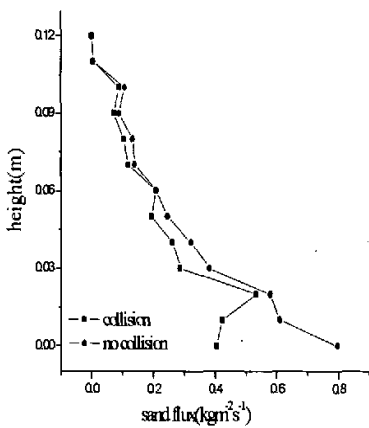
(h) 沙粒粒径 0.35mm, 轴线风速 14m/s



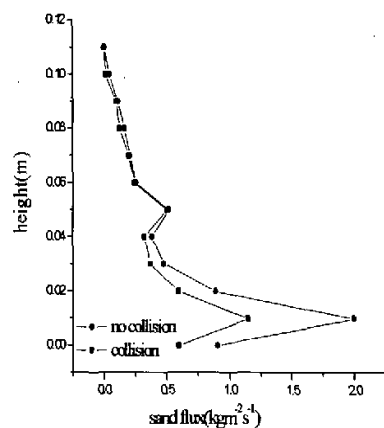
(i) 沙粒粒径 0.45mm, 轴线风速 8m/s



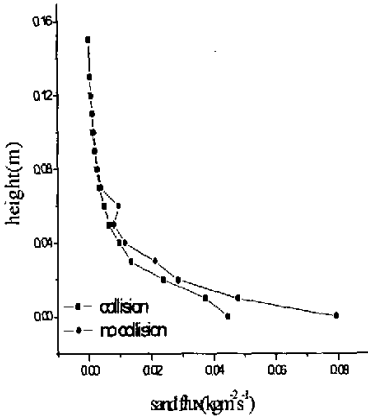
(j) 沙粒粒径 0.45mm, 轴线风速 10m/s



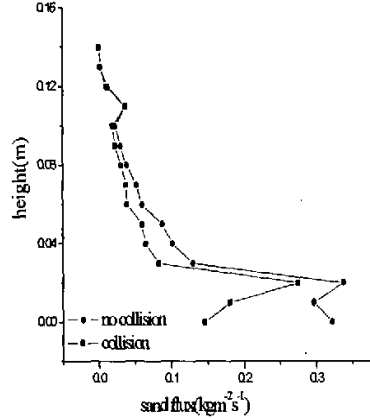
(k) 沙粒粒径 0.45mm, 轴线风速 12m/s



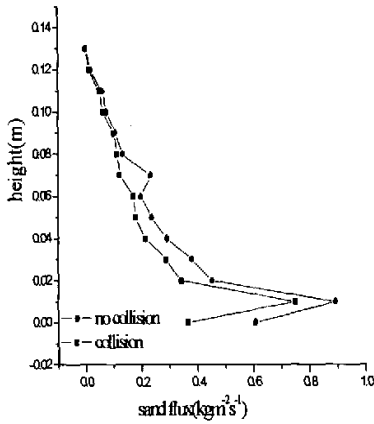
(l) 沙粒粒径 0.45mm, 轴线风速 14m/s



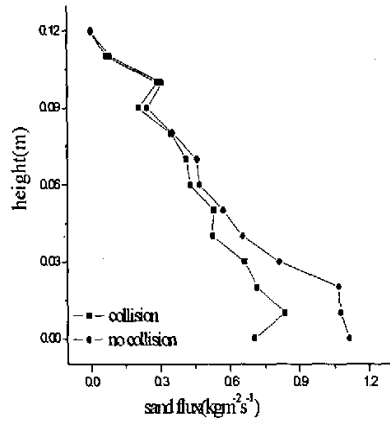
(m) 沙粒粒径 0.55mm, 轴线风速 8m/s



(n) 沙粒粒径 0.55mm, 轴线风速 10m/s



(o) 沙粒粒径 0.55mm, 轴线风速 12m/s



(p) 沙粒粒径 0.55mm, 轴线风速 14m/s

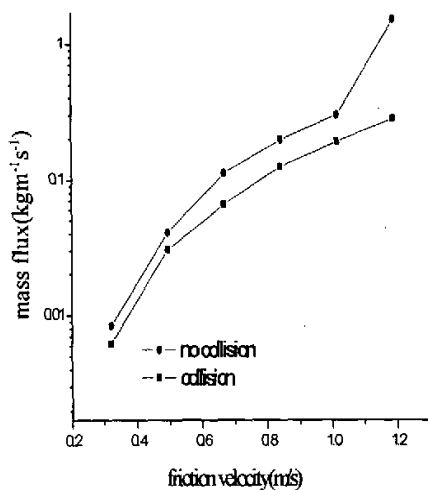
图 4-5 不同粒径, 不同轴线风速下考虑和不考虑碰撞输沙率随高度的变化比较

从图 4-5 中, 我们可知: 一、考虑空中碰撞时的输沙率随高度的变化比不考虑空中碰撞时的小。比如在图(a)中, 轴线风速为 8m/s, 粒径为 0.25mm, 当  $height = 0.03m$  时, 沙粒碰撞前的输沙率  $Q_1 = 0.016kgm^{-2}s^{-1}$ , 而碰撞后的输沙率  $Q_2 = 0.013kgm^{-2}s^{-1}$ 。因为这里假设其中一颗沙粒是静止的, 当两颗沙粒发生碰撞时, 沙粒的能量将会减小, 使得碰撞沙粒的速度也将减小, 因此根据输沙率的公式得到考虑空中碰撞的输沙率随高度的变化比不考虑空中碰撞时输沙率随高度的变化小。二、这种变小的趋势随着高度的变化有明显的变化即随着高度的增大这种变化趋势越来越小。比如在图 (h) 中, 沙粒粒径 0.35mm, 轴线风速 14m/s, 当

