

东北大学

---

硕士学位论文

---

热轧带钢精轧过程控制系统模型的研究

---

姓名：李传喜

---

申请学位级别：硕士

---

专业：材料加工工程

---

指导教师：徐建忠

---

20090601

# 热轧带钢精轧过程控制系统模型的研究

## 摘 要

目前,我国的热轧带钢生产技术水平与世界先进水平还存在较大的差距,同时用户对板带材的板厚精度和板形质量也提出了更高的要求。因此,对精轧过程中轧制力、轧制温度和负荷分配的精确求解算法进行研究,实现轧制过程中轧制力和轧制温度的精确计算,以及合理的负荷分配,这对我国钢铁企业的发展有重要的意义。

本文依托于东北大学轧制技术及连轧自动化国家重点实验室与首钢迁安钢铁有限责任公司的合作项目—“迁钢 2160 热轧过程控制系统的消化吸收”,并结合现有的轧制力、精轧温度及负荷分配计算方法和实际生产,对精轧过程控制系统中力能参数模型、温度模型及负荷分配模型进行了研究,得出以下研究成果:

(1) 从理论上推导出了精轧温度有限差分模型的建立过程,建立了精轧温度有限差分模型;通过模型计算结果与现场实测数据进行对比,模型计算结果与现场实测数据吻合较好,计算出的带钢温度与实际值偏差不超过 $\pm 15^{\circ}\text{C}$ 。

(2) 建立了轧制力模型、轧制力矩模型和轧制功率模型。通过模型计算的数据与现场实测数据对比,轧制力模型计算值与实际值的相对误差在 8.5%以内;轧制力矩模型计算值与实际值的相对误差在 9%以内;轧制功率模型计算值与实际值的相对误差在 10%以内。

(3) 从理论上推导出负荷分配的优化目标函数的建立过程,建立在线应用的多目标优化负荷分配模型;对比五块样本带钢使用多目标优化负荷模型前后压下率的变化,结果表明多目标优化负荷分配模型计算稳定,优化后压下率更合理,多目标优化负荷模型具有较好的性能。

关键词: 精轧机; 模型; 轧制力; 温度; 压下量

# Study on Process Control System Model for Hot Strip Finish Rolling

## Abstract

Presently, there is still a wide gap between our country and the advanced level of the world in the hot strip production. In addition, high demands of the thickness accuracy and shape quality are put forward by customers. Therefore, the study on accurate algorithm of rolling force, rolling temperature and load distribution is very useful. This study can realize the accurate calculation of rolling force and rolling temperature, can make load distribution more reasonable. It is very important for the development of China's iron and steel enterprises.

In this paper, on basis of the project of RAL (State Key Laboratory of Rolling and Automation), Northeastern University and Qiangang-"Digestion and Absorption of Qiangang 2160 hot-rolling process control system", combine with the existing calculation methods of rolling force, temperature, load distribution and actual production, the model of force and energy parameters, temperature model and loading distribution model are given a research. The research achievements are as follows:

(1) The foundation process of finite-difference temperature model is derived from the theory, and the model is established. According to the comparison between calculation value and actual value, the model results and actual value agree well. Difference between the calculation value and the actual value is in the range of  $\pm 15^{\circ}\text{C}$ .

(2) Rolling force model, rolling torque and rolling power are built. Comparing the calculation value with actual value, the relative error is in the range of 8.5% in the rolling force model; the relative error is in the range of 9% in the rolling torque; the relative error is in the range of 10% in the rolling power.

(3) The foundation process of the multi-objective optimizing function has been derived from the theory. Multi-objective optimizing model is built, which is used online. The change of reduction ratio is compared before using multi-objective optimization load distribution model with after using it. The five samples strip date indicates that this

model is stability. After using this model, the reduction ratio is more reasonable. The multi-objective optimization load distribution model has a better performance.

**Key word:** finishing mill; model; rolling force; temperature; reduction ratio

# 独创性声明

本人声明，所呈交的学位论文是在导师的指导下完成的。论文中取得的研究成果除加以标注和致谢的地方外，不包含其他人已经发表或撰写过的研究成果，也不包括本人为获得其他学位而使用过的材料。与我一同工作的同志对本研究所做的任何贡献均已在论文中作了明确的说明并表示谢意。

学位论文作者签名：李传喜

日期：2009.7.3

# 学位论文版权使用授权书

本学位论文作者和指导教师完全了解东北大学有关保留、使用学位论文的规定：即学校有权保留并向国家有关部门或机构送交论文的复印件和磁盘，允许论文被查阅和借阅。本人同意东北大学可以将学位论文的全部或部分内容编入有关数据库进行检索、交流。

作者和导师同意网上交流的时间为作者获得学位后：

半年  一年  一年半  两年

学位论文作者签名：李传喜

导师签名：

签字日期：2009.7.3

签字日期：

# 第 1 章 绪论

## 1.1 热轧带钢发展状况

### 1.1.1 传统热连轧的特点

从 1924 年美国在阿斯兰建设的 1470mm 板带热连轧机和 1926 年在巴特勒建设的 1070mm 板带热连轧机算起, 板带热连轧已经有 80 多年的发展历史<sup>[1]</sup>。一般将 20 世纪 90 年代以前的热带钢连轧称为传统带钢热连轧, 年产量可达 300 万吨以上。与薄板坯连铸连轧相比, 传统生产工艺具有以下特征:

- (1) 连铸坯厚度在 200mm 以上, 长度在 4.5~9m;
- (2) 具备一定容量的坯料库;
- (3) 具备加热炉区。

传统热连轧生产工艺的局限性:

- (1) 必须用厚板坯作原料, 轧制能耗高;
- (2) 连铸与轧制工艺之间不连续, 生产周期长;
- (3) 通常板坯需从室温加热到轧制温度, 导致能耗增加。

表 1.1 第三代热连轧机的发展<sup>[2]</sup>

Table 1.1 Development of the third generation hot strip rolling mill

生产线参数	20 世纪 80 年代第三代热连轧机	当前热轧机
轧机布置形式	全连续或 3/4 连续	半连续
年生产能力(万吨)	400~600	200~350
精轧最高出口速度(m/s)	28.5	19.0~22.0
轧制线长度(m)	622~675	360~448
最大单位卷重(kg/mm)	36	23~25
最大卷重(吨)	45	30~35
产品厚度(mm)	1.0~25.0	1.0~25.0

### 1.1.2 第三代轧机的特点

20 世纪 90 年代, 第三代热连轧机向紧凑式半连轧形式发展。我国 20 世纪 90 年代建设的热连轧机共 23 套, 采用半连轧的共计 19 套, 采用 3/4 连轧的有 3 套, 采用全连轧的只有 1 套。由此可见, 宽带钢热连轧机的发展趋势是半连续式, 粗轧机由 1 或 2 架可逆式轧机组成。更加紧凑的半连续式是在粗轧机后设置热卷取

箱，轧线布置更短。目前热连轧机在生产量、轧制速度、单位宽度卷重等参数也有所变化，表 1.1 列出了当前热轧机与 20 世纪 80 年代第三代热连轧机的比较。

### 1.1.3 热连轧计算机控制技术

热连轧在 60 年代就开始引入了计算机控制技术，经过 40 多年的发展，热连轧自动化技术已经日渐成熟<sup>[3]</sup>。20 世纪 60~70 年代，直接采用直接数字控制和过程控制计算机，主要用于板坯的厚度、温度控制。80 年代板形控制、粗轧宽度控制技术和液压 AGC 技术迅速发展，同时应用生产控制计算机系统对热轧生产进行在线管理，并与连铸计算机的数据通信，使前后工序协调，热轧生产顺利进行<sup>[4]</sup>。这种系统的典型代表是宝钢的 2050mm 热连轧。热连轧计算机控制系统的总体结构如图 1.1 所示。它分为四级：管理控制系统级、生产控制系统级、过程控制级及基础自动化级。过程控制是热轧过程控制系统的核心。计算机控制系统中用来控制工艺流程的主要数学模型几乎都集中在过程控制系统中。

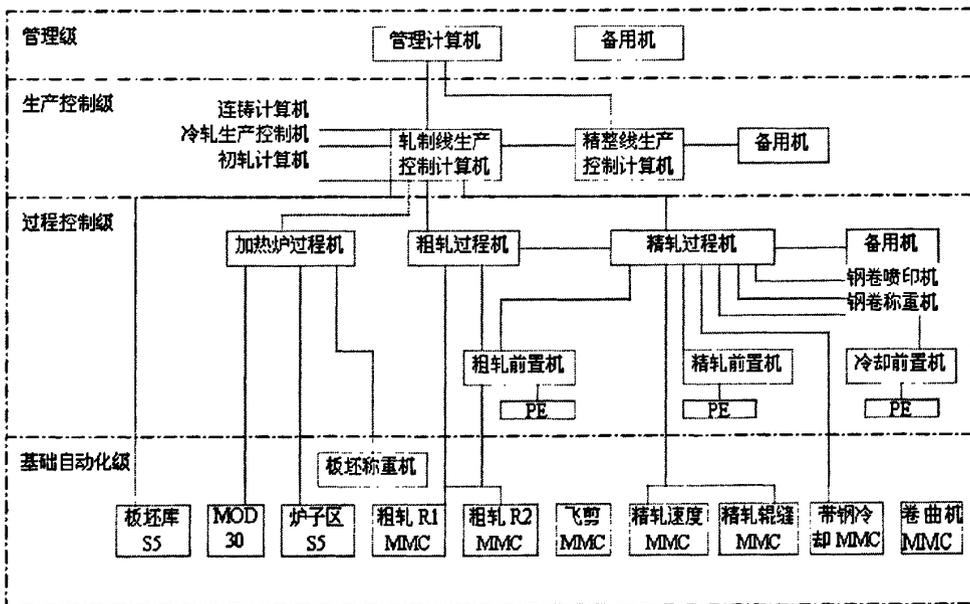


图 1.1 热连轧控制系统的结构图  
Fig.1.1 Structure chart of hot strip rolling control system

热轧计算机控制系统是集管理、生产、控制、信息为一体的完整自动化系统。该系统在结构与可靠性方面都有一定特点。系统结构采用负荷分组和集散型结构体系，分工明确，负荷分配均匀，运行稳定。可靠性是系统正常运行的关键，为此采取了许多措施来提高系统的可靠性，如每级计算机配备备用机、数据文件采用双备份、在线系统采用双系统、数据存储量大、保存时间长等措施。生产实践

表明：采用上述措施后，系统是可靠和安全的<sup>[5-8]</sup>。

#### 1.1.4 现代热连轧发展趋势

##### (1) 高精度轧制技术

提高热带钢产品的精度，一直是轧钢技术不断追求的目标，也是推动轧制技术进步的动力。提高热轧带钢尺寸精度主要可以从两方面着手：一是提高轧制参数的预设精度，它是一项根本性的技术措施<sup>[9]</sup>。二是开发高性能的在线自动控制系统<sup>[10]</sup>。由于各种先进技术的应用，目前现代化热轧带钢机组厚度精度控制达到了 $\pm 0.025\text{mm}$ 精度，占到全长超过95%的水平； $\pm 0.05\text{mm}$ 精度则占全长超过99%。

##### (2) 自由程序轧制技术

为了适应市场的需要，迫使人们关注自由程序轧制技术的发展。为了按照用户订货要求组织生产，适应连铸连轧的要求，采用工作辊周期往返横移、热轧润滑、高精度精轧设定模型、新材质轧辊与在线磨辊等新技术来组织生产，适应市场的发展需要<sup>[11-13]</sup>。

##### (3) 智能化轧制技术

由于轧制过程多变量、非线性、强耦合的特点，利用传统方法已经不能满足现代化高精度轧制过程控制的要求<sup>[14-15]</sup>。利用计算机控制的人工智能方法可靠性高，针对性强，适应性强，更有利于优化热连轧过程。

##### (4) 轧制生产形式和规模日趋专业化和大型化

为了满足产量、质量和降低成本的要求，现在普遍采用专用设备和专用加工线进行生产。厚板、薄板、大型H型钢等生产设备都在日趋重型化，生产规模越来越大。

### 1.2 课题研究目的和意义

板带热连轧生产效率高、经济效益大，因而各种新技术应用广泛、发展迅速。随着国民经济的不断发展，钢板的需求日益增加，同时对钢板尺寸精度和板形质量的要求也越来越高。到目前为止，我国大型成套冶金设备和技术引进已超过了2000亿美元，但是板带热连轧新工艺、新产品开发等关键技术仍受制于少数发达国家。

轧制力设定是热连轧精轧机组计算机设定模型的核心，其设定精度将直接影响到辊缝的设定，进而影响到穿带的稳定性，产品厚精度以及最终的板形质量等等<sup>[5]</sup>；

带钢温度是影响轧制力、轧机负荷合理分配、最终产品尺寸精度及组织性能的重要因素之一，准确地预报带钢温度，是提高产品质量的重要基础<sup>[16]</sup>；负荷分配不仅对带钢轧制过程的稳定性和产品的平直度有重要影响，而且与设备能力发挥和极限规格的产品开发直接相关<sup>[17]</sup>。因此，长期以来精确的轧制力计算方法、提高板带温度模型预报精度和负荷分配的优化一直是提高轧制过程中数学模型精度的重要课题之一。

本文通过对轧制力、轧制温度和负荷分配进行深入研究，解决轧制过程中的基础科学问题，对于实现轧制过程中轧制力、轧制温度和负荷分配的精确控制，提高产品质量具有重要的理论研究意义和实际应用价值。

### 1.3 国内外研究状况

1924年提出的卡尔曼微分方程，树立了轧制理论发展的第一个里程碑<sup>[18]</sup>。后来的研究学者在卡尔曼微分方程的基础上，在不同的假设条件下，用经典数学解析方法，经过推导演绎，提出了形式各异的轧制力公式，并揭示了轧制过程中前滑、后滑和宽展等现象，逐渐形成了以工程法为核心的轧制理论体系。在卡尔曼微分方程的基础上发展起来的单位压力公式有：采利柯夫解单位压力公式；E奥罗万单位压力公式；RB西姆斯单位压力公式；MD斯通单位压力公式。

20世纪60年代，随着轧制技术的发展，计算机应用于连轧机组的控制，对轧制力的计算精度提出了更高的要求。以变分法、上下界法等能量方法为核心的现代轧制理论迅速发展<sup>[19]</sup>，基本思想是：从运动许可速度场出发建立能量泛函，利用数学上的优化方法寻找满足能量泛函的最优解，确定变形区的应力分布，进而计算轧制力。

能量法不但可以求解二维板带轧制问题，还可以求解三维问题，它克服了工程法忽略宽展而导致轧制力计算偏差的缺点，这种解法的出现及成功应用，为轧制理论的发展树立了第二个里程碑。由于板带轧制是金属的三维弹塑性变形问题，因此要想更精确的计算轧制力，就必须深入研究金属的三维弹塑性变形机理。用能量法求解三维问题中的轧制力时，必须考虑到辊缝内金属的横向流动，进而确定前后张应力的横向分布和宽展量，然后以此为边界条件求出单位压力横向分布，最后计算轧制力<sup>[20]</sup>。

塔尔诺夫斯基的单参数速度场模型<sup>[21]</sup>、小林史朗的三参数速度场模型<sup>[22]</sup>、加藤和典不考虑侧面鼓形的三参数速度场模型和考虑侧面鼓形的五参数速度场模型

[21]。这几种模型均是采用一定的假设,建立变形区运动许可速度场,然后根据总变形功率最小原理来确定速度场中的待定参数。这些模型不但能计算板带轧制过程中的轧制力,还常用于轧件宽展量和轧制力矩的计算。

自20世纪80年代以来,以有限元为代表的现代数值模拟方法在轧制领域的广泛应用,为轧制理论的发展树立了第三个里程碑。有限元法主要用来分析和计算轧制过程中金属的流动规律、应力应变分布和变化趋势、温度场的分布以及轧制力的变化等,其中轧制力的计算是通过对应力在整个变形区内积分得到的[23]。弹塑性有限元软件MARC、ANSYS、ABAQUS和刚塑性有限元软件DEFORM等[24]用于板带轧制问题分析。

### 1.3.1 轧制力计算方法及应用

轧制力的理论计算方法很多,但目前的带钢热连轧生产,为了满足实时性要求,主要采用基于工程法的轧制力数学模型来进行轧制力的设定计算[25],同时为减少计算误差,实际生产时还需结合自适应技术对轧制力进行在线修正。目前国内精轧机组上通常采用以西姆斯理论为基础的轧制力模型。而现代数值模拟方法由于计算时间长而常常被用来进行离线的计算。

金属作用在轧辊上的总压力及其合力作用点位置完全取决于单位压力及其分布特点。确定平均单位压力的方法,归结起来有如下三种:

