

永定河上游清水河年径流序列特性分析及其随机模拟

褚永军，李明，原彪，张占贵

(河北省张家口水文水资源勘测局，河北 张家口 075000)

摘要：利用位于清水河水系中下游的张家口水文站多年径流系列资料(1954~2008年),在简单阐述其符合水文资料的可靠性、一致性、代表性的基础上,分析清水河的多年径流量变化趋势,通过对资料的自相关和偏相关分析,判断对其模拟采用的随机模型,及其具体方程表达公式,并对模拟模型进行统计检验。

关键词：清水河;年径流;随机模拟

中图分类号:TV121

文献标识码:A

文章编号:1000-0852(2011)02-0035-03

1 清水河流域基本情况

清水河流域集水面积2300 km²,为永定河上游洋河的一条较大支流。流域内主要有东沟、正沟、西沟三条支流,流域地势北高南低,河道纵坡9.54‰。东沟植被最好,两侧山坡较大片森林覆盖,正沟和西沟植被一直以来较差,但近年来,由于不断采取各项水土保持措施,流域内生态环境不断得到改善,水土保持取得显著成果,同时在清水河流经的市区段逐级修筑橡胶坝,生态蓄水,从而使得河道得到美化,汛期防汛增加安全调度。

2 资料审查

本文所选清水河径流序列资料(1954~2008年)均系水文部门实测资料,已经通过水文部门多方论证,完全符合资料的可靠性要求;多年来,位于清水河中下游的张家口站集水面积下垫面条件和气候条件并没有发生大的变化,也没有大的水利工程建设,从而能够满足资料一致性的要求;由于张家口水文站50多年的年径流序列有很好的稳定性,而且表现为丰枯水年组的周期性变化,可以表明所选径流资料有很好的代表性。

3 清水河年径流序列自相关性分析及模型识别

根据模型识别的基本原理,径流序列究竟符合哪一类随机模拟模型,取决于该径流序列的自相关性和

其偏态特性,为此首先分析清水河径流序列的自相关性。

年径流序列 X_t 的自相关系数表示为:

$$r_k = C_k / \sigma^2 \quad (1)$$

$$\text{式中: } C_k = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n-k} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \mu)(X_{t+k} - \mu) \quad (2)$$

$$\sigma^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \mu)^2 \quad (3)$$

$$\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_t \quad (4)$$

r_k 是时移(滞时)为 k 的自相关系数,随 k 的变化。一般称 r_k 随 k 而变的函数为总体自相关函数,相应的图形称为总体自相关图。本文只需求出样本的自相关函数作为总体的自相关函数,并以此点据来绘制自相关图。

对于大样本序列,均值 \bar{X}_t 和 \bar{X}_{t+k} 都可用样本均值代替;

$$\bar{X} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n X_t \quad (5)$$

同时,当 n 增大及 k 较小时, $\frac{n}{n-k} \rightarrow 1$,因此有

$$r_k = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(X_{t+k} - \bar{X})}{\sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2} \quad (6)$$

式(6)中的时移(滞时)为 $k=0,1,2,\dots,m, m \leq n$ 。当 $n > 50$ 时, 可以取 $m < \frac{n}{4}$, 常取 m 在 $\frac{n}{10}$ 左右; 当 $n <$

50 时, 取 m 在 $\frac{n}{4}$ 左右的数值, 有的取 $m < n-10$ 。本文所选张家口站年径流序列年数为 55a, 故取 $m=5$, 明显由式(6)得 $r_0=1$, 并且在实用中统一用较简单的式子估计 r_k 的容许限, 选择显著水平 α 为 5%, (容许限水平为 $1-\alpha=95\%$), 则有

$$r_k (\alpha=5\%) = \frac{-1+1.96\sqrt{n-k-1}}{n-k} \quad (7)$$

式中, 取正号为上限, 取负号为下限, 根据假设原理, 清水河的年径流序列 r_k 的在容许限以内, 则该序列独立, 拒绝则为相依, 计算结果见表 1。

由表 1 绘制自相关图(见图 1), 以便更直观的表达自相关关系与其容许限的关系。

表1 张家口站30年径流序列自相关系数及其容许限

Table 1 Autocorrelation coefficients and tolerance limits of 30-year annual runoff series at the Zhangjiakou station

