

体现课改理念 引导教学改革(续)

——2002年中考数学试题命题特点和趋向评析

芮 滋 (江苏省苏州市教育局教研室 215003)

3.1 设计应用性问题取材广泛,更加贴近学生生活

例 17 近几年,沙尘暴肆虐我国北方,这与土地沙漠化有直接关系,据测算,我国因土地沙漠化造成的经济损失平均每天为 1.5 亿元人民币,若一年按 365 天计算,用科学记数法表示我国一年因土地沙漠化造成的经济损失为().

- (A) 5.475×10^{10} 元 (B) 5.475×10^{11} 元
(C) 0.5475×10^{11} 元 (D) 5.475×10^8 元

(山东省潍坊市第 3 题)

例 18 为了让人们感受丢弃塑料袋对环境造成的影响,某班环保小组的六名同学记录了自己家中一周内丢弃的塑料袋的数量,结果如下(单位:个):33,25,28,26,25,31.如果该班有 45 名学生,那么根据提供的数据估计本周全班同学各家总共丢弃塑料袋的数量约为().

- (A) 900 个 (B) 1 080 个
(C) 1 260 个 (D) 1 800 个

(北京市海淀区第 19 题)

例 19 人类的遗传物质就是 DNA,人类的 DNA 是很长的链,最短的 22 号染色体也长达 30 000 000 个核苷酸,30 000 000 用科学记数法表示为().

- (A) 3×10^8 (B) 3×10^7
(C) 3×10^6 (D) 0.3×10^8

(北京市西城区第 4 题)

例 20 测量队为了测量某地区山顶 P 的海拔高度,选择 M 点作为观测点,从 M 点测得山顶 P 的仰角为 30°.在比例尺为 1:50 000 的该地区等高线地形图上,量得这

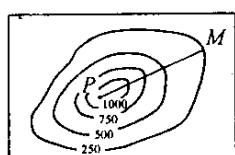


图 13

两点间的图上距离为 3 厘米,则山顶 P 的海拔高度为_____米(取 $\sqrt{3} = 1.732$).

(江苏省盐城市第 12 题)

例 21 某电台“市民热线”对上周内接到的热线电话进行 百分数据统计,得到的统计信息图如图 14 所示,其中有关房产城建的电话有 30 个,请你根据

统计信息图回答以下

问题:

(1) 上周“市民热线”接到有关环境保护方面的电话有多少个?

(2) 据此估计,除环境保护方面的电话外,“市民热线”今年(按 52 周计算)接到的热线电话约为多少个?

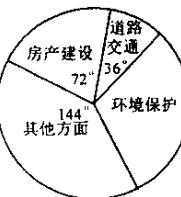


图 14

(江苏省连云港市第 25 题)

从上面这些试题可以看到,各地的应用性问题已远非老面孔,取材面广而新.从环境保护到生产决策,从有关国计民生的大事到与学生生活密切相关的问题都是取材对象.展现在学生面前的是一个丰富多彩而又亲切真实的实际情景,信息量大,寓情感、态度和价值观于题中,又充满了时代气息.这样设计既体现了数学与生活间真实而密切的关系,又能引导学生关注生活,自觉地用数学去解决生活中的问题.

3.2 设计应用性问题努力使解题的过程成为研究问题、分析问题、解决问题的过程

例 22 某港受潮汐的影响,近日每天 24 小时港内的水深变化大体如下图:

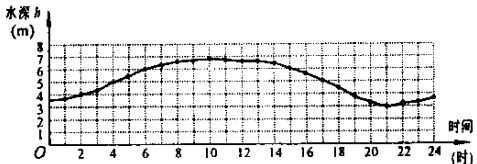


图 15

一艘货轮于上午 7 时在该港码头开始卸货,计划当天卸完货后离港.已知这艘货轮卸完货后吃水深度为 2.5m(吃水深度即船底离开水面的距离).该港口规定:为保证航行安全,只有当船底与港内水底间的距离不少于 3.5m 时,才能进出该港.