#### (1) 理论计算法

它是建立在理论分析基础之上,用计算公式确定单位压力。通常,都要首先确定变形区内单位压力分布形式及大小,然后在计算平均单位压力。

#### (2) 实测法

在轧钢机上放置专门设计的压力传感器,将压力信号转换成电信号,通过放大或直接送往测量仪表将其记录下来,获得实测的轧制压力资料。用实测的轧制总压力除以接触面积,便求出平均单位压力。

#### (3) 经验公式和图表法

根据大量的实测统计资料,进行一定的数学处理,根据主要影响因素,建立经验公式或图表。

目前上述方法在确定平均单位压力时都得到了广泛的应用。理论方法虽然较好,但理论计算公式目前尚有一定的局限性,还没有建立起包括各种轧制方式、条件和钢种的高精度公式,因而引用起来比较困难,并且计算繁琐。实测方法在

相同实验条件下应用可能得到较为满意的效果，但它又受到实验条件的限制。总之，目前计算平均单位压力的公式很多、参数选用各异、都有一定的适用范围，所以计算平均单位压力时，根据不同的情况适当采用上述方法。

### 1.3.2 轧制温度的研究

热带终轧温度控制是轧制过程控制的重要内容。热连轧机带钢温度变化包括带钢在辊道上或机架间传送时的空冷温降；高压水除鳞时的水冷温降；机架间喷水或层流冷却时的水冷温降；轧制过程中温升。国内外的许多学者采用不同的方法对轧制过程中轧件及轧辊的温度场进行了研究<sup>[26]</sup>，经常使用的方法为有限元法<sup>[27]</sup>和有限差分法<sup>[28]</sup>。但是实际生产中在线控制用数学模型，通常根据传热学基本理论建立简易数学模型，利用平均温度传递的方式来进行预设计算及在线控制<sup>[21]</sup>。

Amnon Shirizly, John G. Lenard<sup>[29]</sup>计算除鳞水对热轧带钢传热的影响。

Vladimir Panjkovic<sup>[30]</sup>开发了离线的精轧过程温度计算软件，建立了从粗轧出口到精轧出口整个精轧过程各个区段的温度计算公式，计算结果与其它几种离线模型的计算结果相比有较高的计算精度。

傅新、陈水宣<sup>[31]</sup>等结合现场数据采集系统的实测数据，建立空冷温降模型和指数水冷温降模型，并由此构建的混合温度模型，计算结果表明混合温度模型保证计算速度的同时又大幅度提高计算精度。

龚殿尧和徐建忠<sup>[32]</sup>等建立热带终轧过程计算的简化模型，计算结果比理论模型计算结果精确。

李海军和徐建忠<sup>[33]</sup>等开发了热轧带钢精轧区温度模拟计算软件，离线模拟计算结果与实测值基本吻合，模型具有较高的精度。

高爱军和陈杰<sup>[34]</sup>等介绍了泰钢 950mm 精轧机组过程控制的数学模型，应用该模型后，带钢产品各项指标达到设计要求。

### 1.3.3 负荷分配的研究

热轧带钢精轧机组负荷分配经历了 4 个阶段，即从经验分配、单目标优化分配、综合负荷均衡分配、人工智能<sup>[35]</sup>。每一个里程碑都使负荷分配更加合理，产品质量不断提高，热连轧机的控制更加容易实现。

#### (1) 经验分配法

经验分配法的具体步骤是：先根据经验分配各机架负荷，然后计算达到终轧的

目标温度时所需的穿带速度，确定带钢在各机架的温度，用数学模型预测变形抗力、轧制力、轧制功率、及其他参数，进行极限校核；如果某一机架的轧制功率超过主电机功率极限，就利用修正算法重新分配各机架的压下量，以调整各机架负荷；不断调整，校核，直到所有机架的轧制功率都不超限。

这种方法的优点：简便、可靠，能确保设备安全，且对设备的自动化程度依赖性小；缺点：需要不断校核和修正，易导致各架负荷不均，造成负荷向前架或向后架积累的现象，从而不仅影响整个机组能力的发挥，而且影响带钢的质量。

### (2) 能耗曲线分配

按能耗曲线进行负荷分配，必须首先确定能量消耗与轧出厚度之间的定量关系，即能耗曲线。单位能耗曲线主要根据工厂实际生产数据制定，一般是根据在生产条件下实测的电压和电流值得到实际轧制功率，经加工整理绘制成所轧材质的单位能耗曲线，或整理成表格的形式。使用时，根据能耗曲线确定总的能耗  $w_{\Sigma}$ ，再按给定的各机架负荷分配比  $\alpha_i$ ，通过式(1.1)和式(1.2)计算出各机架的出口厚度，计算公式为：

$$\alpha_i = \frac{\sum_{j=1}^i w_j}{\sum_{j=1}^n w_j} = \frac{w_i}{w_{\Sigma}} \quad (1.1)$$

$$h_i = h_0 \times \exp \left( \frac{K_2 - \sqrt{K_2^2 - 4 \cdot K_1 \cdot K_2 - \frac{\alpha_i \cdot w_{\Sigma}}{A}}}{2 \cdot K_1} \right) \quad (1.2)$$

式中： $w_i$ —第  $i$  机架的累积能耗；  $n$ —机架总数；

$K_1$ 、 $K_2$ 、 $K_3$ —工厂统计系数；  $A$ —取决于钢种和轧制温度的系数；

$h_0$ —精轧机组入口厚度。

能耗分配法克服了经验分配法各机架负荷不均现象，能够较充分地发挥机组的能力，简化后的能耗模型比较简单，在现代化连轧机组上常用它设定轧制规程。按能耗曲线分配负荷的最大缺点是必需制定能耗曲线。需要大量的实测数据，并经过复杂的计算才能完成；而且能耗曲线随轧机工艺和所轧材质与坯料及成品规格等条件的不同而不同，即使上述条件基本相同，也有 10%左右的误差。按能耗曲线分配负荷使设定的精度受到影响，也给开发新产品带来了一定的困难。

### (3) 综合负荷函数法

采用综合负荷均等的原则确定轧制规程，并对各负荷相对富裕量的加权系数根据生产实际情况进行调整，从而达到轧制规程的合理和优化。综合负荷均等原则是综合考虑轧制时的板形、轧制压力、轧制力矩和电机功率等因素，由此确定最优的轧制负荷分配。

多种负荷均衡分配法的优点：负荷函数比较完善，它包含了板带生产的所有约束条件，能在所有负荷都比较均衡的基础上使某些负荷最优；通过改变冗余系数，灵活的调节各种负荷或约束的相对余量，从而可以满足多方面的要求。缺点：在迭代过程中会出现求负数的平方根和对数的现象，造成迭代过程无法进行，特别是低温薄规格负荷余量不足时更易发生，主要是压力模型和变形抗力模型的局限性造成的，是由于传统的二维轧制理论，已不能适应现代轧制技术的需要，而三维轧制理论尚未成熟，目前还不能彻底解决这方面的问题。它所能达到的精度已经不能满足现代轧钢生产发展的需要。

(4) 人工智能分配法

热轧带钢精轧机组负荷分配的协同人工智能系统简称 SAIRS(Synergetic Artificial Intelligence for Rolling scheduling)。根据热轧带钢精轧机组负荷分配的工作性质，SAIRS 系统采用模糊理论、专家系统、神经网络、遗传算法等 4 种智能工具进行联合组合，共同完成负荷分配优化工作，具体如图 1.2 所示。

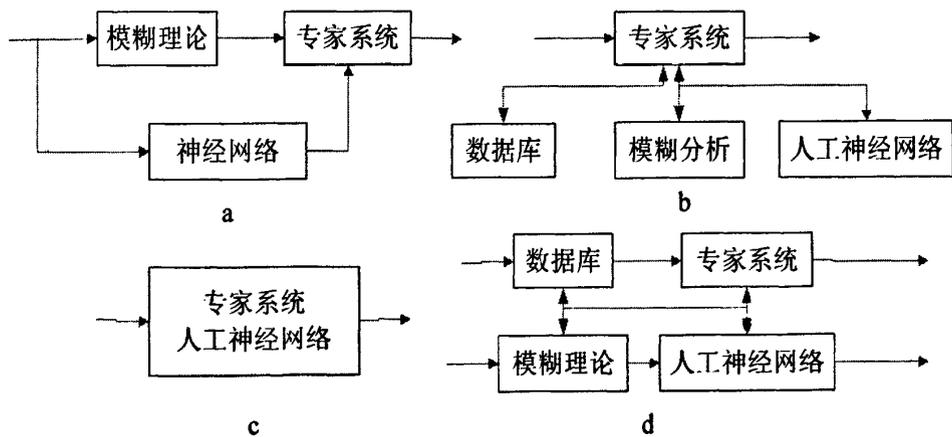


图 1.2 各种人工智能工具组合使用示意图

Fig.1.2 Combination diagram of all kinds of SAIRS

人工智能分配法的优点：1)人工智能可避开过去那种对轧制过程深层规律的无止境的探索，转而模拟人脑来处理那些实实在在发生的事情；它不是从基本原理出发，而是以事实和数据作根据，来实现对过程的优化；2)有很强的容错性；3)网络所记忆的信息是以分布方式存储的，而计算结果并行处理，故有较快的速度，

适于“在线”计算；4)有很强的学习功能，网络中的连接权和连接的结构都可通过学习而得到；5)终止时，每一个个体都是一个较好的解。不足之处：1)网络空间非常大，需要有大容量的计算机，并要求有较快的运行速度，否则很难实现在线预测与控制；2)要有合理的算法组合和与其相匹配的支持软件。

余四清和贺毓辛<sup>[36]</sup>等引入负荷函数，使之包含板带轧制所有约束条件，提出多种负荷均衡分配法优化轧制规程。郭韬<sup>[37]</sup>通过分析攀钢1450mm热轧板厂精轧机组负荷分配的特点，提出了负荷分配的改进措施。杨连宏和韩奕<sup>[38]</sup>等以太钢1549热连轧精轧机组为例，根据不同规格、材质带钢的实际轧制负荷分配情况阐述了精轧机组应如何合理的分配负荷。梁国平<sup>[39]</sup>以连轧机为例，从工艺要求和数学方法评述了国内外现有的一些负荷分配方法，通过对大量现场采用的分配办法进行总结和提高，提出负荷函数的概念，指出等负荷分配的最佳性，给出一个最佳负荷分配规程及其计算方法。

## 1.4 本文的研究内容

结合迁钢 2160mm 热轧带钢项目，主要研究了热轧带钢精轧过程中的轧制力计算模型、温度计算模型和负荷分配计算模型。具体研究内容如下：

- (1) 从理论上推导出温度有限差分模型的建立过程，分析了空冷换热模型、水冷换热模型、带钢与辊道换热模型和变形区换热模型；
- (2) 分析、构建了轧制力模型、轧制力矩模型和轧制功率模型；
- (3) 从理论上推导出负荷分配的优化目标函数的建立过程，建立在线应用的多目标优化负荷分配模型；
- (4) 对比模型计算值与实测值，分析模型合理性。

## 第 2 章 温度模型

带钢热连轧生产过程的主要内容基本上可归结为尺寸变化和温度变化两大类性质极不同但又相互紧密联系的物理过程。由于带钢的屈服应力和轧机的压下量主要受到带钢温度的影响，带钢温度的计算是十分重要的。带钢温度数学模型是热轧生产中厚度控制模型、宽度控制模型、板形控制模型和产品性能控制的基础。轧制参数的设定计算、前馈控制和反馈控制、模型自学习和模型参数的自适应都需要有精确的温度计算模型作为支撑。本章以热传导方程为基础，建立了高精度的热轧带钢连轧机组温度有限差分模型。

### 2.1 热传导方程

考虑单元体 A 经过时间  $t$  的塑性变形后，体积有形状由  $V(t_1)$  变化为  $V(t_2)$ ，如图 2.1 所示，且塑性变形过程中符合体积不变定律。

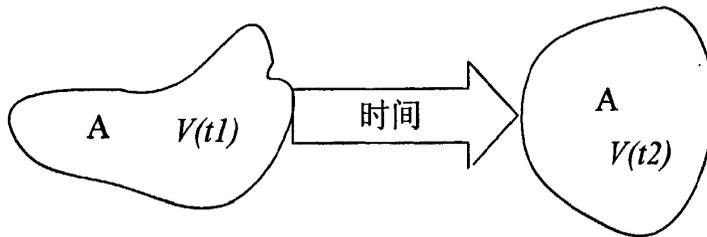


图 2.1 单元体 A 塑性变形前后的体积变化  
Fig.2.1 The volume change of body A under deformation

以热焓形式表示的热传导方程如下所示：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{(t)} \rho \times h \times dV = \int_{(t)} s \times dV - \oint_{\partial V(t)} \bar{j} \times d\bar{\sigma} \quad (2.1)$$

式中： $\rho$ —材料密度， $\text{kg/m}^3$ ；

$h$ —材料热焓值， $\text{J/kg}$ ；

$\bar{j}$ —材料表面热流密度， $\text{W/m}^2$ ；

$s$ —内热源， $\text{W/m}^3$ 。

式中的第一项积分表示单位时间内物体热能的变化量，第二项表示单位时间内物体由于内部热源所获得的热能，第三项表示单位时间内通过物体表面损失的热能。

## 2.2 带钢热物理性能参数

带钢的温度及热传导率是相组成（铁素体相所占的百分数）和热焓的函数，而这些函数通常与材料的化学成分有关。材料物理参数模型基于一系列的假设条件，实现温度、热传导率、热焓值、比热等参数的之间的换算。

### 2.2.1 带钢温度与热焓的关系曲线

在奥氏体区范围内，温度与热焓成线性关系，并且不同钢种之间差别不大，也就是说在奥氏体区带钢的比热为常数，且各钢种的比热近似相等。

在相变温度以下，相对各自的相变转变点，各钢种温度与热焓关系曲线按相似的规律变化。

#### (1) 奥氏体比热的计算

由于奥氏体温度与热焓成线性关系，并且不同钢种之间差别不大，所以所有钢种的温度与热焓的关系曲线可以用同一条直线来拟合。即：

$$T_A = k_{\text{tmp\_aust}}(0) + k_{\text{tmp\_aust}}(1) \times h \quad (2.2)$$

式中： $T_A$ —奥氏体温度，K；

$h$ —热焓值，J/g；

$k_{\text{tmp\_aust}}(0)$ —等于  $1005.990848982823 + 273 - 1.8576$ ；

$k_{\text{tmp\_aust}}(1)$ —等于  $0.00158051304935$ 。

根据热力学知识，热焓、比热容与温度三者之间的关系如下，

$$h = c_p \times T \quad (2.3)$$

式中： $T$ —材料温度，K；

$h$ —材料热焓值，J/g；

$c_p$ —材料的比热，J/g/K。

所以奥氏体比热的倒数  $c_p$  为：

$$c_p = \frac{1}{\frac{\partial T}{\partial h}} = \frac{1}{\frac{d(k_{\text{tmp\_aust}}(0) + k_{\text{tmp\_aust}}(1) \cdot h)}{dh}} = \frac{1}{k_{\text{tmp\_aust}}(1)} \quad (2.4)$$

#### (2) 铁素体比热的计算

因为在相变温度以下，相对各自的相变转变点，各钢种温度与热焓关系曲线按相似的规律变化，所以，假设纯铁的温度与热焓关系曲线可以三次多项式来拟合，

而其他钢种的铁素体温度与热焓关系曲线通过坐标平移的方法获得，如图 2.2 所示，虚线为纯铁温度与热焓关系曲线，将其沿纵坐标平移  $\Delta T$ ，沿横坐标平移  $\Delta h$ ，即可得到对应钢种的铁素体温度与热焓关系曲线。

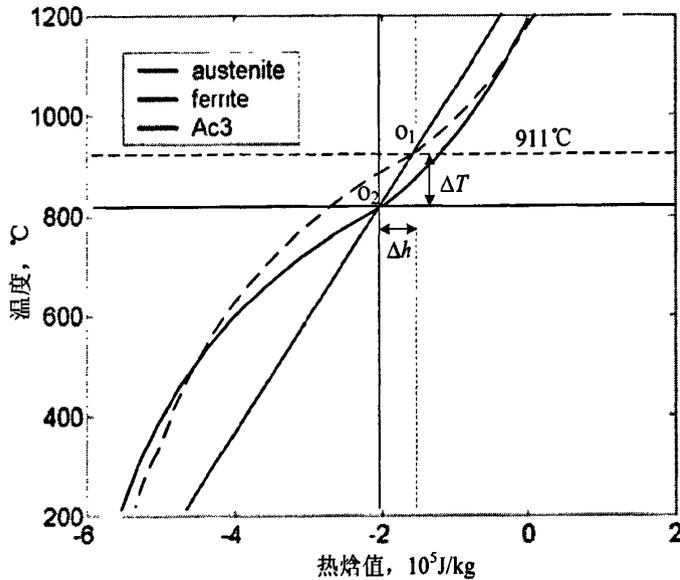


图 2.2 温度与热焓值的拟合曲线

Fig.2.2 Match curve of temperature and enthalpy

纯铁的温度与热焓关系的三次多项式如下所示：

$$T_{\text{iron}} = k_{\text{tmp\_fer}}(0) + k_{\text{tmp\_fer}}(1) \times h + k_{\text{tmp\_fer}}(2) \times h^2 + k_{\text{tmp\_fer}}(3) \times h^3 \quad (2.5)$$