项目	r_0	r_1	r_2	r_3	r_4	r_5
自相关系数	1	0.492	0.373	0.375	0.253	0.315
上容许限	0.244	0.246	0.248	0.250	0.252	0.254
下容许限	-0.280	-0.283	-0.286	-0.288	-0.291	-0.294

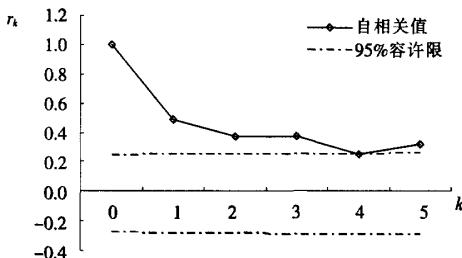


图1 张家口站年径流自相关图

Fig.1 Autocorrelation of annual runoff series at the Zhangjiakou station

图1表明: 清水河年均流量序列的均不在容许限以内。根据假设检验原理, 拒绝该序列为独立这一假设, 所以该序列为相依序列。根据自回归模型的特点, 其所代表的序列为一相依序列, 而且在趋势上自相关系数随滞时的增大在逐步变小, 满足随机模拟方法中的自回归模型 $AR(p)$ (p 为自回归模型的阶数)模拟序

列要求, 所以可以通过自回归模型 $AR(p)$ 来模拟清水河的径流序列(1954~2008 年)。

4 清水河年径流序列偏态特性分析

判断一个径流序列是否符合自回归 $AR(p)$ 模型, 分析其序列的偏态特性, 主要看是否在 $k > p$ 后, 偏态系数 $\varphi_{p,p}$ 在 95% 的容许限范围内, 当假设成立, 可以认为能够用 $AR(k)$ 模拟该径流序列。

对于自回归 $AR(P)$ 模型有

$$Z_t = \varphi_{p,1} Z_{t-1} + \varphi_{p,2} Z_{t-2} + \cdots + \varphi_{p,p-1} Z_{t-p+1} + \varphi_{p,p} Z_{t-p} + \varepsilon'_t \quad (8)$$

式中: $\varphi_{p,1}$ 为 p 阶模型的第一系数; $\varphi_{p,p}$ 为 p 阶模型的第 p 个系数。式(8)中, 偏相关系数 $\varphi_{p,p}$ 是反映消除 $(p-1)$ 阶自相关影响后所剩余的自相关程度, 也就是在给定 $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p+1}$ 的条件下, Z_p 和 Z_{t-p} 的条件自相关系数。

计算方法上, 偏相关函数和自相关函数有一定联系, 利用自相关函数可以计算偏相关函数。可令 $\varphi_{k,j}$ 表示自回归 $AR(k)$ 模型中的第 j 个系数, 这样 $\varphi_{k,k}$ 为最后一个系数。由式

$$\rho_j = \varphi_{k,1} r_{j-1} + \varphi_{k,2} r_{j-2} + \cdots + \varphi_{k,k} r_{j-k} \quad (j=1, 2, \dots, k) \quad (9)$$

可求得 $\varphi_{k,j}$ ($j=1, 2, \dots, k$)。对于自回归 $AR(1)$ 模型

$$\varphi_{1,1} = r_1 \quad (10)$$

$$\varphi_{k,k} = 0, k > 1 \quad (11)$$

对于高阶自回归模型, 可以应用下述递推算法:

$$\varphi_{k+1,k+1} = \left(r_{k+1} - \sum_{j=1}^k r_{k+1-j} \varphi_{k,j} \right) \left(1 - \sum_{j=1}^k r_j \varphi_{k,j} \right)^{-1} \quad (12)$$

$$\varphi_{k+1,j} = \varphi_{k,j} - \varphi_{k+1,k+1} \varphi_{k,k+1-j} \quad (j=1, 2, \dots, k) \quad (13)$$

计算结果(见表 2)及偏相关函数图(见图 2)如下:

图 2 表明: 只有 $\varphi_{1,1}$ 超出了 95% 容许限, 其余均没

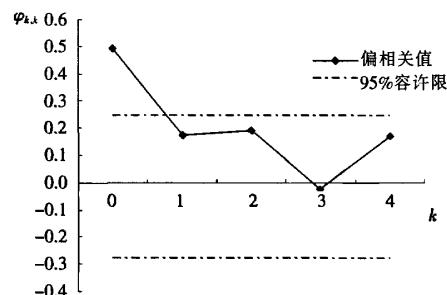


图2 张家口站年径流偏相关图

Fig.2 Partial correlation of annual runoff series at the Zhangjiakou station

表2 张家口站30年径流序列偏相关系数及其容许限

Table 2 Partial correlation coefficients and tolerance limits of 30-year annual runoff series at the Zhangjiakou station