根据题目中所给的条件,回答下列问题:

(1) 要使该船能在当天卸完货并安全出港,则出港时水深不能少于_____m,卸货最多只能用

小时；

(2)已知该船装有1200吨货,先由甲装卸队单独卸,每小时卸180吨,工作了一段时间后,交由乙队接着单独卸,每小时卸120吨.如果要保证该船能在当天卸完货并安全出港,则甲队至少应工作几小时,才能交给乙队接着卸?

(江苏省苏州市第32题)

例23 为了能有效地使用电力资源,宁波市电力局从2002年1月起进行居民峰谷用电试点,每天8:00至22:00用电每千瓦时0.56元(“峰电”价),22:00至次日8:00每千瓦时0.28元(“谷电”价),而目前不使用“峰谷”电的居民用电每千瓦时0.53元.

(1)一居民家庭在某月使用“峰谷”电后,付电费95.2元,经测算比不使用“峰谷”电节约10.8元,问该家庭当月使用“峰电”和“谷电”各多少千瓦时?

(2)当“峰电”用量不超过每月总用电量的百分之几时,使用“峰谷”电合算?(精确到1%)

(浙江省宁波市第27题)

例24 项王故里的门票价格规定如下表:

购票人数	1~50人	51~100人	100人以上
每入门票价	5元	4.5元	4元

某校初一甲、乙两班共103人(其中甲班人数多于乙班人数)去游项王故里,如果两班都以班为单位分别购票,则一共需付486元.

(1)如果两班联合起来,作为一个团体购票,则可能节约多少元钱?

(2)两班各有多少名学生?

(江苏省宿迁市第25题)

例25 图16表示近5年来某市的财政收入情况.图中x轴上的1,2,...,5依次表示第1年,第2年,...,第5年,即1997年,1998年,...,2001年.可以看出,图中的折线近似于抛物线的一部分.

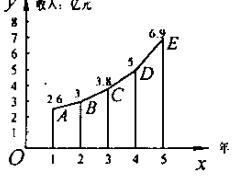


图16

(1)请你求出过A,C,D三点的二次函数的解析式;

(2)分别求出当x=2和x=5时(1)中的二次函数的函数值;并分别与B,E两点的纵坐标相比较;

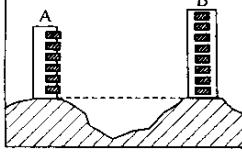
(3)利用分段数据的二次函数的解析式预测今年该市的财政收入.

(山东省第21题)

这些试题设计灵活新颖,不能按传统的应用题的类型去套.试题用各种不同方式提供了较多信息,处理这些信息不能象一些传统的应用题那样,只要抓住其中的“关键”语句设法“转译”成方程或方程组就能实现求解,必须对有关信息进行分析、整合,才能得到必要的解题信息.如例24,需先根据票价规定,通过分析,得出甲班人数在51~100之间,而乙班人数不到50人,然后才能进一步求解;而例22则需综合考虑港内水深的变化规律,船出港所需最少水深及上午7时开始卸货等信息,得出卸货时间不能超过8小时,才能进一步求解.这样做,使得解题过程成为一个分析问题、研究问题进而解决问题的过程.

3.3 设计应用性问题通过适度开放,既给学生留出探究创新的空间,又使学生在解题过程中获得成功的体验

例26 如图17,



A,B是两幢地平高度相等、隔岸相望的建筑物,但是不能到达B楼.由于建筑物密集,在A的周围没有开阔地带,为了测量B的高度只能充分利用A

图17

楼的空间,A的各层楼都可到达且能看见B.现仅有测量工具为皮尺和测角器(皮尺可用于测量长度,测角器可以测量仰角、俯角或两视线间的夹角).

(1)请你设计一个测量B楼高度的方法,要求写出测量步骤和必须的测量数据(用字母表示),并画出测量图形;

(2)用你测量的数据(用字母表示),写出计算B楼高度的表达式.

(重庆市第26题)

例27 九年义务教育三年制初级中学《几何》第二册第180页第2题:如图18①,A,B两点被池塘隔开,在AB外选一点C,连结AC和BC,并分别找出AC和BC的中点M,N,如果测得MN=20m,那么AB=2×20m=40m.

(1)也可由图②所示,用相似三角形知识来解,请根据题意填空:

延长AC到D,使 $CD=\frac{1}{2}AC$,延长BC到E,使 $CE=$ _____,则由相似三角形得, $AB=$ _____.