任一钢种的铁素体温度与热焓关系，可通过对上式进行坐标平移获得，即：

$$T_F + (911 - T_{Ac_3} + 273) = k_{\text{tmp\_fer}}(0) + k_{\text{tmp\_fer}}(1) \times (h + \Delta h) + k_{\text{tmp\_fer}}(2) \times (h + \Delta h)^2 + k_{\text{tmp\_fer}}(3) \times (h + \Delta h)^3 \quad (2.6)$$

所以：

$$T_F = k_{\text{tmp\_fer}}(0) + k_{\text{tmp\_fer}}(1) \times (h + \Delta h) + k_{\text{tmp\_fer}}(2) \times (h + \Delta h)^2 + k_{\text{tmp\_fer}}(3) \times (h + \Delta h)^3 - (911 - T_{Ac_3} + 273) \quad (2.7)$$

式中：  $T_F$ —铁素体温度，K；

$T_{Ac_3}$ —钢种相变转变点温度，K；

$$k_{\text{tmp\_fer}}(0) = 983.1939312960989 + 273. - 1.8576;$$

$$k_{\text{tmp\_fer}}(1) = 0.00121874371338;$$

$$k_{\text{tmp\_fer}}(2) = 5.061259994835088e-010;$$

$$k_{\text{tmp\_fer}}(3) = 1.373679327949869e-015。$$

$\Delta h$  可根据奥氏体温度与热焓关系曲线(图 2.3 红线所示)求得，计算公式为：

$$\Delta h = \frac{dh}{dT} \times \Delta T = \frac{911 - T_{Ac_3}}{k_{\text{tmp\_aust}}(1)} \quad (2.8)$$

在铁素体温度与热焓公式两边对热焓进行求导，得铁素体比热的倒数  $\frac{1}{c_p}$  为：

$$\frac{1}{c_p} = \frac{\partial T_F}{\partial h} = k_{\text{imp\_fer}}(1) + 2 \times k_{\text{imp\_fer}}(2) \times (h + \Delta h) + 3 \times k_{\text{imp\_fer}}(3) \times (h + \Delta h)^2 \quad (2.9)$$

### 2.2.2 带钢热传导率模型

在材料物理参数模型中，带钢的热传导率与热焓之间呈线性关系变化，且与钢种无关。

#### (1) 奥氏体热传导率的计算

根据输入的热焓值，计算奥氏体热传导率。热传导率与热焓之间呈线性关系，如下所示，

$$\lambda_A = k_{\text{cond\_aust}}(0) + k_{\text{cond\_aust}}(1) \times h \quad (2.10)$$

式中： $\lambda_A$ —奥氏体热传导率，W/m/K；

$h$ —热焓值，J/g；

$k_{\text{cond\_aust}}(0)$ —等于 29.3；

$k_{\text{cond\_aust}}(1)$ —等于  $15 \times 10^{-6}$ 。

$\lambda_A \in [15, 40]$  W/m/K，若按上式计算得到的热传导率超出了范围，则取对应的极限值。

#### (2) 铁素体热传导率的计算

根据输入的热焓值，计算铁素体热传导率。铁素体热传导率与热焓之间呈线性关系且随着热焓值的降低而升高，且与奥氏体热传导率曲线相交于相变点 AC3，如下式所示：

$$\lambda_F = k_{\text{cond\_fer}} \times (h - h_{AC3}) + \lambda_{AC3} \quad (2.11)$$

式中： $\lambda_F$ —铁素体热传导率，W/m/K；

$h$ 、 $h_{AC3}$ —给定的热焓值和相变点 AC3 的热焓值，J/g；

$\lambda_{AC3}$ —相变点 AC3 的热传导率，J/g；

$k_{\text{cond\_fer}}$ —等于  $-11/(3 \times 10^5)$ ；

$\lambda_F \in [15, 50]$  W/m/K，若按上式计算得到的热传导率超出了范围，则取对应的极限值。

#### (3) 带钢热传导率的计算

根据输入的热焓值和相组成（铁素体所占的百分比）计算带钢的热传导率。根据相组成成分三种情况：

a) 奥氏体区 ( $p \leq 0$ )

铁素体所占的百分比  $p \leq 0$ ，带钢处于奥氏体区，根据热焓值按奥氏体热传导率与热焓关系曲线计算带钢温度。

b) 铁素体区 ( $p \geq 1$ )

铁素体所占的百分比  $p \geq 1$ ，带钢处于铁素体区，根据热焓值按铁素体热传导率与热焓关系曲线计算带钢温度。

c) 两相区 ( $0 < p < 1$ )

铁素体所占的百分比  $0 < p < 1$ ，带钢处于两相区，根据热焓值分别计算出奥氏体温度和铁素体热传导率，然后根据  $p$  值，进行加权处理，如下所示：

$$\lambda = (1-p) \times \lambda_A + p \times \lambda_F \quad (2.12)$$

式中： $\lambda$ —带钢热传导率， $^{\circ}\text{C}$ ；

$\lambda_A$ —与给定热焓值对应的奥氏体热传导率， $^{\circ}\text{C}$ ；

$\lambda_F$ —与给定热焓值对应的铁素体热传导率， $^{\circ}\text{C}$ 。

### 2.2.3 带钢相变模型

在高温时，带钢的稳定相是由奥氏体组成的。带钢的化学成分决定了带钢的相变温度  $AC_3$ ，在相变温度  $AC_3$  时，铁素体、奥氏体或混合相处于热力学稳定状态或亚稳定状态。

相变温度  $AC_3$  按下式进行计算：

$$T_{AC3} = 911 + 273 - 203 \times \sqrt{[C]} - 15.2 \times [Ni] + 44.7 \times [Si] + 104 \times [V] + 31.5 \times [Mo] + 13.1 \times [W] \quad (2.13)$$

式中： $T_{AC3}$ —相变温度， $K$ ；

$[X]$ —化学成分，%。

在相变温度  $AC_3$  以上时，本文认为带钢完全奥氏体化，即相全是奥氏体 ( $p=0$ )。在精轧过程中，带钢完全奥氏体化是最典型的情况。带钢温度低于  $AC_3$  时，本文假定在带钢温度在  $AC_3 \sim 100^{\circ}\text{C}$  范围内没有奥氏体相形成，并且焓与相是静态的关系。相计算公式为：

$$p = \begin{cases} 0 & : h_{AC3} \\ \frac{h_{AC3} - h}{\Delta h} & : h_{AC3} - \Delta h < h < h_{AC3} \\ 1 & : h < h_{AC3} - \Delta h \end{cases} \quad (2.14)$$

在上式中的  $\Delta h$  值由公式(2.8)确定。

## 2.3 热轧带钢温度有限差分模型

假设沿带钢宽度方向，温度均匀分布，沿带钢厚度方向存在一定的温度梯度，可以采用一维有限差分法来求解热传导方程(2.1)。

### 2.3.1 网格的划分方法

沿厚度方向设  $n$  个节点，每个节点均被规则的长方体单元所包围，节点的温度代表着包围该节点的单元的温度。其中第 1 个节点和第  $n$  个节点分别位于轧件的上表面 ( $x=0$ ) 和下表面 ( $x=n$ ) 上，而第  $x=\frac{n+1}{2}$  个节点则正好位于厚度的中心线上。

考虑到轧制过程中轧件的厚度会发生变化，所以采用相对方式来划分网格。各节点的相对坐标可按下式进行计算，

$$x_i = \frac{1 - \cos\left(\frac{i}{n-1} \times \pi\right)}{2}, \quad (i=0,1,\dots,n-1) \quad (2.15)$$

显然，对于第 1 个节点。  $i=0$ ，  $x_0=0$ ；对于第  $n$  个节点，  $i=n$ ，  $x_n=1$ 。各节点的相对坐标乘以轧件的厚度，即为各节点的实际位置。

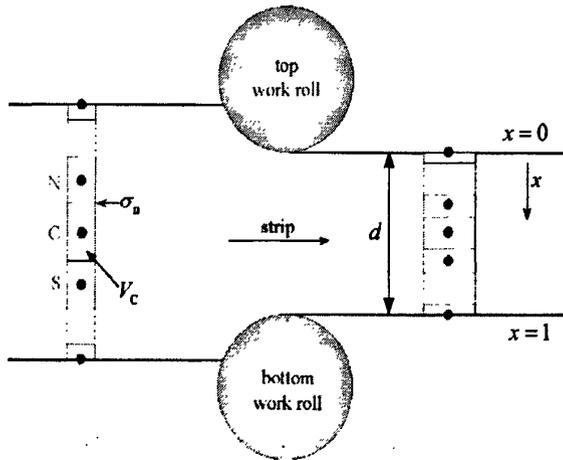


图 2.3 厚度方向网格的划分  
Fig.2.3 The division of mesh along the thickness direction

图 2.4 给出了各单元的节点分布曲线，从图中可以看出在厚度的中心线两侧，各单元厚度呈对称分布，且从轧件表面到中心位置，各单元厚度逐渐增加。也就是说，边部网格划分的比较密集，而越接近中心位置划分的越稀疏。

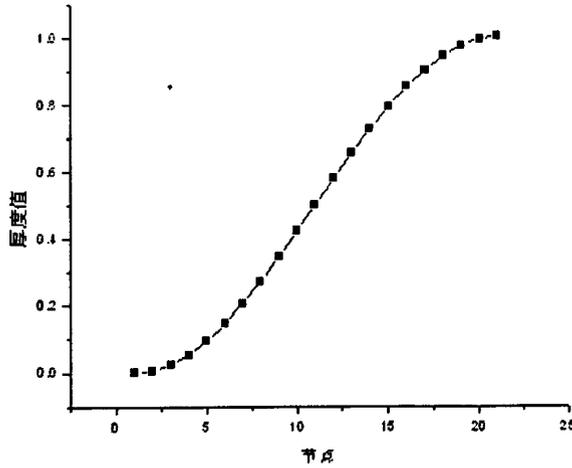


图 2.4 各个单元的节点曲线  
Fig.2.4 The curve of node of each unit

### 2.3.2 热传导方程的离散化

为了计算带钢内部的温度分布，可忽略温度对带钢密度的影响，所以可以假设带钢密度为常数，即：

$$\rho(t, x) = const \quad (2.16)$$

对于恒定的密度意味着体积守恒，因此对于任意单元  $i$ ，热传导方程第一项可近似为：

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{V_i(t)} \rho \times h \times dV \approx \frac{h_i^{new} - h_i^{old}}{\Delta t} \times \rho \times V_i \quad (2.17)$$

假设内热源不随时间的变化而变化，则热传导方程的第二项可近似为：

$$\int_{V_i(t)} s_i \times dV \approx s_i \times V_i \quad (2.18)$$

对于内部节点，根据 Fourier 定律，带钢内部的热流密度为：

$$\vec{j} = \lambda(T) \times \nabla T \quad (2.19)$$

式中： $\lambda(T)$ —带钢的热传导率，W/(m·K)；

$\nabla T$ —带钢的温度梯度，K。

根据材料物理参数模型，带钢的温度  $T$  是热焓  $h$  和相组成  $p$  的函数，即：

$$T = T(h, p) \quad (2.20)$$

所以，带钢内部的热流密度可化为：

$$\vec{j} = \lambda(T(h, p)) \times \frac{\partial T}{\partial h} \nabla h = \lambda_h(h, p) \times \nabla h \quad (2.21)$$

为了依据时间调用热传导方程进行计算，假设在  $t$  时刻时间为‘old’，此时的焓值为  $h^{old}$ ，而在  $t + \Delta t$  时刻时间为‘new’，此时的焓值为  $h^{new}$ ， $\Delta t$  为时间步长。则

在热传导方程中，以  $i$  和  $i+1$  单元间的界面  $\sigma_i$  为例，通过相邻单元界面的热流计算公式为：

$$\int_{\sigma_i} \bar{j} \times d\bar{\sigma}_i = \int_{\sigma_i} \lambda_h(h^{old}, p) \times \nabla h^{new} \times d\bar{\sigma}_i = \lambda_h(\bar{h}^{old}, p) \times \frac{h_i^{new} - h_{i+1}^{new}}{x_{i+1}^{new} - x_i^{new}} \times \sigma^{new} \quad (2.22)$$

大多数边界条件可以表示成带钢表面温度的函数，即：

$$\bar{j} = f(x_s, T_s) \quad (2.23)$$

式中： $x_s = 0$ —上表面边界热流密度；

$x_s = 1$ —下表面边界热流密度。

所以通过外表面的热流为：

$$\int_{\sigma_s} \bar{j} \times d\bar{\sigma}_s = \int_{\sigma_s} f(x_s, T_s) \times d\bar{\sigma}_s \approx f(x_s, T_s^{new}) \times \sigma_s \quad (2.24)$$

其中， $f(x_s, T_s^{new}) \approx f(x_s, T_s^{old}) + \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \Big|_{h=h_s^{old}} \times (h_s^{new} - h_s^{old})$

所以带钢内部节点  $i$  离散化后的热传导方程如下所示：

$$\begin{aligned} \frac{h_i^{new} - h_i^{old}}{\Delta t} \times \rho \times V_i = & s_i \times V_i - \lambda_h(\bar{h}^{old}, p) \times \frac{h_i^{new} - h_{i+1}^{new}}{(x_{i+1} - x_i) \times d} \times \sigma \\ & - \lambda_h(\bar{h}^{old}, p) \times \frac{h_{i-1}^{new} - h_i^{new}}{(x_i - x_{i-1}) \times d} \times \sigma \end{aligned}$$

方程两边除以面积  $\sigma$ ，有：

$$\begin{aligned} \frac{h_i^{new} - h_i^{old}}{\Delta t} \times \rho \times \frac{(x_{i+1} - x_i) + (x_i - x_{i-1})}{2} \times d = & s_i \times \frac{(x_{i+1} - x_i) + (x_i - x_{i-1})}{2} \times d \\ & - \lambda_h(\bar{h}^{old}, p) \times \frac{h_i^{new} - h_{i+1}^{new}}{(x_{i+1} - x_i) \times d} - \lambda_h(\bar{h}^{old}, p) \times \frac{h_{i-1}^{new} - h_i^{new}}{(x_i - x_{i-1}) \times d} \end{aligned}$$

整理得：

$$\begin{aligned} & - \frac{\lambda_h(\bar{h}^{old}, p)}{(x_i - x_{i-1}) \times d} \times h_{i-1}^{new} \\ & + \left[ \frac{\rho \times d \times (x_i - x_{i-1})}{2\Delta t} + \frac{\lambda_h(\bar{h}^{old}, p)}{(x_i - x_{i-1}) \times d} + \frac{\rho \times d \times (x_{i+1} - x_i)}{2\Delta t} + \frac{\lambda_h(\bar{h}^{old}, p)}{(x_{i+1} - x_i) \times d} \right] \times h_i^{new} \\ & - \frac{\lambda_h(\bar{h}^{old}, p)}{(x_{i+1} - x_i) \times d} \times h_{i+1}^{new} \\ = & s_i \cdot \frac{(x_{i+1} - x_i) + (x_i - x_{i-1})}{2} \times d + \frac{\rho \cdot d \times (x_i - x_{i-1})}{2\Delta t} \times h_i^{old} + \frac{\rho \times d \times (x_{i+1} - x_i)}{2\Delta t} \times h_i^{old} \end{aligned} \quad (2.25)$$

引入记号： $kt_i = \frac{\rho \times d \times (x_{i+1} - x_i)}{2\Delta t}$ ， $ks_i = \frac{\lambda_h(\bar{h}^{old}, p)}{(x_{i+1} - x_i) \times d}$ ，上式可简化为：

$$\begin{aligned}
 & -ks_{i-1} \times h_{i-1}^{new} + [kt_{i-1} + ks_{i-1} + kt_i + ks_i] \times h_i^{new} - ks_i \times h_{i+1}^{new} \\
 & = s_i \times \frac{(x_{i+1} - x_i) + (x_i - x_{i-1})}{2} \times d + kt_{i-1} \times h_i^{old} + kt_i \times h_i^{old}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

第1个节点离散化后的热传导方程如下所示:

$$\begin{aligned}
 \frac{h_0^{new} - h_0^{old}}{\Delta t} \rho \times V_0 = s_0 \times V_0 - \left[ f(x_0, T_0^{old}) + \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \Big|_{h=h_0^{old}} \times (h_0^{new} - h_0^{old}) \right] \times \sigma \\
 - \lambda_h(\bar{h}^{old}, p) \times \frac{h_0^{new} - h_1^{new}}{(x_1 - x_0) \cdot d} \times \sigma
 \end{aligned}$$