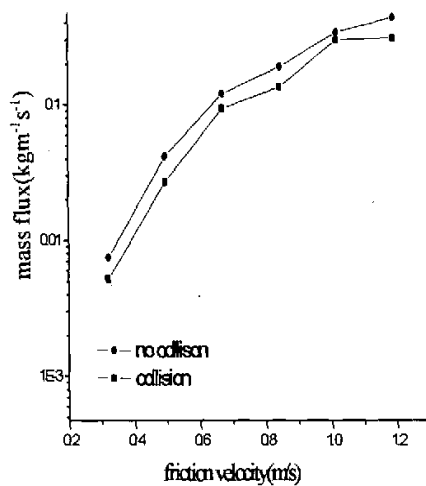
height = 0.04m 时, 沙粒碰撞前的输沙率  $Q_1 = 0.62\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ; 碰撞后的输沙率  $Q_2 = 0.43\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ 。从而根据它们的变化量  $\Delta Q_{0.04} = Q_1 - Q_2$  得到  $\Delta Q_{0.04}$  的值为  $0.19\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ 。当 height = 0.08m 时, 沙粒碰撞前的输沙率  $Q_1 = 0.15\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ ; 沙粒碰撞后的输沙率  $Q_2 = 0.12\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ 。从而得到  $\Delta Q_{0.08}$  的值为  $0.03\text{kgm}^{-2}\text{s}^{-1}$ 。由上可以得到  $\Delta Q_{0.04} > \Delta Q_{0.08}$ 。当沙粒与至少一颗沙粒在空中发生碰撞时的碰撞概率是随着高度的增大而减小, 即在轨道高的位置碰撞概率小, 而轨道低的位置碰撞概率大。因此输沙率这种变小的趋势随着高度的增大而越来越小。

#### 4.4 比较考虑空中碰撞和不考虑空中碰撞时单宽输沙率随摩阻风速的变化

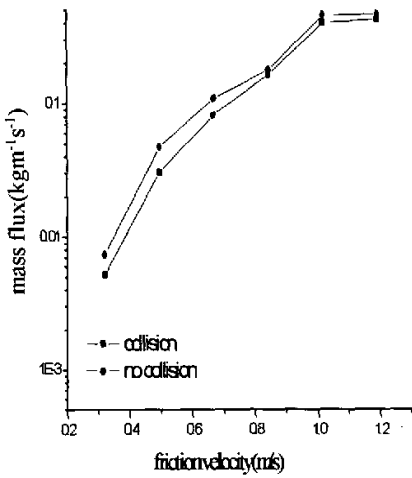
如图所示:



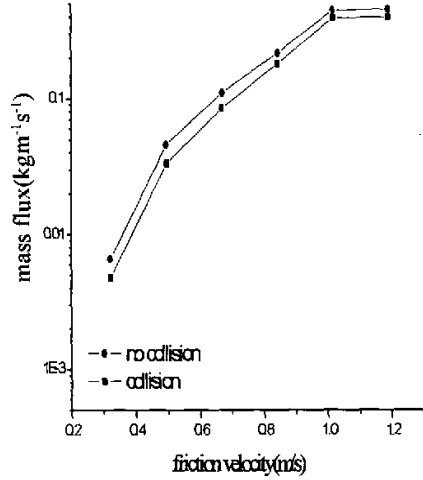
(q) 沙粒粒径 0.25mm



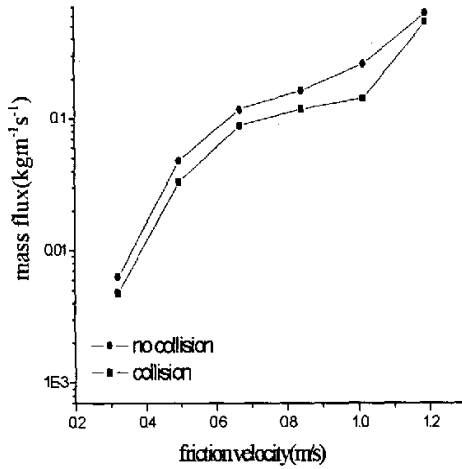
(r) 沙粒粒径 0.35mm



(s) 沙粒粒径 0.45mm



(t) 沙粒粒径 0.55mm



(u) 沙粒粒径 0.65mm

图 4-6 不同粒径下，单宽输沙率随摩阻风速的变化

由图 4-6，我们可以看出：一、在沙粒发生碰撞前后，单宽输沙率都是随着摩阻风速的增大而变大。如在图(q)中，沙粒粒径为  $0.25\text{ mm}$ ，在不考虑空中碰撞情况下，当摩阻风速  $u_* = 0.8418\text{ m/s}$  时，单宽输沙率  $q_1 = 0.20\text{ kgm}^{-1}\text{ s}^{-1}$ ，当摩阻风速  $u_* = 1.0158\text{ m/s}$  时，单宽输沙率  $q'_1 = 0.30\text{ kgm}^{-1}\text{ s}^{-1}$ ；在考虑空中碰撞情况下，当摩阻风速  $u_* = 0.8418\text{ m/s}$  时，单宽输沙率  $q_2 = 0.13\text{ kgm}^{-1}\text{ s}^{-1}$ ，当摩阻风速  $u_* = 1.0158\text{ m/s}$

时, 单宽输沙率  $q'_2 = 0.19 \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ , 很明显可以看到  $q_1 < q'_1$  和  $q_2 < q'_2$ 。二、考虑空中碰撞时单宽输沙率随摩阻风速的变化比相同条件下不考虑空中碰撞时的变化小。如在图(s)中, 沙粒粒径为  $0.45 \text{mm}$ , 当摩阻风速  $u_* = 0.4938 \text{m/s}$  时, 考虑碰撞的单宽输沙率  $q_1 = 0.05 \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ ; 不考虑碰撞的单宽输沙率  $q_2 = 0.03 \text{kgm}^{-1}\text{s}^{-1}$ , 很明显  $q_1 > q_2$ 。三、随着沙粒粒径的增大, 这种碰撞使得变小的趋势没有明显的变化。

#### 4.5 小结

一、本章应用 Sorensen and (1996)<sup>[44]</sup> 和张亚丽(2005)<sup>[47]</sup> 空中碰撞概率的模型计算了在实验测的风速下跃移沙粒空中发生碰撞的概率。考虑了轴线风速, 起跳初速度对跃移沙粒空中发生碰撞概率的影响。比较了对数分布风速与实验测的风速下的计算结果, 结果表明:

- (1) 对同一起跳初速度的沙粒, 在同一时刻, 碰撞的概率随着轴线风速的增大而增大。这与在相同条件下, 用对数分布风速计算出的碰撞的概率的变化规律相同。
- (2) 跃移沙粒在空中发生碰撞的概率随时间  $t$  的增大是先减小后增大
- (3) 同一起跳初速度的沙粒, 在同一时刻, 碰撞的概率在实验风速下的值比在对数风速下的值小, 并且随着轴线风速的增大这种变化趋势越来越大。
- (4) 随着起跳初速度的增大, 这种随着轴线风速的增大的变化趋势也越来越明显。