项目	1,1	2,2	3,3	4,4	5,5
偏相关系数	0.492	0.172	0.189	-0.023	0.170
上容许限	0.244	0.244	0.244	0.244	0.244
下容许限	-0.280	-0.280	-0.280	-0.280	-0.280

有超出 95% 的容许线, 可以认为清水河年径流量能够用 $AR(1)$ 序列表示其统计特征, 即识别模型为一阶自回归模型 $AR(1)$, 且由于 $|r_1| < 1$, 满足 $AR(1)$ 的平稳性条件, 所以可以利用 $AR(1)$ 来模拟该径流序列。

5 参数估计、年径流序列模拟及模型的实用性检验

(1) 参数估计。计算实测径流序列的均值 \bar{X} 、变差系数 C_v 作为实测序列的参数, 以对比模拟序列的参数误差大小。计算结果见表 3。

表3 张家口站年径流序列统计参数

Table 3 Statistical parameters of annual runoff series at the Zhangjiakou station

\bar{X}	C_v
0.682	0.776

(2) 年径流序列模拟。现对清水河年径流利用 $AR(1)$ 模型进行模拟, 利用公式:

$$X_t = \bar{X} + r_1(X_{t-1} - \bar{X}) + \hat{\sigma}_e \Phi_t \quad (14)$$

$\hat{\sigma}_e \Phi_t$ 为自回归模型的随机变量部分, 式 (14) 中的 $\hat{\sigma}_e$ 和 Φ_t 分别用下列各式计算:

$$\hat{\sigma}_e^2 = S^2 (1 - r_1^2) \quad (15)$$

$$\Phi_t = \frac{2}{C_{S_e}} \left(1 + \frac{C_{S_e} \xi_t}{6} - \frac{C_{S_e}^2}{36} \right) - \frac{2}{C_{S_e}} \quad (16)$$

$$C_{S_e} = \frac{1 - r_1^3}{(1 - r_1^2)^{3/2}} C_{S_x} \quad (17)$$

式中: C_{S_e} 为 Φ 分布的偏态系数; C_{S_x} 为 X 分布的偏态系数; ξ_t 为随机数。

模拟随机数 ξ_t 时, 本文采用变换法, 即对均匀随机数 μ_1 和 μ_2 做下列变换

$$\xi_1 = \sqrt{-2 \ln \mu_1} \cos 2\pi \mu_2 \quad (18)$$

$$\xi_2 = \sqrt{-2 \ln \mu_1} \sin 2\pi \mu_2 \quad (19)$$

则 ξ_1, ξ_2 为相互独立的标准正态分布 $N(0, 1)$ 变量, 依次模拟出 ξ_t 。

把 $r_1, \hat{\sigma}_e, \bar{X}$ 代入式 (14), 得到清水河年均径流的一阶自回归模型为:

$$X_t = 0.682 + 0.776(X_{t-1} - 0.682) + 0.461\Phi_t \quad (20)$$

上式中取 $X_0 = \bar{X} = 0.682$, 以此来模拟清水河的径流系列。

(3) 模型的实用性检验。模型的实用性检验在于利用模拟的短径流序列计算的统计参数与以样本序列计算出的相应统计参数进行对比, 若两类参数无显著差异, 则表明模型通过了实用性检验, 对比结果见表 4。

表4 模拟序列的实用性检验

Table 4 Practical validation of simulation series

参数	\bar{X}	C_v
实测序列	0.682	0.776
$AR(1)$	0.700	0.716
绝对误差	2.7%	7.7%

由表 4 可以看出, \bar{X} 和 C_v 对比相差不大, 模拟误差均小于 10%, 基本满足实际工程应用需要, 另外由于随机模拟的随机项的不确定性, 经过多次随机测试, 可以使模拟序列与实测序列各参数达到基本一致的程度, 从而达到最理想的径流短系列, 由此可见使用一阶自回归模型 $AR(1)$ 能够较好的模拟永定河上游清水河的年径流序列。

6 结语

通过对永定河水系上游的清水河年径流变化趋势分析和随机模拟, 可以清晰掌握清水河的年径流的年际变化规律; 通过进一步的水文模拟, 可以更清楚地看出清水河年径流量的变化范围, 从而能够在一定程度上服务于清水河的防洪和水利工程建设。

参考文献:

- [1] 丁晶, 邓育仁. 随机水文学 [M]. 成都: 成都科技大学出版社, 1988.
(DING Jing, Deng Yuren. Random Hydrology [M]. Chengdu: Press of Chengdu Science University, 1988. (in Chinese))
- [2] Bras R A. Random Functions and Hydrology [M]. America: Addison-Wesley Publication Co., 1985.