方程两边除以面积  $\sigma$ , 有:

$$\begin{aligned}
 \frac{h_0^{new} - h_0^{old}}{\Delta t} \rho \times \frac{(x_1 - x_0) \times d}{2} = s_0 \times \frac{(x_1 - x_0) \times d}{2} - \\
 \left[ f(x_0, T_0^{old}) + \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \Big|_{h=h_0^{old}} \times (h_0^{new} - h_0^{old}) \right] - \lambda_h(\bar{h}^{old}, p) \times \frac{h_0^{new} - h_1^{new}}{(x_1 - x_0) \times d}
 \end{aligned}$$

整理得:

$$\begin{aligned}
 \left[ \frac{\rho \times d \times (x_1 - x_0)}{2\Delta t} + \frac{\lambda_h(\bar{h}^{old}, p)}{(x_1 - x_0) \times d} + \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \Big|_{h=h_0^{old}} \right] \times h_0^{new} - \frac{\lambda_h(\bar{h}^{old}, p)}{(x_1 - x_0) \times d} \times h_1^{new} \\
 = \frac{\rho \times d \times (x_1 - x_0)}{2\Delta t} \times h_0^{old} + s_0 \times \frac{(x_1 - x_0) \times d}{2} - \left[ f(x_0, T_0^{old}) - \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \Big|_{h=h_0^{old}} \times h_0^{old} \right]
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

记  $kf = \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \Big|_{h=h_0^{old}}$ , 则上式简化后得:

$$\begin{aligned}
 [kt_0 + ks_0 + kf] \times h_0^{new} - ks_0 \times h_1^{new} \\
 = kt_0 \times h_0^{old} + s_0 \times \frac{(x_1 - x_0) \times d}{2} - [f(x_0, T_0^{old}) - kf \times h_0^{old}]
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

联立各节点热传导方程, 将其写为矩阵方程形式, 如下所示:

$$\begin{bmatrix}
 kt_0 + ks_0 + kf & & -ks_0 & & & & \\
 -ks_0 & & kt_0 + ks_0 + kt_1 + ks_1 & & -ks_1 & & \\
 & & \dots & & \dots & & \dots \\
 & & & & -ks_{n-1} & & kt_{n-1} + ks_{n-1} + kf
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 h_0^{new} \\
 h_1^{new} \\
 \vdots \\
 h_n^{new}
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 b_1 \\
 b_2 \\
 \vdots \\
 b_n
 \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

$$\text{式中: } b_i = \begin{cases}
 kt_0 \times h_0^{old} + s_0 \times \frac{(x_1 - x_0) \cdot d}{2} - [f(x_0, T_0^{old}) - kf \times h_0^{old}], & i = 0; \\
 s_i \times \frac{(x_{i+1} - x_i) + (x_i - x_{i-1})}{2} \times d + kt_{i-1} \times h_i^{old} + kt_i \times h_i^{old}, & 0 < i < n; \\
 kt_{n-1} \times h_n^{old} + s_n \times \frac{(x_n - x_{n-1}) \times d}{2} - [f(x_n, T_n^{old}) - kf \times h_n^{old}], & i = n.
 \end{cases}$$

### 2.3.3 边界条件及其离散化

在精轧过程中，带钢在精轧各个阶段有不同的边界换热条件，本文把换热条件分为四部分，即空冷换热条件、水冷换热条件、带钢与辊道的换热条件、变形区换热条件。

#### 2.3.3.1 空冷换热条件及其离散化

##### (1) 空冷换热条件

带钢空冷时无热源，所以热源  $s_i$  为零，在带钢的上下表面单元体中，带钢与空气的热传导方式为对流和热辐射。带钢对空气的热对流的计算公式为：

$$\Phi_{\text{flux}} = \alpha \times (T_{\text{surf}} - T_{\text{env}}) \quad (2.30)$$

其中： $\alpha = F_{\text{fitHeat2Air}} \cdot \alpha_0$ ， $\alpha_0$  的值是根据带钢速度值来确定：

- a)  $v_i < 5$  时， $\alpha_0 = 5.6 + 4.0 \times v_i$ ；
- b)  $v_i \geq 5$  时， $\alpha_0 = 7.295303462 \times v_i^{0.78}$ 。

式中： $v_i$ — $i$  时刻带钢的速度值，m/s；

$F_{\text{fitHeat2Air}}$ —空气传热系数。

带钢的对空气的辐射热流量的计算公式为：

$$\Phi_{\text{flux}} = \varepsilon \times \sigma \times (T_{\text{surf}}^4 - T_{\text{env}}^4) \quad (2.31)$$

式中： $\sigma$ —黑体辐射常数， $W/(m^2 \cdot K^4)$ ； $\varepsilon$ —带钢的辐射率；

$T_{\text{surf}}$ —带钢的相应的上、下表面温度，K； $T_{\text{env}}$ —环境的温度，K。

##### (2) 空冷换热方程的离散化

边界热流量的函数的计算公式为：

$$f(x_s, T_s^{\text{new}}) = \Phi_{\text{flux}} + \Phi_{\text{flux}} = \alpha \times (T_{\text{surf}}(h^{\text{new}}) - T_{\text{env}}) + \varepsilon \times \sigma \times (T_{\text{surf}}(h^{\text{new}})^4 - T_{\text{env}}^4) \quad (2.32)$$

由公式 2.41 离散化后的公式为：

$$\begin{cases} f(x_s, T_s^{\text{old}}) = \alpha \times (T_{\text{surf}}(h_s^{\text{old}}) - T_{\text{env}}) + \varepsilon \times \sigma \times (T_{\text{surf}}(h_s^{\text{old}})^4 - T_{\text{env}}^4) \\ \left. \frac{\partial f(T)}{\partial T} \cdot \frac{\partial T(h)}{\partial h} \right|_{h=h_s^{\text{old}}} = \alpha \times \frac{\partial T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})}{\partial h} + 4 \times \varepsilon \times \sigma \times T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})^3 \times \frac{\partial T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})}{\partial h} \end{cases} \quad (2.33)$$

其中，温度对焓值的偏导数的计算公式必须要用带钢温度的计算函数根据焓和相来确定公式具体形式。

#### 2.3.3.2 水冷换热条件及其离散化

##### (1) 水冷换热条件

水冷时无热源，所以热源  $s_i$  为零，在带钢的上下表面单元体中，单元体与除鳞水等水的热传导方式为对流和热辐射。带钢表面单元的对流传热计算公式为：

$$\Phi_{\text{cflux}} = \alpha \times (T_{\text{surf}}(h) - T_{\text{env}}) + \lambda_{\text{heatTransCoeff}} \times (T_{\text{surf}}(h) - T_{\text{boil}}) \quad (2.34)$$

表面的对流热传导系数计算公式为：

$$\lambda_{\text{heatTransCoeff}} = \frac{f_{\text{Heat2Water}} \times \left[ 1 - 0.42 \times \left( \frac{T_{\text{boil}} - 273}{25} - 1 \right) \right] \times \sqrt{2.9 \times 10^6} \times \sqrt{v_{\text{flow}}}}{L} \quad (2.35)$$

式中： $L$ —带钢的宽度，mm；

$T_{\text{boil}}$ —除鳞水的沸腾温度，K；

$v_{\text{flow}}$ —单位宽度内除鳞水的流速，m/s。

$f_{\text{Heat2Water}}$ —水的传热系数。

(2) 水冷换热公式的离散化

带钢表面单元在除鳞箱内的传热计算公式为：

$$\Phi_{\text{rflux}} = \varepsilon \times \sigma \times (T_{\text{surf}}^4 - T_{\text{env}}^4) + \lambda_{\text{heatTransCoeff}} \times (T_{\text{surf}}(h) - T_{\text{boil}}) \quad (2.36)$$

边界热流量函数的计算公式为：

$$f(x_s, T_s^{\text{new}}) = \Phi_{\text{cflux}} + \Phi_{\text{rflux}} = \alpha \times (T_{\text{surf}}(h) - T_{\text{env}}) + 2 \times \lambda_{\text{heatTransCoeff}} \times (T_{\text{surf}}(h) - T_{\text{boil}}) + \varepsilon \times \sigma \times (T_{\text{surf}}^4 - T_{\text{env}}^4) \quad (2.37)$$

其中：

$$\left\{ \begin{aligned} f(x_s, T_s^{\text{old}}) &= \alpha \times (T_{\text{surf}}(h_s^{\text{old}}) - T_{\text{env}}) + \varepsilon \times \sigma \times (T_{\text{surf}}(h_s^{\text{old}})^4 - T_{\text{env}}^4) \\ &\quad + 2 \times \lambda_{\text{heatTransCoeff}} \times (T_{\text{surf}}(h_s^{\text{old}}) - T_{\text{boil}}) \\ \left. \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \right|_{h=h_s^{\text{old}}} &= \alpha \times \frac{\partial T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})}{\partial h} + 4 \times \varepsilon \times \sigma \times T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})^3 \times \frac{\partial T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})}{\partial h} \\ &\quad + 2 \times f_{\text{heatTransCoeff}} \times \frac{\partial T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})}{\partial h} \end{aligned} \right.$$

### 2.3.3.3 带钢与辊道的换热条件及其离散化

(1) 带钢与传送辊道的换热条件

在带钢与传送辊道相接触时传热方式为辐射传热和对流传热。而热对流的计算公式为：

$$\Phi_{\text{cflux}} = \alpha \times (T_{\text{surf}} - T_{\text{roll}}) \quad (2.38)$$

在传热的同时传送辊将会反射带钢热辐射出的热量，所以在计算物体辐射率 $\varepsilon$ 时要考虑带钢和传送辊的辐射率，带钢的辐射热流量计算公式为：

$$\left\{ \begin{aligned} \Phi_{\text{flux}} &= \varepsilon \times \sigma \times (T_{\text{surf}}^4 - T_{\text{roll}}^4) \\ \varepsilon &= \frac{\varepsilon_{\text{带}} \times \varepsilon_{\text{辊}}}{\varepsilon_{\text{带}} + \varepsilon_{\text{辊}} - \varepsilon_{\text{带}} \times \varepsilon_{\text{辊}}} \end{aligned} \right. \quad (2.39)$$

式中： $\sigma$ —黑体辐射常数， $\text{w/m}^2/\text{K}^4$ 。

(2) 带钢与传送辊道的换热公式的离散化

带钢与传送辊接触时带钢下表面的边界热流量的函数的计算公式为:

$$f(x_s, T_s^{new}) = \Phi_{cflux} + \Phi_{rflux} = \alpha \times (T_{surf}(h^{new}) - T_{roll}) + \varepsilon \times \sigma \times (T_{surf}(h^{new})^4 - T_{roll}^4) \quad (2.40)$$

其中:

$$\begin{cases} f(x_s, T_s^{old}) = \alpha \times (T_{surf}(h^{old}) - T_{roll}) + \varepsilon \times \sigma \times (T_{surf}(h^{old})^4 - T_{roll}^4) \\ \left. \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \right|_{h=h_s^{old}} = \alpha \times \frac{\partial T_{surf}(h^{old})}{\partial h} + 4 \times \varepsilon \times \sigma \times T_{surf}(h^{old})^3 \times \frac{\partial T_{surf}(h^{old})}{\partial h} \end{cases}$$

带钢的上表面的边界条件调用与空气接触的边界条件进行计算。

2.3.3.4 变形区的换热条件及其离散化

(1) 变形区的换热条件

轧制区域内计算带钢的焓值时,要考虑轧辊和带钢间的摩擦以及轧辊作用在带钢上的变形力做的功对带钢焓值的影响。图 2.5 表明了轧辊和带钢表面单元区域接触时的传热情况。

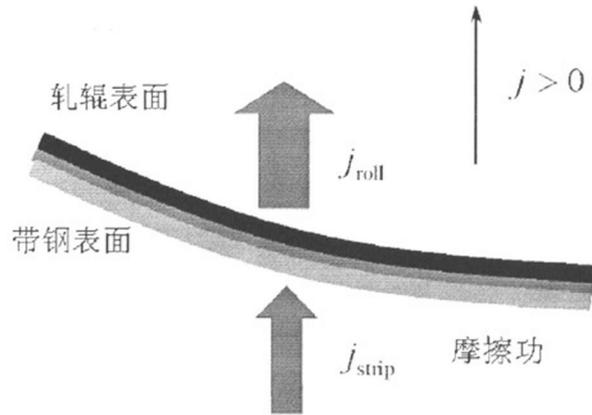


图 2.5 轧辊、带钢接触区传热图

Fig.2.5 Thermal conduction between roll and strip

轧制区域轧辊与带钢间的热传导率计算公式为:

$$\lambda_c = f_{fitHeat2Roll} \times \frac{k \times p}{3.5 \times 10^{-6}} \quad (2.41)$$

其中:  $k = \frac{\lambda_{conductWorkRoll} \times \lambda_{conductMaterial}}{\lambda_{conductWorkRoll} + \lambda_{conductMaterial}}$ , 而  $p$  取决于接触表面单元区域内的轧制力值,

它由因子  $\mu = 2.1 \times 10^{-9} \times p_{contactPressure}$  决定:

a) 当  $\mu > 0$  时,  $p = (2.1 \times 10^{-9} \times p_{contactPressure})^{1.7}$ ;

b) 当  $\mu < 0$  时,  $p=0$ 。

式中:  $\lambda_{\text{conductWorkRoll}}$ —工作辊的热传导率, 30w/m/k;

$\lambda_{\text{conductMaterial}}$ —带钢的热传导率, w/m/k;

$p_{\text{contactPressure}}$ —带钢单位接触面积上的轧制力, Mp。

在上面的公式中带钢的热传导率是由焓和相的组成来确定函数, 可通过带钢的物理性能参数模型来确定。

在轧制区域内带钢单位体积的变形功计算公式为:

$$W_{\text{deformationWork}} = \frac{W_{\text{formingWork}} \times v_{\text{strippoint}} \times h_{\text{in}}}{l \times h_{\text{出}}} \quad (2.42)$$

式中:  $W_{\text{formingWork}}$ —带钢的成形功。

在轧制区域带钢所有的单元体中, 各个单元体在变形时由于带钢变形时产生热量, 该热源的计算公式为:

$$s_i = 0.5 \times W_{\text{deformationWork}} \quad 0 \leq i \leq n \quad (2.43)$$

(2) 变形区的换热公式的离散化

轧制区域带钢的边界条件, 在带钢的上下表面单元体要吸收摩擦产生的热量并要传递热量给轧辊, 边界热流量函数的计算公式为:

$$f(x_s, T_s^{\text{new}}) = \Phi_{\text{roll}} - \Phi_{\text{fric}} \quad (2.44)$$

其中:

$$\left\{ \begin{array}{l} f(x_s, T_s^{\text{old}}) = \lambda_c \times (T_{\text{surf}}(h_s^{\text{old}}) - T_{\text{roll}}^{\text{old}}) - W_{\text{frictionWork}} \times (m_{\text{beta}} - \frac{-2 \times \lambda_c \times dt}{\sqrt{\pi} \times \sqrt{\lambda_{\text{roll}} \times c_p \times \rho \times \sqrt{dt}}}) \\ \frac{\partial f(T)}{\partial T} \times \frac{\partial T(h)}{\partial h} \Big|_{h=h_s^{\text{old}}} = \lambda_c \times \frac{\partial T_{\text{surf}}(h^{\text{old}})}{\partial h} \end{array} \right.$$

式中:  $\lambda_c$ —上下表面的热传导率, 由前面时间步长的焓值确定, W/m/K;

$m_{\text{beta}}$ —摩擦功产生的热量传向轧辊表面的比例, 值为 0.5;

$dt$ —时间步长, s。

## 2.4 温度模型的计算实例

根据首钢 2160mm 热连轧机组现场数据, 结合温度模型的计算结果进行对比分

析。本文中选取了 5 块样本带钢用来测试精轧温度计算模型的精度，选取的钢种为 ss400,，带钢在精轧机组入口处的入口厚度、终轧厚度、入口宽度和入口速度如表 2.1 所示。

表 2.1 样本带钢参数  
Table 2.1 Parameter of sample strip

钢种	入口厚度(mm)	终轧厚度(mm)	入口速度(m/s)	入口宽度(mm)
1	42.7	11.86	1.31	1840.8
2	48.76	13.67	1.06	1835.7
3	42.7	9.86	1.35	1836.7
4	42.7	7.84	1.14	1837.7
5	30.53	5.81	2.02	1836.4

精轧过程中温度变化较大，本文根据样本带钢从粗轧出口到精轧机架出口整个精轧过程中带钢温度计算值来确定温度模型的稳定性。由于各块带钢在各个精轧过程中温度曲线变化趋势类似，所以只画出了 1 号样本带钢的各块样本带钢表面温度、心部温度、平均温度的计算值曲线，如图 2.6 所示。