二、我们比较了在对数风速, 实验测的风速及风沙耦合作用下的风速随着高度的变化。结果表明: 当风沙流达到稳定状态时, 风沙耦合作用下求得风速与实验风速接近, 而且此时风速不服从对数分布。因此我们用对数分布计算风沙流稳定时的风速廓线存在很大的误差, 是不符合实际的。

三、我们根据第二章的碰撞理论模型计算了跃移沙粒在空中发生碰撞对输沙率的影响。并且比较了考虑发生碰撞情况和不考虑发生碰撞情况下输沙率随着高度的变化和单宽输沙率随着摩阻风速的变化。结果表明:

- (1) 在同一粒径, 同一轴线风速下, 考虑发生碰撞时的输沙率随高度的变化比

没有考虑发生碰撞时变化小。

- (2) 这种变小的趋势随着高度有着明显的变化即随着高度的增大这种变化趋势越来越小。
- (3) 考虑空中碰撞和不考虑空中碰撞时单宽输沙率都是随着摩阻风速的增大而变大。
- (4) 考虑空中碰撞时单宽输沙率随着摩阻风速的变化比不考虑空中碰撞的变化小。

## 第五章 结论与展望

风沙物理学的研究方面主要着眼宏观方面和微观两方面进行研究。但只有将两者有机的结合起来,才能使得风沙物理学的研究体系更加完整,对风沙工程也更有实际意义。而沙粒起跳的初速度分布函数是将这两方面有机联结的可能途径之一。本文通过对 Navier—Stokes 风场方程的简化和对跃移运动中的沙粒受力分析后,考虑风沙间的相互作用,引入沙粒起跳初速度分布函数,得到了稳态风沙耦合的跃移运动模型。然后在所建立风沙耦合跃移运动模型的基础上,考虑了风沙运动的另外一个基础性问题—空中碰撞,利用 Sorensen and (1996)<sup>[44]</sup>和张亚丽(2005)<sup>[47]</sup>计算跃移沙粒空中发生碰撞概率的模型和本文中提出的计算跃移沙粒碰撞后的速度变化模型,讨论了在实验风速下跃移沙粒发生空中碰撞的概率,比较在实验风速,风沙耦合作用下的风速及对数风速下的风速廓线,并且讨论了跃移沙粒在空中发生碰撞时对输沙率的影响。现将本文的主要研究内容及结果总结如下:

1、考虑到在不同风速下所计算出来的空中碰撞概率有所不同,因此我们首先比较了在相同的条件下,由风洞实验中得到的风速、风沙耦合作用下的风速及对数风速下的风速廓线图。我们得到,风沙耦合作用下的风速在风沙流达到稳定状态时的值比较接近于由实验测的风速下的值,而对数风速在达到稳定状态时的值于与其它两种风速比较差别比较大。由于在稳定状态下的速度不是服从对数分布,因此我们用对数分布计算稳定状态下的风速时会与实验数据有很大的误差。我们以后计算跃移运动时还是要考虑耦合作用,这样才能与实验更接近,这样研究的价值才更有实际意义。

2、以往计算空中碰撞概率都是利用对数风速,并没有根据实验得到的风速来计算。本文我们计算了在实验风速下,不同起跳初速度的跃移沙粒在空中发生碰撞的概率在整个跃移过程随着时间的变化。其结果表明跃移沙粒在空中发生碰撞的概率随着轴线风速和起跳初速度的增大而增大;碰撞概率随着时间的增大先减小后增大;其规律与对数风速下一样。然后,通过比较对数风速与实验风速下沙粒在空中发生碰撞的概率,得到在同一起跳初速度下,同一时刻时实验风速的碰