(下转第 45 页)

表2 地中蒸渗计降水入渗补给地下水滞后时间与埋深和岩性关系表

Table2 Lysimeter precipitation recharge of ground water lag time of relational tables with depth and lithology

埋深	2m		3m		4m		5m		
	岩性	亚砂土	极细砂	亚砂土	极细砂	亚砂土	极细砂	亚砂土	极细砂
简号	10#	11#	16#	17#	24#	25#	26#	27#	冉庄资料
时间	2-6	1-3	3-8	3-7	6-16	3-12	10-22	4-13	20-51

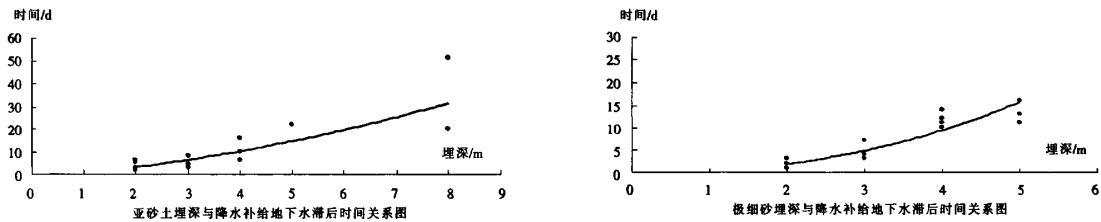


图3 亚砂土、极细砂埋深与降水入渗补给地下水滞后时间关系图

Fig.3 Relation between depth and lag time of precipitation infiltration recharge for groundwater in sandy loam and very fine sand

$$R^2=0.5747$$

式中: Y 为降水入渗补给地下水滞后时间 (d); X 为地下水埋深(m); R^2 为判定系数。

4 结语

以上分析表明, 降水入渗补给地下水滞后时间是随地下水埋深、岩性、降水特性、土壤前期含水量等的不同而表现出不同的时间段, 地下水埋深与滞后时间

适合乘幂函数关系。这就要求地下水工作者充分认识“三水”转化的客观律, 有的放矢地做好地下水保护与修复工作。

参考文献:

- [1] 山西省水文水资源勘测局.水文、水文地质参数、参数及水均衡模型研究[R]. (Hydrology and Water Resources Survey Bureau of Shanxi Province. Hydrological, hydrogeology parameters, parameters and water balance model for research [R]. (in Chinese))

Discussion on Lag Time of Rainfall Penetration Recharge to Groundwater

WANG Zhengyou

(Taigu Balance Experiment Station, Hydrology & Water Resources Survey Bureau of Shanxi Province, Taigu 030800 China)

Abstract: An analysis was made on the lag time of rainfall penetration recharge to groundwater at different depths of lysimeter in various lithologies, based on long term observed data by lysimeter. The results show that lag time displays different time intervals with the different precipitation characteristics and antecedent soil moisture, showed a different time. There is exponentiation interrelationship between the lag time and groundwater depth. A corresponding mathematical model was introduced.

Key words: lysimeter; rainfall penetration recharge; groundwater; lag time

(上接第 37 页)

Analysis of Annual Runoff Series of Qingshuihe River and Concerned Random Simulation

CHU Yongjun, LI Ming, YUAN Biao, ZHANG Zhangui

(Zhangjiakou Hydrology and Water Resources Survey Bureau of Hebei Province, Zhangjiakou 075000, China)

Abstract: We made an analysis of the annual runoff tendency of the Qingshui River by using the annual runoff series of the Zhangjiakou station from 1954 to 2008, which is located in the middle and lower reaches of the Qingshui River. On the basis of the reliability, consistency and representativeness of the data, the autocorrelation and partial correlation analysis were made to choose stochastic model for simulation and to get the concerned equations, and then the statistical test was made on the model.

Key words: Qingshuihe River; annual runoff; random simulation