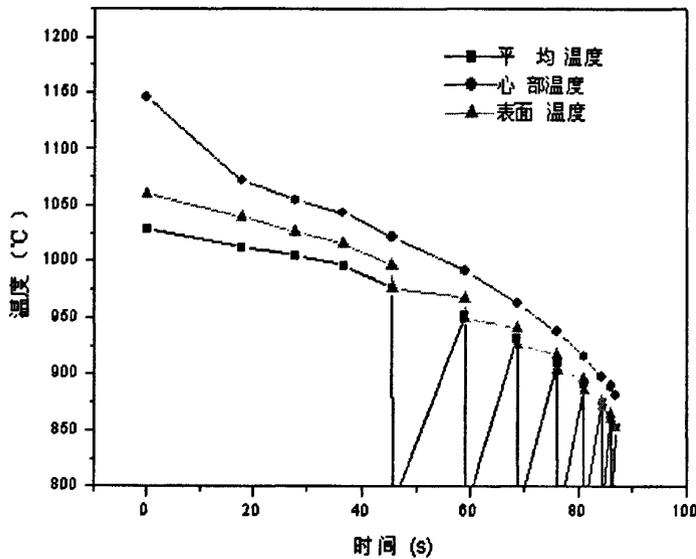


图 2.6 1 号带钢在精轧过程中温度的计算值

Fig.2.6 The calculated value of strip temperature in finish rolling

1 号样本带钢在精轧出口的表面温度、心部温度、平均温度曲线的对比，可知带钢温度计算值的变化趋势相似，数值相差不大，表明温度模型具有很好的稳定性。

五块样本带钢在精轧出口的表面温度计算值、实测值对比如图 2.7 所示。

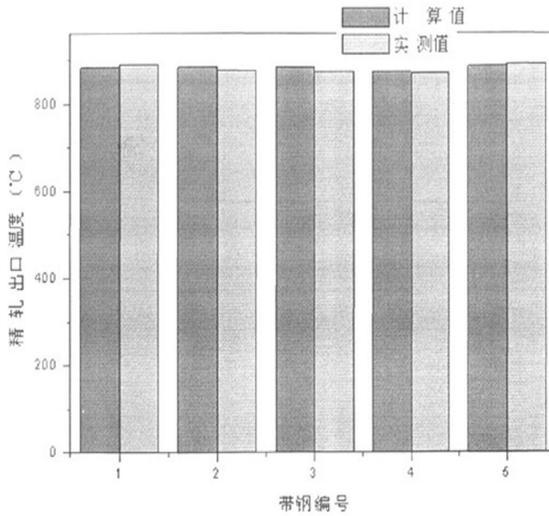


图 2.7 带钢精轧出口带钢表面温度计算值与实测值对比

Fig.2.7 Contrast of actual value and calculated value for temperature in finish rolling

对比图 2.7 中各块带钢精轧出口表面温度计算值与实测值，计算值和实测值的偏差在 $\pm 15^{\circ}\text{C}$ 以内，这说明带钢精轧温度模型具有较高的精度。

## 2.5 本章小结

(1) 从理论推导出了精轧温度有限差分模型的建立过程，构建了精轧温度有限差分模型。

(2) 利用现场的数据验证了带钢温度数学模型的稳定性和准确性。温度模型得到的计算值与实测值比较结果，说明温度模型的计算值与实测值吻合的很好，本文建立的温度模型具有较高的计算精度。带钢温度计算偏差不得超过 $\pm 15^{\circ}\text{C}$ 。

## 第3章 力能参数计算模型

轧制过程是靠旋转的轧辊与轧件之间形成的摩擦力将轧件拖进辊缝之间，并使轧件受到压缩产生塑性变形的过程。轧制过程除使轧件获得一定的形状和尺寸外，还必须使组织性能得到一定程度的改善。

### 3.1 轧制力计算模型

#### 3.1.1 变形区基本参数

##### (1) 压扁接触弧长及压扁半径

带钢在轧制过程中，轧辊受到带钢反作用发生弹性压扁，对应的接触弧长即为压扁接触弧长。其计算公式如下：

$$\begin{cases} l'_c = m \times \bar{p} \times R + \sqrt{R \times \Delta h + (m \times \bar{p} \times R)^2} \\ m = \frac{8 \times (1 - \nu_R^2)}{\pi \times E_R} \end{cases} \quad (3.1)$$

设  $l'_c = \sqrt{R' \times \Delta h}$ ，轧辊压扁半径的计算公式为：

$$\begin{cases} R' = R \times \left[ 1.0 + C \times \frac{P}{\Delta h \times B} \right] \\ C = \frac{16.0 \times (1.0 - \nu_R^2)}{\pi \times E_R} \end{cases} \quad (3.2)$$

式中： $\bar{p}$ —接触弧上的平均单位压力，kN；

$E_R$ —轧辊的杨氏弹性模量，MP；

$\nu_R$ —轧辊的泊松比；

$P$ —轧制力，kN；

$\Delta h$ —压下量，mm；

$B$ —带钢宽度，mm；

$R$ —工作辊半径，mm；

$R'$ —工作辊压扁半径，mm。

##### (2) 变形速度

为了计算轧件的变形抗力，采用轧件在变形区中变形速度的平均值，即平

均变形速度，计算模型如下：

$$\dot{\varepsilon} = \frac{v_0}{l'_c} \times \ln \frac{h_0}{h} \quad (3.3)$$

式中： $\dot{\varepsilon}$ —平均变形速度，mm/s；

$l'_c$ —压扁接触弧长，mm；

$h_0$ —轧件入口厚度，mm；

$h$ —轧件出口厚度，mm；

$v_0$ —轧辊线速度，mm/s。

### 3.1.2 轧制力计算模型

#### (1) 变形区单元划分及坐标计算

为了提高轧制力的计算精度，把变形区域划分为  $n$  个单元，并对每单元的轧制力进行单独计算。坐标原点取在变形区入口侧，则第  $i$  个单元在变形区内对应横向坐标为：

$$x(i) = \frac{i^2 \times l'_c}{n^2} \quad i=1 \sim n \quad (3.4)$$

式中： $n$ —变形域单元划分个数； $l'_c$ —变形区长度，mm。

#### (2) 各单元轧制力的计算

在轧制力计算模型中，根据各单元的受力情况，单元的轧制力分别在弹性变形、塑性变形、粘塑性变形三种情形下进行计算。第  $i$  个单元如果先按弹性变形公式计算出轧制力的值，则根据米塞斯屈服准则平面条件下的公式 3.5 来判断是否满足塑性变形条件，若塑性变形条件成立，则用塑性变形情况下的轧制力计算公式；若用塑性变形情况下的轧制力计算公式计算出轧制力值满足公式 3.6，则用粘塑性情况下的轧制力计算公式计算第  $i$  个单元的轧制力。

$$p(i-1) + \frac{(k1+k2)}{2} - E_s \times \varepsilon(i) > \frac{2}{\sqrt{3}} \times k_{\text{fval}} [i] \quad (3.5)$$

式中： $p(i-1)$ —第  $i-1$  单元的轧制力，MPa；

$k1$ 、 $k2$ —弹性变形下的模型参数；

$k_{\text{fval}} [i]$ —第  $i$  单元的变形抗力，MPa。

$$\frac{C \times E_s \times \ln \frac{h(i+1)}{h(i-1)}}{4 \times \Delta x \times f_{\text{静}}} < p(i) \quad (3.6)$$

式中： $h(i+1)$ 、 $h(i-1)$ — $i+1$ 、 $i-1$  单元轧件厚度，mm；

$f_{\text{静}}$ —静摩擦系数；

$C$ —粘塑性常量；

$E_s$ —带钢的杨氏弹性模量，MPa；

$\Delta x$ —相邻两单元长度差，mm。

带钢各个单元从入口处开始计算轧制力时，各中情况下的轧制力计算公式为：

1) 在弹性变形情况下，第  $i$  单元的轧制力计算公式为：

$$\left\{ \begin{aligned} p(i) &= p(i-1) + \left[ \frac{v_s}{2 \times v_s - 1} \times \frac{(k1+k2)}{2} - E_s \times \varepsilon(i) \right] \\ k1 &= \frac{(2 \times v_s - 1) \times 0.5 \times \ln \frac{h(i)}{h(i-2)} \times [t_i + p(i-1)]}{1 - v_s} + \frac{\Delta x \times f_{\text{静}} \times (2 \times v_s - 1) \times p(i-1)}{(1 - v_s) \times h(i-1)} \\ k2 &= \frac{(2 \times v_s - 1) \times 0.5 \times \ln \frac{h(i+1)}{h(i-1)} \times [t_i + p(i-1) + k1]}{1 - v_s} \\ &+ \frac{\Delta x \times f_{\text{静}} \times [(2 \times v_s - 1) \times p(i-1) + v_s \times k1 + E_s \times \varepsilon(i) \times (1 - v_s)]}{(1 - v_s) \times h(i)} \\ \varepsilon(i) &= \ln \frac{h(i)}{h(i-1)} \end{aligned} \right. \quad (3.7)$$

式中： $p(i)$ —第  $i$  单元的轧制力，MPa；

$v_s$ —带钢的泊松比；

$p(i-1)$ —第  $i-1$  单元的轧制力，MPa；

$E_s$ —带钢的杨氏弹性模量，MPa；

$k1$ 、 $k2$ —模型参数；

$\varepsilon(i)$ —第  $i$  单元的真应变；

$f_{\text{静}}$ —静摩擦系数；

$h(i)$ 、 $h(i-1)$ 、 $h(i-2)$ — $i$ 、 $i-1$ 、 $i-2$  单元轧件厚度，mm；

$t_i$ —入口处张应力，MPa；

$\Delta x$ —相邻两单元长度差，mm。

2) 在塑性变形情况下，第  $i$  区的轧制力计算公式为：

$$\left\{ \begin{aligned} p(i) &= p(i-1) + \frac{(k1+k2)}{2} + \frac{2 \times (k_{fval}[i] - k_{fval}[i-1])}{\sqrt{3}} \\ k1 &= \frac{2 \times k_{fval}[i-1] \times 0.5 \times \ln \frac{h(i)}{h(i-2)}}{\sqrt{3}} + \frac{\Delta x \times f_{静} \times p(i-1)}{h(i-1)} \\ k2 &= \frac{2 \times k_{fval}[i] \times 0.5 \times \ln \frac{h(i)}{h(i-1)}}{\sqrt{3}} + \frac{\Delta x \times f_{静} \times (p(i-1) + k1)}{h(i)} \end{aligned} \right. \quad (3.8)$$

式中： $p(i)$ 、 $p(i-1)$ —第  $i$ 、 $i-1$  区轧制力，MPa；

$k_{fval}[i]$ 、 $k_{fval}[i-1]$ —第  $i$ 、 $i-1$  单元的变形抗力，MPa；

$f_{静}$ —带钢的静摩擦系数；

$h(i)$ 、 $h(i-1)$ 、 $h(i-2)$ —第  $i$ 、 $i-1$ 、 $i-2$  单元轧件厚度，mm；

$\Delta x$ —相邻两单元长度差，mm。

3) 在粘塑性变形情况下，第  $i$  区的左侧压力计算公式为：

$$p(i) = p(i-1) - f_{粘} \times E_s \times \ln \frac{h(i)}{h(i-1)} \quad (3.9)$$

式中： $p(i)$ 、 $p(i-1)$ —第  $i$ 、 $i-1$  单元的轧制力，MPa；

$f_{粘}$ —粘塑性区摩擦系数；

$E_s$ —带钢的杨式模量，MPa；

$h(i)$ 、 $h(i-1)$ — $i$ 、 $i-1$  单元轧件厚度，mm。

### (3) 各单元轧制力的计算

带钢各个区域从出口处开始计算轧制力的方法为从最后一个区域开始向前面的区域计算，当计算到同一区域的入口处计算的轧制力大于等于出口处轧制力值或计算到开始区时计算结束。

此时各个单元的轧制力分为塑性变形和粘塑性变形两种情形进行计算。各中情况下的轧制力计算公式为：

1) 按弹性变形计算时，计算公式为：

$$\left\{ \begin{array}{l} p(i-2) = \frac{(2\nu_s - 1) \times p(i-1) + 0.5 \times \nu_s \times (k1 + k2) + (2\nu_s - 1.0) \times E_s \times \ln \frac{h(i-1)}{h(i-2)}}{2.0 \times \nu_s - 1} \\ k1 = \frac{\Delta x \times f_{\text{静}} \times (2\nu_s - 1) \times p(i-1)}{(1 - \nu_s) \times h(i-1)} - \frac{(2\nu_s - 1) \times 0.5 \times \ln \frac{h(i)}{h(i-2)} \times (t_o + p(i-1))}{1.0 - \nu} \\ k2 = \frac{\Delta x \times f_{\text{静}} \times \left[ (2.0 \times \nu_s - 1.0) \times p(i-1) + \nu_s \times k1 - E_s \times (1 - \nu_s) \times \ln \frac{h(i)}{h(i-1)} \right]}{(1 - \nu_s) \times h(i-1)} \\ \frac{(2 \times \nu_s - 1) \times 0.5 \times \ln \frac{h(i+1)}{h(i-1)} \times (t_o + p(i-1) + k1)}{1 - \nu_s} \end{array} \right. \quad (3.10)$$

式中： $p(i-1)$ 、 $p(i-2)$ —从出口计算时第  $i-1$ 、 $i-2$  单元的轧制力值，MPa；

$\nu_s$ —带钢的泊松比；

$t_o$ —带钢在轧机出口处的前张力，MPa；

$f_{\text{静}}$ —静摩擦系数；

$E_s$ —带钢的杨式模量，MPa；

$k1$ 、 $k2$ —模型参数；

$h(i)$ 、 $h(i-1)$ 、 $h(i-2)$ —第  $i$ 、 $i-1$ 、 $i-2$  单元厚度，mm；

$\Delta x$ —相邻两单元长度差，mm。

2) 按塑性变形计算时，计算公式为：

$$\left\{ \begin{array}{l} p(i-2) = p(i-1) + 0.5 \times (k1 + k2) + \frac{2 \times (k_{fval} [i-2] - k_{fval} [i-1])}{\sqrt{3}} \\ k1 = \frac{\Delta x \times f_{\text{静}} \times p(i-1)}{h_{i-1}} - \frac{2 \times k_{fval} [i-1] \times 0.5 \times \ln \frac{h_i}{h_{i-2}}}{\sqrt{3}} \\ k2 = \frac{\Delta x \times f_{\text{静}} \times (p(i-1) + k1)}{h(i-2)} - \frac{2 \times k_{fval} [i-2] \times 0.5 \times \ln \frac{h(i+1)}{h(i-1)}}{\sqrt{3}} \end{array} \right. \quad (3.11)$$

式中： $p(i-1)$ 、 $p(i-2)$ —从出口计算时第  $i-1$ 、 $i-2$  单元的轧制力值，MPa；

$k1$ 、 $k2$ —模型参数；

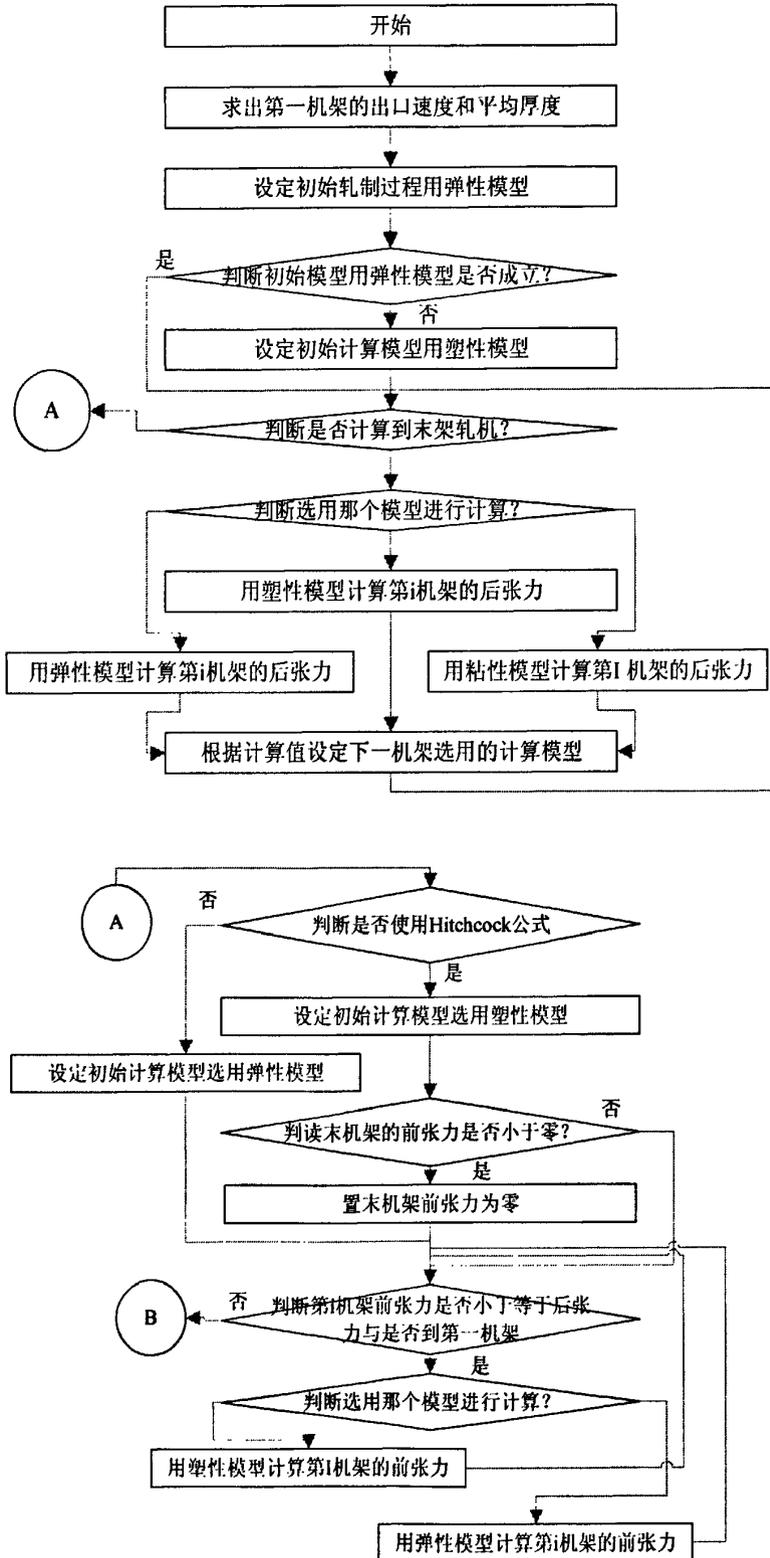
$k_{fval} [i]$ 、 $k_{fval} [i-1]$ —第  $i$ 、 $i-1$  单元的变形抗力，MPa；