撞概率比对数风速下得到的小。而且这种趋势随着起跳初速度的增大越来越明显。

3、考虑到空中碰撞对研究沙粒跃移运动有重要的意义和在以往研究中往往将其忽略，本文利用提出的计算空中跃移沙粒碰撞时的速度变化模型结合张亚丽(2005)<sup>[47]</sup>提出的计算空中碰撞概率的模型计算了空中碰撞对跃移沙粒运动输沙率的影响。考虑空中碰撞时：输沙率是随高度的增大而减小；单宽输沙率随着摩阻风速的增大而增大，其规律和不考虑空中碰撞的所得到的一样。并且我们比较了考虑空中碰撞与不考虑空中碰撞对输沙率的影响，其结果表明：在同一粒径，同一高度下，考虑空中碰撞时得到的输沙率比不考虑空中碰撞的小；在同一粒径，同一摩阻风速下，考虑空中碰撞时的单宽输沙率也是比不考虑空中发生碰撞的小。

通过硬球碰撞理论模型讨论了空中碰撞对输沙率的影响，这些结论对研究风沙物理有着一定的意义，但还存在着一些问题和需要进一步完善的地方。

- 1、本文中所采用的计算跃移沙粒空中碰撞后的速度变化的硬球碰撞模型仅考虑碰撞前后速度和位置的变化，因此我们应采用不同的碰撞模型考虑碰撞沙粒角速度、挤压位移以及碰撞角度对计算结果的影响。
- 2、由于沙粒的空中碰撞是随机运动，但是本文做了一个假设即被碰撞沙粒是静止的。这样也就没有体现出碰撞的随机性，从而也就失去了问题所具有的很多重要性质。因此有待于改善求解速度碰撞模型以便更能精确的计算空中碰撞对输沙率的影响。



## 参考文献

- [1]. 王式功, 董光荣, 陈慧忠等, 沙尘暴研究的进展, 中国沙漠, 20(4), (2000):349-356.
- [2]. Huang Ning, Zheng Xiaojing, A laboratory test of the test of the electrification phenomenon in wind-blown sand flux, Chinese Science Bulletin, 46, (2001): 417-420.
- [3]. Zheng Xiaojing, Huang Ning and Zhou You-He, Laboratory measurement of electrification of wind-blown sands and simulation of its effect on sand saltation movement, J. Geophys. Res., 2003, 108(D10)
- [4]. 黄宁, 沙粒带电及风沙电场对风沙跃移运动影响的研究, 兰州大学博士学位论文, 2002.
- [5]. 吴正, 风沙地貌学, 科学出版社, 1985.
- [6]. 王涛, 朱震达, 2001, 中国沙漠化研究. 中国生态农业报, 9(2): 7-12
- [7]. 王涛, 陈广庭, 钱正安等. 中国北方沙尘暴现状及对策, 中国沙漠, 2001, 21(4): 322-327.
- [8]. 郑晓静, 周又和, 风沙运动研究中的若干关键力学问题力学与实践, 2003, 25(2): 1-6.
- [9]. Bagnold R A. 1941. The physics of blown sand and desert dune. Methuen, London.
- [10]. 孙其诚, 王光谦, 2001, 风沙运动的计算机模拟. 科学通报, 46(3): 254-256.
- [11]. 邢茂, 郭烈锦, 2003, 紊流风场中起跳沙粒的轨迹特征中国沙漠, 23(6): 637-641.
- [12]. 邢茂, 郭烈锦, 2004, 风沙稳定输运中起跳沙粒运动状态分布函数. 工程热物理学报, 25(4): 484-550.
- [13]. 杨保, 邹学勇, 1999, 风沙流中颗粒跃移研究的某些进展与问题. 力学与实践, 25(2): 1-6.
- [14]. White B R, and Schulz J C, 1977, Magnus effect in saltation. J. Fluid Mech., 81: 497-512.
- [15]. 刘贤万, 1995, 实验风沙物理与风沙工程学. 科学出版社, 北京.
- [16]. 黄宁, 郑晓静, 2003, 沙粒跃移云 Magnus 力对床面有效粗糙度的影响. 中国沙漠, 23(6): 616-620.
- [17]. 董飞, 刘大有, 贺大良, 1995. 风沙运动的研究进展和发展趋势. 力学进展, 25: 368-391.

