

线性矩法在永定河三家店站设计暴雨 计算中的适用性研究

徐 晓, 刘军梅, 赵月芬, 杨 杨

(北京市水利规划设计研究院, 北京 100048)

摘 要: 选用三家店站实测 70 年最大 24 h 雨量序列作为样本, 使用矩法和线性矩法对样本进行参数估计, 分别选用 P-III 分布以及线性矩图优选的三参数对数正态分布作为分布线型, 对不同重现期的设计暴雨进行计算。结果表明, 线性矩法在三参数对数正态分布下的计算成果与常规矩法 P-III 分布适线成果差别在 15% 以内, 线性矩法的计算成果优于常规矩法的 P-III 适线成果, 较之常规矩法成果提高了 6%。

关键词: 频率分析; 线性矩; P-III 分布; LN3 分布; 北京市永定河

doi: 10.13928/j.cnki.wdrd.2016.11.015

中图分类号: TV122(21)

文献标识码: B

文章编号: 1671-1408(2016)11-0056-04

水利水电等工程的规划、设计和管理, 需依据某一设计标准的水文设计值, 有实测资料地区使用水文频率分析进行水文设计值的计算时, 常用的参数估计方法为矩法、极大似然法、概率权重矩法等, 线性矩法(L-moments)是在概率权重矩基础上发展起来的参数估计方法, 该方法于 1979 年首次由 Hosking^[1,2] 提出, 对水文时间序列中的极大值和极小值的敏感性较小, 参数估计结果更为稳健^[3]。近年来, 该方法在国内外洪水和枯水等频率分析方面得到了较多应用, 黄国如^[4] 等将线性矩法应用于东江流域枯水径流的频率分析中; 杨涛^[5]、陈元芳^[6] 等将线性矩法应用于珠江流域、长江流域洪水的区域频率分析中。本次将线性矩法应用于北京市山区单站设计暴雨计算, 利用线性矩图优选样本的分布函数, 探讨线性矩法在北京市山区设计暴雨计算中的适用性。

1 理论依据

1.1 线性矩理论

线性矩来源于 Greenwood 等^[7] 提出的概率权重矩(PWM), 对于随机变量 X , 第 r 阶概率权重矩定

义为

$$\beta_r = \int_0^1 x(F) F^r dF, \quad (r=1, 2, 3, \dots) \quad (1)$$

随机变量 X 的第 $r+1$ 阶线性矩为

$$\lambda_{r+1} = \int_0^1 x(F) P_r^*(F) dF = \sum_{k=0}^r \frac{(-1)^{r-k} (r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!} \beta_k, \quad (r=0, 1, \dots) \quad (2)$$

其中

$$P_r^*(F) = \sum_{k=0}^r \frac{(-1)^{r-k} (r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!} F^k \quad (3)$$

$F(X)$ 是随机变量 X 的累计分布函数, $x(F)$ 是概率为 F 时的反函数值。利用水文序列来计算样本线性矩时, 假设随机变量 X 有 n 个样本, 按从小到大排序, 即 $X_{1/n} \leq X_{2/n} \leq \dots \leq X_{n/n}$ ($i=1, 2, \dots, n$), $X_{i/n}$ 为 n 个值中第 i 小的值。前 $r+1$ 阶样本线性矩定义为^[7]

$$l_{r+1} = \sum_{k=0}^r \frac{(-1)^{r-k} (r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!} b_k, \quad (r=0, 1, \dots, n-1) \quad (4)$$

收稿日期: 2016-09-05

作者简介: 徐 晓(1988—), 女, 工程师。

$$b_k = n^{-1} \sum_{i=k+1}^n \frac{(i-1)(i-2)\cdots(r-k)}{(n-1)(n-2)\cdots(n-k)} x_{i/n},$$

$$k=0, 1, \dots, n \quad (5)$$

式中, b_k 为概率权重矩 β_k 的无偏估计值, 则样本的一阶、二阶、三阶线性矩分别定义为

$$l_1 = b_0 \quad (6)$$

$$l_2 = 2b_1 - b_0 \quad (7)$$

$$l_3 = 6b_2 - 6b_1 - b_0 \quad (8)$$

样本线性矩系数离差系数 τ 、偏态系数 τ_3 、峰度系数 τ_4 分别定义如下

$$\tau = l_2/l_1 \quad (9)$$

$$\tau_3 = l_3/l_2 \quad (10)$$

$$\tau_4 = l_4/l_2 \quad (11)$$

1.2 P-III 分布

P-III 分布的概率密度函数表达式为

$$f(x) = \frac{1}{\alpha\Gamma(\beta)} \left(\frac{x-y}{\alpha}\right)^{\beta-1} e^{-\frac{x-y}{\alpha}} \quad (12)$$