$f_{\text{静}}$ —静摩擦系数；

$h(i+1)$ 、 $h(i)$ 、 $h(i-1)$ 、 $h(i-2)$ —第  $i+1$ 、 $i$ 、 $i-1$ 、 $i-2$  单元厚度，mm；

$\Delta x$ —相邻两单元长度差，mm。

轧制力的计算流程图如图 3.1 所示：



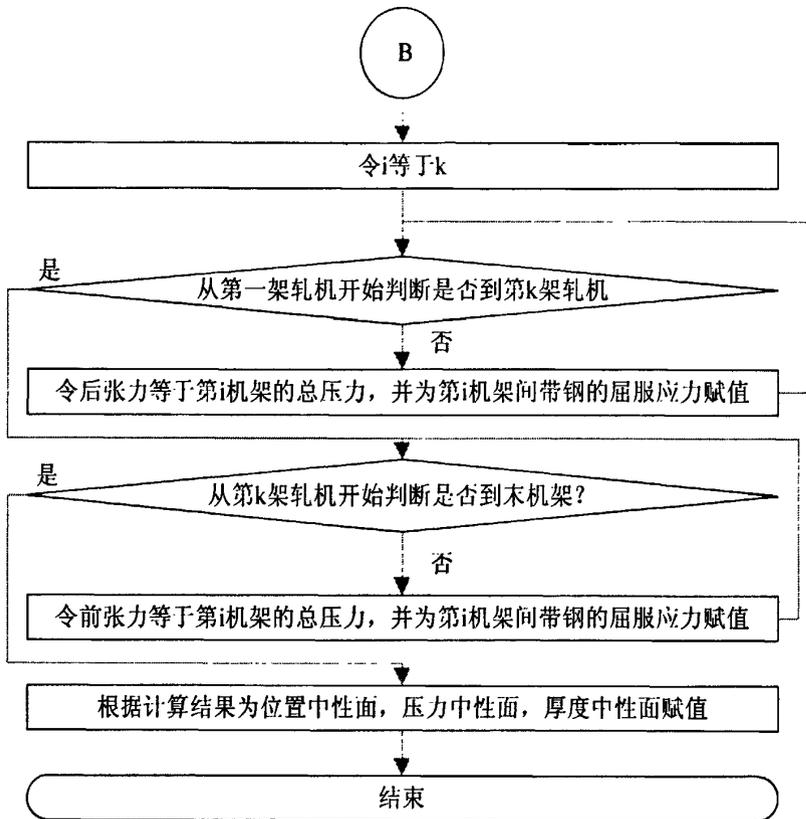


图 3.1 轧制力的计算流程图

Fig.3.1 The flow chart of rolling force calculation

### 3.1.3 中性面的计算模型

分别求出各个单元从入口处和出口处计算出的轧制力后，比较两者值，当第  $i$  个单元入口处计算的轧制力大于等于出口处轧制力值时，即为中性面的位置。

令各区域的轧制力等于此值。根据比较结果取同一区域内轧制力相等时为中性面，得到此处的厚度、轧制力、位置，即为中性面的相应值。

## 3.2 轧制力矩计算模型

### 3.2.1 轧制区域内各单元变形速度的计算

在中性面处，带钢的速度等于轧辊的水平速度，根据秒流量相等原则，第  $i$  个单元的速度计算公式为：

$$v(i) = \frac{v(\gamma) \times h(\gamma)}{h(i)} \quad (3.12)$$

式中： $v(\gamma)$ —中性面水平的速度，mm/s；

$h(\gamma)$ —中性面的厚度, mm;

$h(i)$ —第  $i$  个单元的厚度, mm。

所以第  $i$  个单元的变形速度计算公式为:

$$v'(i) = \frac{v(i) \times \sin \varphi(x)}{h(i)} \quad (3.13)$$

式中:  $v(i)$ —第  $i$  单元的速度, mm/s;

$\varphi(x)$ —第  $i$  单元与轧辊中心线的夹角;

$h(i)$ —第  $i$  个单元的厚度, mm。

### 3.2.2 轧制区域内轧制力矩的计算

轧制力矩的大小有轧制力决定, 根据轧制区域内带钢的每个单元体所受到的轧制力值可以计算出各个机架的轧制力矩值。第  $i$  个机架的轧制力矩的计算公式为:

$$Tq_{Cal}(i) = \lambda \times Ld_{Cal}(i) \times Rf_{Cal}(i) \quad (3.14)$$

式中:  $Tq_{Cal}(i)$ —第  $i$  机架的轧制力矩,  $kN \times mm$ ;

$\lambda$ —力臂系数;

$Ld_{Cal}(i)$ —接触弧长, mm;

$Rf_{Cal}(i)$ —轧制力, Mp。

### 3.3 轧制功率计算模型

第  $i$  个机架的轧制功率的计算公式为:

$$Pw_{Cal}(i) = 2 \times 9.81 \times \frac{Tq_{Cal}(i)}{\eta} \times \frac{Vr_{Cal}(i)}{R_{Mmi}(i)} \quad (3.15)$$

式中:  $Pw_{Cal}(i)$ —功率, kW;

$Tq_{Cal}(i)$ —轧制力矩,  $kN \times mm$ ;

$\eta$ —电机效率;

$Vr_{Cal}(i)$ —轧辊线速度, mm/s;

$R_{Mmi}(i)$ —轧辊半径, mm。

### 3.4 力能参数的计算实例

精轧机组工作辊的尺寸如表 3.1 所示。

表 3.1 精轧机工作辊直径

Table 3.1 The size of finishing mill work roll

轧机	F <sub>1</sub>	F <sub>2</sub>	F <sub>3</sub>	F <sub>4</sub>	F <sub>5</sub>	F <sub>6</sub>
工作辊直径 (mm)	884.8	820.5	795.8	691.0	711.7	741.4

本文中选取了 5 块样本带钢用来测试力能参数计算模型精度。选取的钢种为 ss400，带钢在精轧机组入口处的入口厚度、终轧厚度、入口宽度和入口温度如表 3.2 所示。

表 3.2 样本带钢参数

Table 3.2 Parameter of sample strip

钢种	入口厚度(mm)	终轧厚度(mm)	入口温度(°C)	入口宽度(mm)
1	42.7	11.86	979.49	1840.8
2	48.76	13.67	982.81	1835.7
3	42.7	9.86	995.34	1836.7
4	42.7	7.84	987.03	1837.7
5	30.53	5.81	968.89	1836.4

从表 3.2 中可以看出，本文所选的带钢精轧入口厚度范围为 30.53~48.76mm，终轧厚度范围为 5.81~13.67mm，精轧入口温度范围为 968.89~995.34mm，精轧入口宽度范围为 1835.7~1840.8mm，所以所选的带钢的模型计算结果和实测值具有可比性。

通过轧制力模型计算出各块带钢的轧制力值，计算结果如图 3.2 所示，通过轧制力矩模型计算出各块带钢的轧制力矩值如图 3.3 所示，通过轧制功率模型计算出各块带钢的轧制功率值如图 3.4 所示。

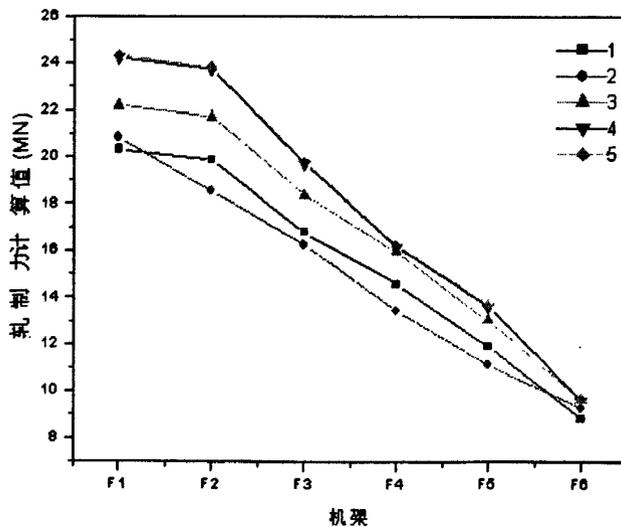


图 3.2 轧制力计算值

Fig.3.2 Calculated value for rolling force

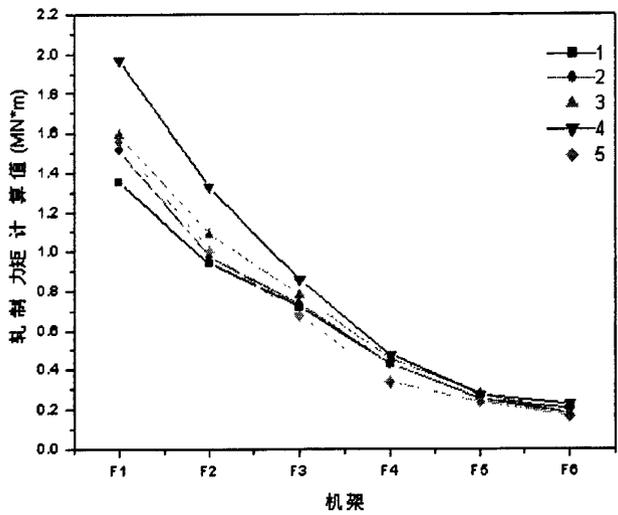


图 3.3 轧制力矩计算值  
Fig.3.3 Calculated value for rolling torque

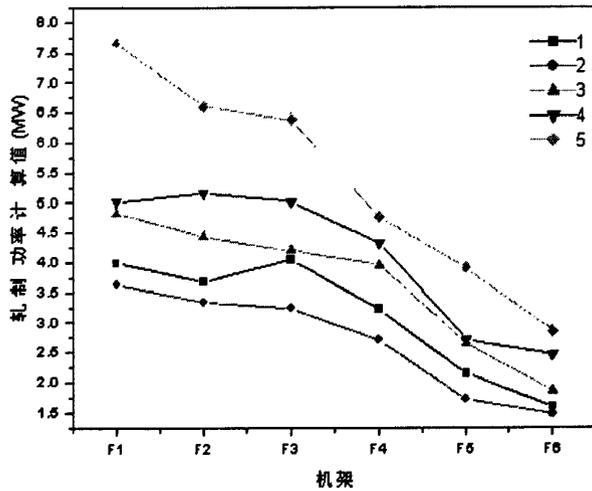


图 3.4 轧制功率计算值  
Fig.3.4 Calculated value for rolling power

通过图 3.2、图 3.3 和图 3.4 中各块带钢的轧制力、轧制力矩和轧制功率的对比，可以看出各块带钢计算值变化趋势相同，这说明各个机架的轧制力、轧制力矩和轧制功率分配比率基本相同，模型计算稳定。

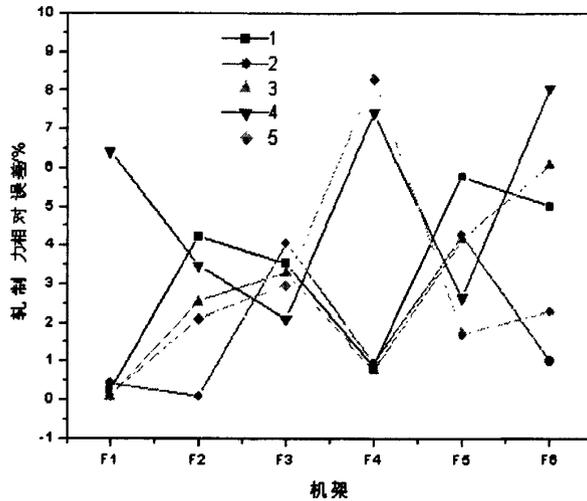


图 3.5 轧制力实测值与计算值的相对误差

Fig.3.5 Relativity error between actual value and calculated value for rolling force

对比图 3.5 中各块带钢的轧制力计算值和实测值相对误差曲线，本文轧制力计算模型计算值与实测值的误差在第 6 机架变化大。通过模型计算出的轧制力值与实测值误差在 8.5%以内，轧制力模型具有较高的精度。

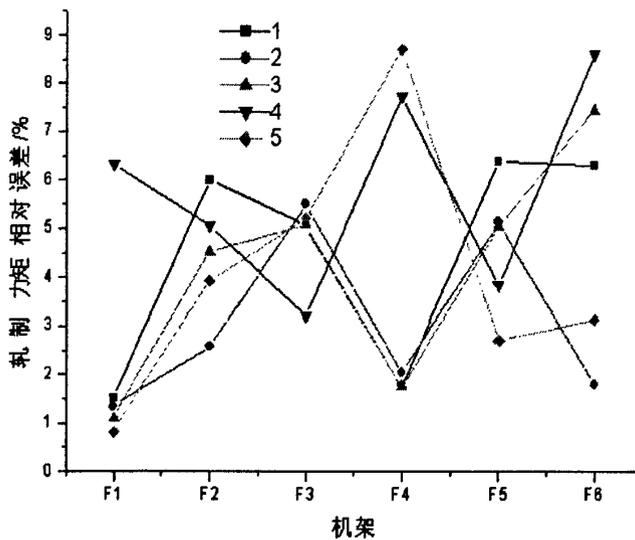


图 3.6 轧制力矩实测值与计算值的相对误差

Fig.3.6 Relativity error between actual value and calculated value for rolling torque

对比图 3.6 中各块带钢的轧制力矩计算值和实测值相对误差曲线，本文轧制力矩计算模型计算值与实测值的误差在第 3、6 机架变化较大。通过模型计算出的轧制力矩值与实测值误差在 9%以内，轧制力矩模型具有较高的精度。

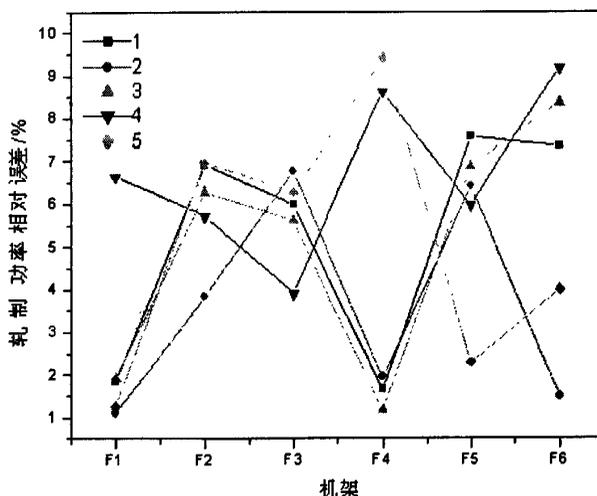


图 3.7 轧制功率实测值与计算值的相对误差

Fig.3.7 Relativity error between actual value and calculated value for rolling power

对比图 3.7 中各块带钢的轧制功率计算值和实测值相对误差曲线，本文轧制功率计算模型计算值与实测值的误差在第 1、4 机架变化较小。通过模型计算出的轧制功率值与实测值误差在 10%以内，轧制功率模型具有较高的精度。