- [18]. Ungar J, and Haff P K, 1987, Steady state saltation in air. *Sedimentology*, 34: 289-299.
- [19]. Kawamura, R., Study on sand movement by wind, Report of institute Sci.& Tech. Univ. Tokyo, 5(3), (1951): 95-112.
- [20]. Owen, P.R, Saltation of uniform grains in air, *J. Fluid. Mech.*, 20, (1964): 225-242.
- [21]. Zingg, A.W., Wind tunnel studies of the movement of sedimentary materials, In *Proceedings 5th Hydraulic Conference*, Bull, 24, Univ.of Iowa, city, (1953): 111-135.
- [22]. Ungar, J.E, Haff, P.K, Steady state saltation in air, *Sedimentology*, 34, (1987): 289-299.
- [23]. Anderson, R.S., P.K., Simulation of Eolian saltation, *Science*, 241, (1988): 820-823.
- [24]. Anderson, R.S., Sorensen, M. and Willetts, B.B., A review of recent progress in our understanding of aeolian sediment transport, *Acta Mech.*, [Suppl] 1, (1991): 1-19.
- [25]. Werner, B., A steady state model of wind-blown sand transport, *J.Geology*, 98, (1990): 1-17.
- [26]. McEwan, I.K, Willetts, B.B, *Acta Mech.*, [Suppl.] 1,(1991): 53-66.
- [27]. Sorensen, M., An analytic of model of wind-blown sand transport, *Acta Mech.*, [Suppl] 1, (1991): 67-81.
- [28]. Shao, Y., *Physics and modeling of wind erosion*, Boston: Kluwer Academic Publishers, 2000.
- [29]. Shao, Y, Li, A., Numerical modeling of saltation in the atmospheric surface layer, *Boundary-layer Meterology*, 91: 199-225, 1999.
- [30]. O'Brien, M.P., Rindlaub, B.D., The transportation of sand by wind, *Civil Engin.*, 5, (1936).
- [31]. Horikawa, K., Shen, H.W., Sand movement by wind action(on the characteristics of sand traps), *U.S. Beach Erosion Board Tech. Mem.*, 119(1960): 51.
- [32]. Buckley, R. The effect of sparse vegetation on the transport of dune sand by wind, *Nature*, 325, (1987): 426-428.
- [33]. 马世威, 风沙流结构的研究, *中国沙漠*, 8(3), (1988): 8-22.
- [34]. 申建友, 董光荣, 李长治, 风洞与野外输沙率的分析与讨论, *中国沙漠*, 8(3), (1988): 23-30.

- [35]. Greeley, R., Blumberg, D.G., and Williams, S.H., Field measurements of the flux and speed of wind-blown sand, *Sedimentology*, 43, (1996): 41-52.
- [36]. Blumberg, D.G., Greeley, R., Field studies of aerodynamic roughness length, *J. Arid Environment*, 25, (1993): 39-48.
- [37]. Jackson, D.W.T., A new instantaneous aeolian sand trap design for field use, *Sedimentology*, 43, (1996): 791-796.
- [38]. Jackson, D.W.T., McClosKey, J., Preliminary results from a field investigation of aeolian sand transport using high resolution wind and transport measures, *Geophys. Res. Letters*.24(2), (1997): 163-166.
- [39]. McEwan I K, and Willetts B B. 1993. Adaptation of the near-surface wind to the development of sand transport., *J. Fluid Mech.*, 252: 99-115.
- [40]. Zhibao Dong, Ning Huang, Xiaoping Liu., simulation of the probability of midair interparticle collision in an aeolian saltating cloud . *J. Geophys. Res.*, vol.110, D24113, doi: 10.1029/2005JD006070, 2005.
- [41]. 艾光利, 力学中“两体碰撞”的程序实现, *重庆教育学院学报*, 15(3), (2002).
- [42]. R.D.普莱申脱.气体动力学[M].科学出版社, 1953.
- [43]. Xiaoping Liu, Zhibao Dong. Experimental investigation of the concentration profile of a blowing sand cloud. 2003, 0169-555x/s,doi:0169/j. geomorph 2003.08.009.
- [44]. Sorensen ,M and Ian McEwan. On the effect of mid-air collisions on Aeolian saltation. *Sedimentology*.1996(43):65-76.
- [45]. Anderson R S, and Haff P K. 1991. Wind modification and bed response during saltation of sand in air. *Acta. Mech.*, (Supp.) 1: 21-25.
- [46]. Y H Zhou, X Guo, and X J Zheng. 2002. Experimental measurement of wind-sand flux and sand transport for naturally mixed sands. *Physical Review E*, 66, 021305.
- [47]. 张亚丽, 风沙流跃移沙粒运动的若干基本问题, 兰州大学硕士论文, 2005.
- [48]. Anderson R S, and Hallet B. 1986. Sediment transport by wind: toward a general model. *Bulletin of Geological Society of American*, 97: 523-535.
- [49]. 盛骤、谢式干、潘承毅, 概率论与数理统计[M].高等教育出版社, 1989.
- [50]. 岳高伟, 黄宁, 郑晓静, 沙粒形状不规则及静电力对起动风速的影响. *中国沙漠*,