(2)还可由三角形全等的知识来设计测量方案,求出AB的长.请用上面类似的步骤,在图③中画出

图形并叙述你的测量方案.

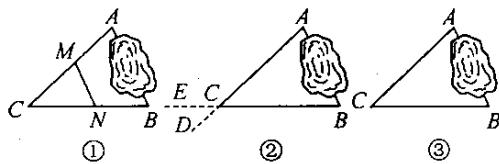


图 18

(山东省临沂市第 20 题)

创新精神的一个基本要素是思维活动的非模仿性和独特性;实践能力不是“听”或“看”出来的,要在

自主活动中逐步形成.上述这些试题只给出了一定的问题情景,而解决问题所需的条件,甚至解题策略与结论都让学生在这个问题情景中去自行寻找和设定.同时命题者也注意了问题的适切性,两道试题都未在难度上做文章,而着力在为学生提供较大的自主探究和创造的空间.学生能在解题过程中获得自信和成功感,发展他们的个性,有利于形成解决问题的一些基本策略.当然,也就有助于发展实践能力和创新精神.

2002 年的中考数学试题的确出现了一些令人赞赏的变化,相信,随着课改的深入,作为初中阶段的重要考试,会更好地体现课改的理念,更有利于学生的发展.

两个定理的推广及其应用

胡斌 (山东省惠民师范学校 251700)

文[1]的定理 1,2 分别为:

定理 1 设 $a \neq -1, b \neq -1$, 则 $\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} = 1$ 成立的充要条件是 $ab = 1$.

定理 2 设 $a \neq -1, b \neq -1$, 则 $\frac{a}{1+a} + \frac{b}{1+b} = 1$ 成立的充要条件是 $ab = 1$.

我们可将定理 1,2 推广为:

定理 3 设 $xy \neq 0$, 则 $\frac{a}{x} + \frac{b}{y} = 1$ 成立的充要条件是 $(x-a)(y-b) = ab$ (证明略).

把定理 3 中的 a, b, x, y 分别换成 $1, 1, 1, 1+b$, 则得定理 1; 把定理 3 中的 x, y 分别换成 $1+a, 1+b$, 则得定理 2.

用定理 3 解某些最值题或证明某些不等式是比较方便的,下面举例说明.

1 求最值

例 1 已知 $x, y \in (0, +\infty)$ 且 $2x+y=4$, 求 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y}$ 的最小值. (文[2]例 2)

解 由 $2x+y=4$, 知 $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} = 1$.

$$\therefore \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{y} - \frac{1}{4}\right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{8}.$$

$$\therefore \frac{1}{x} + \frac{1}{y} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} \geq \frac{\sqrt{2}}{2},$$

即 $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} \geq \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$.
当且仅当 $\frac{1}{x} - \frac{1}{2} = \frac{1}{y} - \frac{1}{4}$, 即 $x = 4 - 2\sqrt{2}$, $y = 4\sqrt{2} - 4$ 时取等号, 故 $(\frac{1}{x} + \frac{1}{y})_{\min} = \frac{3}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

例 2 设 $x, y \in (0, +\infty)$, 且 $\frac{19}{x} + \frac{98}{y} = 1$, 求 $x+y$ 的最小值.

(1998 年湖南省高中数学竞赛题)

解 $\because \frac{19}{x} + \frac{98}{y} = 1$,

$$\therefore (x-19)(y-98) = 19 \times 98,$$

$$\therefore x-19+y-98 \geq 2\sqrt{19 \times 98},$$

$$\therefore x+y \geq 117+14\sqrt{38}.$$

当且仅当 $x-19 = y-98$, 即 $x = \sqrt{19}(\sqrt{19} + \sqrt{98})$, $y = \sqrt{98}(\sqrt{19} + \sqrt{98})$ 时取等号, 故 $x+y$ 的最小值是 $117+14\sqrt{38}$.

例 3 若 $x > 1$, 求 $x^2 + \frac{16}{x}$ 的最小值. (文[2]例 3)

解 设 $t = x^2 + \frac{16}{x}$, 则 $\frac{x}{t} + \frac{16}{xt} = 1$.