### 3.5 本章小结

构建了轧制力模型、轧制力矩模型和轧制功率模型。分析了轧制力、轧制力矩和轧制功率的计算值，模型稳定性良好。对比分析了五块样本带钢的轧制力、轧制力矩和轧制功率的计算值与实测值，轧制力模型计算结果与实际值的相对误差在 8.5%以内，轧制力模型具有较高的计算精度；轧制力矩模型计算结果与实际值的相对误差在 9%以内，轧制力矩模型具有较高的计算精度；轧制功率模型计算结果与实际值的相对误差在 10%以内。

## 第 4 章 负荷分配模型

生产热连轧板带时,中间坯经过 6~7 个机架的热连轧,轧制出符合质量标准的热轧成品带钢。一系列的轧制过程是按照所设定的轧制规程进行的。制定轧制规程的中心问题是合理分配各机架的压下量、确定各机架实际轧出厚度,即负荷分配。因此,为使热轧带钢生产能够达到优质、高产、低消耗,就需要合理地进行负荷分配,从而达到更好的控制效果。

负荷分配就是在一定的轧制条件下(带钢的钢种、厚度、宽度、温度等)带钢的压下量分配。从本质上讲,负荷分配决定了轧制过程的状态特性。负荷分配是否合理,对成品质量、轧制设备调整和事故的多少均有重要的影响。制定合理的负荷分配,需要考虑的限制条件有设备强度、电机的过载和发热、工艺条件、板形和速度的限制等,这些因素往往是相互矛盾的,在不同的轧制条件下,各架轧机的限制因素也是不同的。

近年来由于计算机性能的迅速提升,使复杂的负荷分配在线优化计算成为可能。西门子公司最先将最优化方法用于热连轧机组的在线多目标负荷分配优化计算。本章结合迁钢 2160mm 热轧生产线,对这种方法进行介绍,并从理论上推导了目标函数的建立过程。

### 4.1 负荷形式及选择的基本原则

在迁钢 2160mm 热轧生产线上,热轧带钢的负荷类型可以分为:绝对压下量、相对压下量、相对轧制力、绝对轧制力和空过,其中绝对压下量为各个精轧机架的入口厚度与出口厚度之差;相对压下量为各个精轧机架的绝对压下量与该机架的入口厚度之比值。

表 4.1 负荷类型表  
Table 4.1 lading specification

负荷类型	负荷值	负荷单位	说明
KBARDA	相对厚度压下量	[压下量]=1	所有的相对值成为一个恒定的因数,负荷值就是所考虑的道次压下量
KBAADA	绝对厚度压下量	[压下量]=1	负荷值是所考虑的道次规程压下量
KBARFW	相对轧制力	[力]=N	所有的相对值成为一个恒定的因数,负荷值就是所考虑道次的轧制力
KBAAFW	绝对轧制力	[力]=N	负荷值是所考虑道次的规程轧制力
KBAINA	空		无压下量轧机不工作

完整的负荷包括负荷的类型和载荷的值, 载荷值因不同的载荷类型而有不同的含义。

在本文从理论上推导目标函数时, 为了使模型更适应轧制的一般情况, 负荷形式的选择需遵循两条原则:

- (1) 各机架负荷形式不能全部都是绝对的;
- (2) 压下率和压力的相对方式在一个轧制策略中不可以混合使用。

## 4.2 负荷分配在线优化

### 4.2.1 决策变量的选择

本文中采用优化设计的方法来计算压下规程, 其中决策变量为:

$$\varepsilon_i = \ln \frac{H_i}{h_i} = \ln \left( \frac{1}{1-r_i} \right) \quad (4.1)$$

式中:  $H_i$ —第  $i$  个机架的入口厚度, mm;

$h_i$ —第  $i$  个机架的出口厚度, mm;

$r_i$ —第  $i$  个机架的相对压下量。

### 4.2.2 多目标优化函数的建立

在建立多目标优化函数时, 对于任一个机架  $i$ , 根据负荷类型方式的不同, 目标函数如下:

- (1) 在绝对压下率方式时:

$$\left\{ \begin{array}{l} \varphi_i = \min \left\{ \sum_i \frac{1}{2} \times \left( \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{ai}^*}{\varepsilon_{ai}^*} \right)^2 \right\} \\ \varepsilon_{ai}^* = \ln \left( \frac{1}{1-lv_i} \right) \end{array} \right. \quad (4.2)$$

式中:  $\varepsilon_{ai}^*$ —第  $i$  机架标准负荷分配比的决策变量;

$lv_i$ —第  $i$  个机架标准负荷分配时的相对压下量。

- (2) 在相对压下率方式时:

$$\begin{cases} \varphi_i = \min \left\{ \sum_i \frac{1}{2} \times \left( \frac{\varepsilon_i - \beta_1 \times \varepsilon_{ai}^*}{\varepsilon_{ai}^*} \right)^2 \right\} \\ \varepsilon_{ai}^* = \ln \left( \frac{1}{1 - l v_i} \right) \end{cases} \quad (4.3)$$

式中： $\beta_1$ —标准压下率分配因子。

(3) 在绝对轧制力方式时：

$$\begin{cases} \varphi_i = \min \left\{ \sum_i \frac{1}{2} \times \left( \frac{P_i - P_{ai}^*}{P_{ai}^*} \right)^2 \right\} \\ P_{ai}^* = l v_i \times P_{\max,i} \end{cases} \quad (4.4)$$

式中： $P_{ai}^*$ —第  $i$  机架标准负荷分配时的轧制力值, MN;

$P_{\max,i}$ —第  $i$  机架标准负荷分配时的轧制力最大值, MN。

(4) 在相对轧制力方式时：

$$\begin{cases} \varphi_i = \min \left\{ \sum_i \frac{1}{2} \times \left( \frac{P_i - \beta_2 \times P_{ri}^*}{P_{ri}^*} \right)^2 \right\} \\ P_{ri}^* = l v_i \times 38000000 \end{cases} \quad (4.5)$$

式中： $\beta_2$ —标准压下率分配因子；

$P_{ri}^*$ —标准压下率按等相对负荷分配法时第  $i$  机架的轧制力值, MN。

(5) 在机架空过的方式时：

$$\varphi_i = \min \left( \sum_i \frac{1}{2} \times \varepsilon_i^2 \right) \quad (4.6)$$

综合考虑以上负荷类型方式，得出负荷分配的总优化目标函数为：

$$\varphi(\bar{\varepsilon}) = \sum_i \varphi_i = \min \left\{ \begin{aligned} & \sum_i \frac{1}{2} \times \left( \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{ai}^*}{\varepsilon_{ai}^*} \right)^2 + \sum_j \frac{1}{2} \times \left( \frac{\varepsilon_j - \beta_1 \times \varepsilon_{aj}^*}{\varepsilon_{aj}^*} \right)^2 + \sum_m \frac{1}{2} \times \varepsilon_m^2 \\ & + \sum_k \frac{1}{2} \times \left( \frac{P_k - P_{ak}^*}{P_{ak}^*} \right)^2 + \sum_l \frac{1}{2} \times \left( \frac{P_l - \beta_2 \times P_{rl}^*}{P_{rl}^*} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad (4.7)$$

根据负荷形式的选择需遵循两条原则，在上式中第二项和第五项两者只能选其一，即相对压下率方式和相对轧制力方式两者只能选一个。

将  $\varphi(\bar{\varepsilon})$  在初始点  $\bar{\varepsilon}^k$  处做二阶 Taylor 基数展开：

$$\varphi(\bar{\varepsilon}) \approx Q(\bar{\varepsilon}) = \varphi(\bar{\varepsilon}^k) + \bar{g}(\bar{\varepsilon}^k)^T \times (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^k) + \frac{1}{2} \times (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^k)^T \times \bar{G}(\bar{\varepsilon}^k) \times (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^k) \quad (4.8)$$

因为  $\varphi(\bar{\varepsilon}^k) = C$ ， $C$  为常数，所以优化目标函数可以变为：

$$f(\bar{\varepsilon}) = \min \left\{ \bar{g}(\bar{\varepsilon}^k)^T \times (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^k) + \frac{1}{2} \cdot (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^k)^T \times \bar{G}(\bar{\varepsilon}^k) \times (\bar{\varepsilon} - \bar{\varepsilon}^k) \right\} \quad (4.9)$$

引入记号:  $\delta\bar{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \delta\varepsilon_1 \\ \delta\varepsilon_2 \\ \vdots \\ \delta\varepsilon_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 - \varepsilon_1^k \\ \varepsilon_2 - \varepsilon_2^k \\ \vdots \\ \varepsilon_n - \varepsilon_n^k \end{bmatrix}$ , 优化目标函数可以化简为:

$$f(\bar{\varepsilon}) = \min \left\{ \bar{g}(\bar{\varepsilon}^k)^T \times \delta\bar{\varepsilon} + \frac{1}{2} \times \delta\bar{\varepsilon}^T \times \bar{G}(\bar{\varepsilon}^k) \times \delta\bar{\varepsilon} \right\} \quad (4.10)$$

在此优化目标函数中,  $\bar{g}(\bar{\varepsilon}^k)$  和  $\bar{G}(\bar{\varepsilon}^k)$  矩阵形式, 如下所示:

$$\bar{g}(\bar{\varepsilon}^k) = \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ \vdots \\ g_n \\ g_\beta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_1} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_n} \\ \frac{\partial \varphi}{\partial \beta_i} \end{bmatrix}, \quad \bar{G}(\bar{\varepsilon}^k) = \begin{bmatrix} G_{1,1} & \cdots & G_{1,n} & G_{1,\beta} \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \cdots & G_{n,n} & G_{n,\beta} \\ G_{\beta,1} & \cdots & G_{\beta,n} & G_{\beta,\beta} \end{bmatrix}$$

其中:

$$\begin{cases} G_{i,j} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varepsilon_i \times \partial \varepsilon_j} = \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_j}; i \leq n, j \leq n \\ G_{i,\beta} = G_{\beta,i} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \varepsilon_i \times \partial \beta} \end{cases}$$

总优化目标函数  $\varphi(\bar{\varepsilon})$  根据负荷的分配方式的不同,  $g_i$  和  $G_{i,j}$  有不同的计算公式, 它们的不同形式分别为:

- (1) 当精轧机组第  $i$  个机架为绝对压速率方式时;

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\varepsilon_i - \varepsilon_{ai}^*}{(\varepsilon_{ai}^*)^2} \\ G_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_i} = \frac{1}{(\varepsilon_{ai}^*)^2}, j = i \\ \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_i} = 0, j \neq i \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.11)$$

(2) 当精轧机组第  $i$  个机架为相对压下率方式时;

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\varepsilon_i - \beta_1 \times \varepsilon_{ri}^*}{(\varepsilon_{ri}^*)^2} \\ g_\beta = \frac{\partial \varphi}{\partial \beta_1} = -\frac{\varepsilon_i - \beta_1 \times \varepsilon_{ri}^*}{\varepsilon_{ri}^*} \\ G_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_i} = \frac{1}{(\varepsilon_{ri}^*)^2}, j = i \\ \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_i} = 0, j \neq i \end{cases} \\ G_{i,\beta} = \frac{\partial g_i}{\partial \beta_1} = -\frac{1}{\varepsilon_{ri}^*} \\ G_{\beta,\beta} = 1 \end{array} \right. \quad (4.12)$$

(3) 当精轧机组第  $i$  个机架为绝对轧制力方式时;

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\partial \varphi}{\partial P_i} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} = \frac{P_i - P_{ai}^*}{(P_{ai}^*)^2} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \\ G_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\partial g_i}{\partial P_i} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} = \frac{1}{(P_{ai}^*)^2} \times \left( \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \right)^2, j = i \\ \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_j} = \frac{\partial g_i}{\partial P_j} \times \frac{\partial P_j}{\partial \varepsilon_i} = 0, j \neq i \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.13)$$

(4) 精轧机组第  $i$  个机架为相对轧制力方式时;

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\partial \varphi}{\partial P_i} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} = \frac{P_i - \beta_2 \times P_{ri}^*}{(P_{ri}^*)^2} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \\ g_\beta = \frac{\partial \varphi}{\partial \beta_2} = -\frac{P_i - \beta_2 \times P_{ri}^*}{P_{ri}^*} \\ G_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial g_i}{\partial P_i} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} = \frac{1}{(P_{ri}^*)^2} \times \left(\frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i}\right)^2, & j=i \\ \frac{\partial g_i}{\partial P_j} \times \frac{\partial P_j}{\partial \varepsilon_i} = 0, & j \neq i \end{cases} \\ G_{i,\beta} = \frac{\partial g_i}{\partial \beta_2} = -\frac{1}{P_{ri}^*} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \end{array} \right. \quad (4.14)$$

其中： 
$$\left\{ \begin{array}{l} G_{\beta,\beta} = 1 \\ G_{\beta,i} = \frac{\partial g_\beta}{\partial \varepsilon_i} = \frac{\partial g_\beta}{\partial P_i} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} = -\frac{1}{P_{ri}^*} \times \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \end{array} \right.$$

(5) 精轧机组第  $i$  个机架为空过方式时：

$$\left\{ \begin{array}{l} g_i = \frac{\partial \varphi}{\partial \varepsilon_i} = \varepsilon_i \\ G_{i,j} = \begin{cases} \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_i} = 1, & j=i \\ \frac{\partial g_i}{\partial \varepsilon_j} = 0, & j \neq i \end{cases} \end{array} \right. \quad (4.15)$$

### 4.2.3 负荷分配优化约束条件

在计算负荷分配时要考虑到各个工艺约束条件，本文建立多目标优化函数约束条件时，结合迁钢 2160mm 控制系统，考虑的工艺约束条件有：总压下量约束、轧制力的范围约束、轧制力矩约束、电机功率约束、压下率的范围约束。

(1) 总压下量约束公式为：

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^k &= \ln\left(\frac{H_1}{h_1^k}\right) + \ln\left(\frac{H_2^k}{h_2^k}\right) + \dots + \ln\left(\frac{H_{n-1}^k}{h_n^k}\right) \\ &= \ln\left(\frac{H_1}{h_1^k} \times \frac{H_2^k}{h_2^k} \times \frac{H_3^k}{h_3^k} \times \dots \times \frac{H_{n-1}^k}{h_n^k}\right) = \ln\left(\frac{H_1}{h_n^k}\right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{k+1} &= \ln\left(\frac{H_1}{h_1^{k+1}}\right) + \ln\left(\frac{H_2}{h_2^{k+1}}\right) + \dots + \ln\left(\frac{H_{n-1}}{h_n^{k+1}}\right) \\ &= \ln\left(\frac{H_1}{h_1^{k+1}} \times \frac{H_2}{h_2^{k+1}} \times \frac{H_3}{h_3^{k+1}} \times \dots \times \frac{H_{n-1}}{h_n^{k+1}}\right) = \ln\left(\frac{H_1}{h_n^*}\right) \end{aligned} \quad (4.17)$$

则第  $k$  次和第  $k+1$  的计算差值为:

$$\sum_{i=1}^n \delta\varepsilon_i = \sum_{i=1}^n (\varepsilon_i^{k+1} - \varepsilon_i^k) = \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{k+1} - \sum_{i=1}^n \varepsilon_i^k = \ln\left(\frac{H_1}{h_n^*}\right) - \ln\left(\frac{H_1}{h_n^k}\right) \quad (4.18)$$

(2) 轧制力的范围约束公式为:

$$(1-2k_s) \times P_{\min,i} \leq P_i^{k+1} \leq (1+2k_s) \times P_{\max,i} \quad (4.19)$$

而第  $k+1$  次的轧制力计算公式为:

$$P_i^{k+1} = P_i^k + \left. \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\varepsilon^k} \times \delta\varepsilon_i \quad (4.20)$$

则把第  $k$  次轧制力值代入轧制力约束公式得:

$$(1-2k_s) \times P_{\min,i} \leq P_i^k + \left. \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\varepsilon^k} \times \delta\varepsilon_i \leq (1+2k_s) \times P_{\max,i} \quad (4.21)$$

经变形整理后得到轧制力约束公式为:

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\varepsilon^k} \times \delta\varepsilon_i - P_{\max,i} \times k_s \leq (1+k_s) \times P_{\max,i} - P_i^k \\ -\left. \frac{\partial P_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\varepsilon^k} \times \delta\varepsilon_i - P_{\min,i} \times k_s \leq -(1-k_s) \times P_{\min,i} + P_i^k \end{cases} \quad (4.22)$$