- 2003, Vol 23(6): 621-627.
- [51]. 郑晓静, 谢莉, 沙粒起跳自旋的分析. 中国沙漠, 2003, 23(6): 632-636.
- [52]. Xiaojing Zheng, Li Xie, Xueyong Zou, 2006a, Theoretical prediction of lift-off angular velocity distributions of sand particles in wind-blown sand flux, *Journal of Geophysical Research*. (in press).
- [53]. Gaowei Yue, Xiaojing Zheng, 2006b, Electric field in wind-blown sand flux with thermal diffusion, *Journal of Geophysical Research*. (in press)
- [54]. You-he Zhou, Wan-qing Li, Xiaojing Zheng, 2006, PDM simulations of stochastic collisions of sandy grain-bed with mixed size in Aeolian saltation, *Journal of Geophysical Research*. (in press)
- [55]. Xiaojing Zheng, Ning Huang, YouHe Zhou .2006c. The effect of electrostatic force on the evolution of sand saltation cloud, *The European Physical Journal E*, vol. 19: 129-138.
- [56]. Xiaojing Zheng, Li Xie, You-He Zhou, 2005, Exploration of probability distribution of velocities of saltating sand particles based on the stochastic particle-bed collisions. *Physics Letters A*, 341:107-118.
- [57]. Xiaojing Zheng, Lihong He, Youhe Zhou, 2004a, Theoretical model of the electric field produced by charged particles in windblown sand flux, *Journal of Geophysical Research*, Vol. 109, D15208, doi: 10.1029/2004JD004863.
- [58]. Xiaojing Zheng, Z. T. Wang, Z. G. Qiu, 2004b, Impact craters in loose granular media, *The European Physical Journal E*, V. 13, 321 – 324.
- [59]. Xiaojing Zheng, Huang, N., and Zhou, Y.H., 2003, Laboratory measurement of electrification of wind-blown sands and simulation of its effect on and saltation movement, *Journal of Geophysical Research*, 108(D10):4322.

## 致 谢

本论文是在导师黄宁教授的悉心指导下完成的，凝聚着导师的大量心血。导师正直又谦逊的品格、渊博的知识、敏锐的科研洞察力、对科学事业执着的探索和创新精神、高瞻远瞩的学术眼光、勤奋的工作态度及严谨的治学态度、对科学研究的高度热情都使我深受教诲给我留下了深刻的印象，并时时激励这我不断奋发向上。不仅如此，在生活中导师给了我许多帮助和关心。。值此论文完成之际，谨向导师表示深深的感谢。

论文的研究工作得以顺利完成，特别感谢周又和教授和郑晓静教授的关心和帮助，感谢 403 室的师弟、师妹们给予我的无私帮助。他们新颖活跃的科研思想和坚忍不拔的科研态度，创造了良好的学术氛围，身处其中，经常的交流和讨论，使我开阔了眼界，增长了见识，大大促进了自己的工作。特别感谢张亚丽、朱林利、薄天利、岳高伟、齐艳丽、任珊、马高生、史锋、张洁、刘奇伟等同学给予我的富有成效的讨论，使我能够及时解决工作中遇到的问题。

感谢我的家人在经济、生活和精神上一直给予我支持和关怀，使我能够安心顺利的完成学业。感谢黄建红在生活、工作上的无私帮助、理解，以及精神上的鼓励。并感谢每一位支持、鼓励和帮助过我的亲人、老师和朋友。

本硕士论文研究期间受到国家重点基础研究发展规划（973）项目（No. G2000048702）及“西部之光”人才培养计划的资助，在此一并表示衷心的感谢！

姚建林

2005年5月