其中最大轧制力约束公式的矩阵形式为:

$$\begin{bmatrix} \left. \frac{\partial P_1}{\partial \varepsilon_1} \right|_{\varepsilon^k} & 0 & 0 & \dots & 0 & -P_{\max,1} \\ 0 & \left. \frac{\partial P_2}{\partial \varepsilon_2} \right|_{\varepsilon^k} & 0 & \dots & 0 & -P_{\max,2} \\ 0 & 0 & \left. \frac{\partial P_3}{\partial \varepsilon_3} \right|_{\varepsilon^k} & \dots & 0 & -P_{\max,3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \left. \frac{\partial P_n}{\partial \varepsilon_n} \right|_{\varepsilon^k} & -P_{\max,n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta\varepsilon_1 \\ \delta\varepsilon_2 \\ \delta\varepsilon_3 \\ \vdots \\ \delta\varepsilon_n \\ k_s \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} (1+k_s) \times P_{\max,1} - P_1^k \\ (1+k_s) \times P_{\max,2} - P_2^k \\ (1+k_s) \times P_{\max,3} - P_3^k \\ \vdots \\ (1+k_s) \times P_{\max,n} - P_n^k \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

而最小轧制力约束公式的矩阵形式与最大轧制力约束公式的矩阵形式类似，只是其中的一些计算符号不同。

(3) 轧制力矩约束公式：

$$M_i^{k+1} \leq (1+2k_s) \times M_{\max,i} \quad (4.24)$$

轧制力的叠加计算公式为：

$$M_i^{k+1} = M_i^k + \left. \frac{\partial M_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\bar{\varepsilon}^k} \times \delta \varepsilon_i \quad (4.25)$$

则把第  $k$  次轧制力矩计算公式代入轧制力矩约束公式得：

$$M_i^k + \left. \frac{\partial M_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\bar{\varepsilon}^k} \times \delta \varepsilon_i \leq (1+2k_s) \times M_{\max,i} \quad (4.26)$$

经变形整理得到轧制力矩约束公式为：

$$\left. \frac{\partial M_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\bar{\varepsilon}^k} \times \delta \varepsilon_i - M_{\max,i} \times k_s \leq (1+k_s) \times M_{\max,i} - M_i^k \quad (4.27)$$

而轧制力矩的矩阵形式也与最大轧制力约束公式的矩阵形式类似，只是其中的项不同。

(4) 电机功率的约束公式为：

$$N_i^{k+1} \leq (1+2k_s) \times N_{\max,i} \quad (4.28)$$

而第  $k+1$  次的电机功率叠加计算公式为：

$$N_i^{k+1} = N_i^k + \left. \frac{\partial N_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\bar{\varepsilon}^k} \times \delta \varepsilon_i \quad (4.29)$$

把上面的公式代入电机功率约束计算公式并经变形整理得：

$$\left. \frac{\partial N_i}{\partial \varepsilon_i} \right|_{\bar{\varepsilon}^k} \times \delta \varepsilon_i - N_{\max,i} \times k_s \leq (1+k_s) \times N_{\max,i} - N_i^k \quad (4.30)$$

而电机功率约束公式的矩阵形式也与最大轧制力约束公式的矩阵形式类似，只是其中的项不同。

(5) 压下率范围约束公式为：

$$r_{\min,i} \leq r_i \leq r_{\max,i} \quad (4.31)$$

对此公式进行数学处理，变形后的压下率的范围约束公式变为：

$$-\ln(1-r_{\min,i}) \leq -\ln(1-r_i) \leq -\ln(1-r_{\max,i}) \quad (4.32)$$

对照决策变量的计算公式，则决策变量的变化范围变为：

$$\varepsilon_{\min,i} \leq \varepsilon_i^{k+1} \leq \varepsilon_{\max,i} \tag{4.33}$$

根据  $\varepsilon_i^{k+1}$  的叠加计算公式及终止判定条件，上述公式经变形变为：

$$\varepsilon_{\min,i} - \varepsilon_i^k \leq \delta\varepsilon_i \leq \varepsilon_{\max,i} - \varepsilon_i^k \tag{4.34}$$

### 4.2.4 各机架厚度的计算

为了计算各个机架的厚度，本文采用 Lagrange 乘子法求解上带约束条件的二次规划问题，得到使目标函数值最小的  $\delta\varepsilon$ 。

当得到使目标函数值最小的  $\delta\varepsilon$  时，设此时的迭代次数为  $k$  次，则此时各个机架的  $\varepsilon_i$  计算公式为：

$$\varepsilon_i = \varepsilon_i^k + 0.95 \times \delta\varepsilon_i \tag{4.35}$$

前面提出的决策变量可进行数学变形为：

$$\varepsilon_i = \ln\left(\frac{H_i}{h_i}\right) = -\ln\left(\frac{h_i}{H_i}\right) \tag{4.36}$$

则通过数学处理第  $i$  个机架的出口厚度的计算公式为：

$$h_i = \frac{H_i}{\exp(\varepsilon_i)} \tag{4.37}$$

## 4.3 负荷分配优化计算实例

本文选取钢种为 ss400 的 5 块样本带钢用多目标优化负荷分配模型进行负荷分配计算，各块样本带钢在精轧机组入口处的入口厚度、目标厚度如表 4.2 所示。

表 4.2 样本带钢参数  
Table 4.2 Parameter of sample strip

钢种	入口厚度(mm)	目标厚度(mm)
1	42.70	11.86
2	48.76	13.67
3	42.70	9.86
4	42.70	7.84
5	30.53	5.81

图 4.1 为五块样本带钢的实际压下率曲线。根据各块样本带钢的参数，用本文中的负荷分配模型计算各块带钢在各个机架的压下率值，计算出的各块带钢的压

下率曲线如图 4.2 所示。

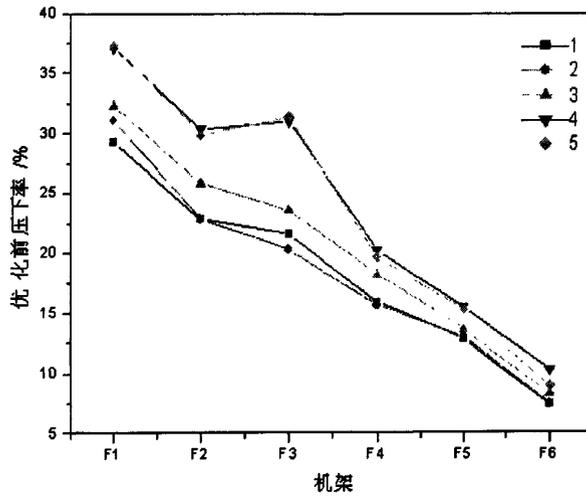


图 4.1 各个机架压下率的分布图

Fig.4.1 Distribution of reduction ratio for each finishing mill

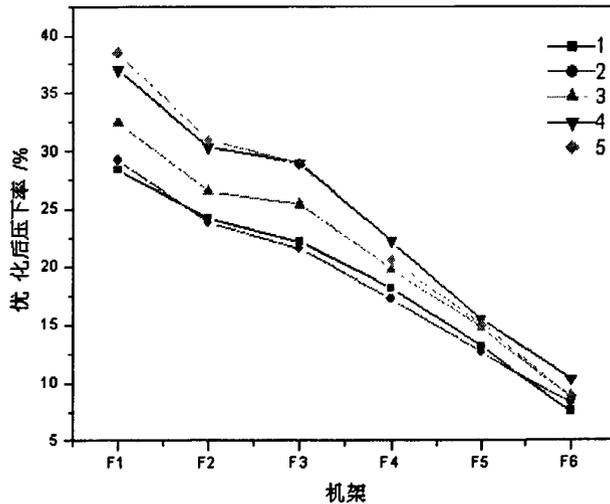


图 4.2 各个机架优化后压下率的分布图

Fig.4.2 Distribution of reduction ratio after optimizing for each finishing mill

根据图 4.2 压下率曲线的对比, 可知各压下率计算值的趋势相似, 数值相差不大, 表明了多目标优化负荷分配模型计算稳定。对比图 4.1、4.2 使用多目标优化负荷模型前后的压下率曲线, 可以看出经过负荷分配模型计算出的压下率分配更合理, 避免了第 3 轧机压下率大于第 2 轧机压下率的现象。多目标优化负荷分配模型计算出的压下率即符合为充分发挥前几个机架设备能力而给予足够大压下量的要求, 又满足了后几个机架由于板型、厚度精度和性能指标而逐架递减轧制力的要求。

## 4.4 本章小结

本章结合迁钢 2160 热轧厂生产实际，以生产中应用的负荷分配模型为研究对象，并分析生产中应用的负荷分配方法。

(1) 从理论上推导出负荷分配的优化目标函数的建立过程，建立在线应用的多目标优化负荷分配模型。

(2) 对比五块样本带钢优化后的压下率，压下率变化趋势相似，表明负荷分配模型稳定。

(3) 对比分析优化前后压下率的曲线，优化后的压下率更合理。

## 第 5 章 结论

本文依托于东北大学轧制技术及连轧自动化国家重点实验室与首钢迁安钢铁有限责任公司的合作项目——“迁钢 2160 热轧过程控制系统的消化吸收”，并结合现有的轧制力、精轧温度及负荷分配计算方法和实际生产，对精轧过程控制系统中力能参数模型、温度模型及负荷分配模型进行了研究，得出以下结论：

(1) 从理论推导出了精轧温度有限差分模型的建立过程，构建了精轧温度有限差分模型。温度模型得到的计算值与实测值比较结果，说明温度模型的计算值与实测值吻合的很好，本文建立的温度模型有较高的计算精度；带钢温度计算偏差不超过 $\pm 15^{\circ}\text{C}$ 。

(2) 构建了轧制力模型、轧制力矩模型和轧制功率模型。分析了轧制力、轧制力矩和轧制功率的计算值，模型稳定性良好。对比分析了五块样本带钢的轧制力、轧制力矩和轧制功率的计算值与实测值，轧制力模型计算结果与实际值的相对误差在 8.5%以内，轧制力模型具有较高的计算精度；轧制力矩模型计算结果与实际值的相对误差在 9%以内；轧制功率模型计算结果与实际值的相对误差在 10%以内。

(3) 从理论上推导出负荷分配的优化目标函数的建立过程，建立在线应用的多目标优化负荷分配模型；对比五块样本带钢使用多目标优化负荷函数前后压下率的变化，表明多目标优化负荷分配模型稳定，优化后压下率更合理。

## 参考文献

- [1]. 刘玠, 孙一康. 带钢热连轧计算机控制[M], 北京: 机械工业出版社, 1997, 1-28
- [2]. 丁修堃. 轧制过程自动化[M], 北京: 冶金工业出版社, 2005: 24-39
- [3]. LI J S, HONG M S, XUE B Y. Symmetrical continuation technique and its application in straightness error separation[J], Journal of Shanghai Jiaotong University, 1996, (1): 33-36
- [4]. 周维海. 板带热连轧过程的计算机仿真[D], 秦皇岛: 燕山大学, 2003
- [5]. 刘振宇, 韩淑芝, 王国栋等. 板带热连轧温度的预报计算及应用[J], 钢铁, 1994, 29 (2): 31 - 34
- [6]. 武其俭, 刘振堃. 热轧板带生产设备的发展[J], 钢铁, 2000, 8: 67~69
- [7]. Liu Z Y, Han S Z, Wang GD, et al. Predicting calculation of temperature variation during hot strip rolling and its application[J]. Iron and Steel, 1994, 29 (2): 31 - 34
- [8]. Horsky J, Raudensky M, Kotrbacek P. Experimental study of long product cooling in hot rolling [J]. Journal of Materials Processing Technology, 1998, 80-81: 337 - 340
- [9]. De C M, Galantucci L M, Tricarico L. Design of process parameters for dual steel production with strip rolling using the finit-element method [J], Journal of Materials Processing Technology, 1999, 92 - 93: 486 - 493
- [10]. M.Kurz, M Metzger, Online calculation and prediction of the strip temperature in a hot strip finishing mill[J], Steel Res, 74(4) (2003): 211-219
- [11]. [美]V.B.金兹伯格著, 马东清 陈荣清 赵晓林 姜正义 姜正连译, 王国栋 刘相华 熊尚武校, 板带轧制工艺学[M], 北京: 冶金工业出版社, 1998
- [12]. Martha P Guerrero et al. Modeling heat transfer in hot rolling work rolls [J], Journal of Materials Processing Technology, 27(1999), 52-59
- [13]. 刘相华, 王国栋. 热轧带钢新技术的发展[J], 钢铁研究, 2000, 5(116): 24-27
- [14]. Lawrence W J. On line modeling and control of strip cooling [J], Iron making and Steelmaking, 1996, 23 (1): 74 - 78
- [15]. 王廷溥. 轧钢工艺学[M], 北京: 冶金工业出版社, 1981, 35-40
- [16]. Laasraoui A, Jonas J J. Prediction of temperature distribution, flow stress and microstructure during the multi pass hot rolling of steel plate and strip [J], ISIJ International, 1991, 31 (1):95 - 105

- [17]. 黄贞益. 带钢精轧机组负荷分配探讨[J]. 钢铁技术, 2001, 5: 19-23
- [18]. 周记华, 管克智. 金属塑性变形阻力[M], 北京: 机械工业出版社, 1988, 50-58
- [19]. Xin R C, Tao W Q. Analytical solution for transient heat conduction in two semi-infinite bodies in contact [J]. ASME Journal of Heat Transfer, 1994, 116 (2): 224 - 228
- [20]. 日本钢铁协会编, 王国栋 吴国良等译. 板带轧制理论与实践[M], 北京: 中国铁道出版社, 1990
- [21]. 赵志业, 王国栋. 现代塑性加工力学[M], 沈阳: 东北工学院出版社, 1986, 113-126
- [22]. S.I. Oh, S. Kobayashi. An approximate method for a three dimensional analysis of rolling [J], International Journal of Mechanical Science, 1975, 17(4): 293-305
- [23]. 余华胜. 提高武钢 1700 热连轧机轧制力预报精度的研究[D], 武汉: 武汉大学, 2002
- [24]. Galantucci L M, Tricarico L. Thermo-mechanical simulation of a rolling process with an FEM approach [J]. Journal of Material Processing Technology, 1999, 92 - 93: 494 - 501
- [25]. 孙一康. 带钢热连轧计算机控制[M], 北京: 机械工业出版社, 2002, 38-39
- [26]. 杨世铭, 陶文铨, 传热学[M], 北京: 高等教育出版社, 1998, 2-11
- [27]. Sun C G, Han H N, Lee J K, et al. A finite element model for the prediction of thermal and metallurgical behavior of strip on run- out-table in hot rolling [J], ISIJ International, 2002, 42 (4): 392 - 400
- [28]. S Kobayashi, et al. Metal Forming and the Finite Element Method [J], New York: Oxford Press, 1989
- [29]. Amnon Shirizly, John G Lenard. The effect of scaling and emulsion delivery on heat transfer during the hot rolling of steel strips [J], Journal of Materials Processing Technology, 101(2000): 250-259
- [30]. Vladimir Panjkovic. Model for prediction of strip temperature in hot strip steel mill [J], Applied Thermal Engineering, 27(2007): 2404-2414
- [31]. 傅新、陈水宣等. 热轧带刚精轧过程的混合温度模型[J], 浙江大学学报, 2008, 2: 42-46
- [32]. 龚殿尧、徐建忠等. 一种热带精轧温度控制的简便计算方法[J], 特殊钢, 2007, 5: 30-33
- [33]. 李海军、徐建忠等. 热轧带钢精轧温度的设定策略[J], 东北大学学报, 2006, 5(27): 21-26
- [34]. 黄贞益. 带钢精轧机组负荷分配探讨[J], 钢铁技术, 2001, 5: 19-27
- [35]. 王国栋, 刘相华等. 金属轧制过程人工智能优化[M], 北京: 冶金工业出版社, 2000
- [36]. 余四清、贺毓辛等. 多种负荷均衡分配法[J], 钢铁, 1996, 7 (7): 30-34

- [37]. 郭韬. 热连轧带钢精轧机轧制负荷数学模型研究[J], 四川冶金, 2008, 5(30): 16-20
- [38]. 杨连宏、韩奕等. 热连轧精轧机组轧制负荷分析[J], 山西冶金, 2001, 7(4): 4-7
- [39]. 梁国平. 关于轧机的最佳负荷分配问题[J], 钢铁, 1980, 21(6): 10-14

## 致 谢

在此论文完成之际，谨向我的导师徐建忠教授致以衷心的感谢，恩师知识渊博、学风严谨、为人谦逊，那种忘我的敬业精神更令我敬佩不已，是我终生学习的榜样。在完成学业期间，导师不仅在学习上给予了精心的指导，而且在工作和生活上给予了极大的关心和支持，在此，谨向尊敬的恩师致以最崇高的敬意和最真诚的感谢！

我要感谢李海军老师，在论文完成期间，李海军老师给予大力帮助，并提出许多宝贵的、有建设性的意见和建议。同时，轧制及连轧自动化国家重点实验室龚殿尧老师等老师们也给予我很大的帮助。在此向他们致以我最真诚的感谢。最后我还要感谢我们实验室的赵绪亮师兄，张晓林、杨莎、李新文和黎炜等同学，在此向他们表达我真诚的祝福和美好的祝愿！

另外，我还要感激迁安钢铁公司热轧厂的各位领导及广大员工，他们给我在精轧过程控制系统方面的学习提供了很大的方便。