其中 $\Gamma(\beta)$ 为 β 的伽玛函数; α 、 β 、 γ 分别为 P-III 分布中的尺度参数、形状参数和位置参数, 针对样本线性矩参数, P-III 分布各参数的估计公式为

$$\lambda_1 = \gamma + \alpha\beta \quad (13)$$

$$\lambda_2 = \pi^{-1/2} \alpha\Gamma(\beta + 1/2)/\Gamma(\beta) \quad (14)$$

$$\tau_3 = 6l_{1/3}(\beta, 2\beta) - 3 \quad (15)$$

其中, λ_1 为样本一阶线性矩; λ_2 为二阶线性矩; τ_3 为偏态系数。 $l_i(p, q)$ 是不完全贝塔方程, 由于参数的数值解较难求出, Hosking 给出了参数估计的近似式^[7,8], 参数估计结果的精度可达到 5×10^{-5} :

当 $0 < \tau_3 < 1/3$ 时, $\tau_m = 3\pi\tau_3^2$

$$\hat{\beta} = \frac{1 + 0.2906\tau_m}{\tau_m + 0.1882\tau_m^2 + 0.0442\tau_m^3} \quad (16)$$

当 $1/3 < \tau_3 < 1$ 时, $\tau_m = 1 - \tau_3$

$$\hat{\beta} = \frac{0.36067\tau_m - 0.59567\tau_m^2 + 0.25361\tau_m^3}{1 - 2.78861\tau_m + 2.56096\tau_m^2 - 0.77405\tau_m^3} \quad (17)$$

反代入, 可求得; α 、 γ 的样本估计值

$$\hat{\alpha} = \sqrt{\pi} \lambda_2 \frac{\Gamma(\hat{\beta})}{\Gamma(\hat{\beta} + 1/2)} \quad (18)$$

$$\hat{\gamma} = \lambda_1 - \hat{\alpha}\hat{\beta} \quad (19)$$

1.3 LN3 分布

LN3 分布的概率密度函数表达式为

$$f(x) = \frac{1}{(x-a)\sigma_y \sqrt{2\pi}}$$

$$\exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_y^2}[\log(x-a) - \mu_y]^2\right\} \quad (20)$$

σ_y^2 、 μ_y 、 a 分别为 LN3 分布中的尺度参数、形状参数和位置参数, 针对样本线性矩参数, LN3 分布各参数的估计公式为

$$\sigma_y = 0.999281z - 0.006118z^3 + 0.000127z^5 \quad (21)$$

$$a = l_1 - e^{\mu_y + \sigma_y^2/2} \quad (22)$$

$$\mu_y = \log\left[l_2/\text{erf}\left(\frac{\sigma_y}{2}\right)\right] - \frac{\sigma_y^2}{2} \quad (23)$$

其中 $z = \sqrt{\frac{8}{3}}\Phi^{-1}\left(\frac{1+t_3}{2}\right)$, $\Phi^{-1}(x)$ 为变量 x 的标准正态分布的反函数, erf 为误差函数, 表达式为 $\text{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^x e^{-t^2} dt$ 。

2 研究流域概况

三家店站为永定河官厅山峡出山口控制水文站, 建于 1920 年, 该站除 1937 年、1938 年缺测无实测降雨资料外, 自 1925 年至今都有观测资料。

本次为与 P-III 型适线成果对比, 选取三家店站 1925—1996 年(1937 年、1938 年缺测)共 70 年实测 24 h 降雨量的年最大值作为样本系列, 对比分析不同参数估计方法对设计暴雨成果的影响。

3 设计暴雨计算

3.1 常规矩法

本次首先使用矩法进行初估参数计算, 而后采用 P-III 型曲线频率适线, 适线参数为: $\bar{x} = 117 \text{ m}^3/\text{s}$, $Cv = 0.55$, $Cs/Cv = 3.5$, 适线成果如图 1 所示。

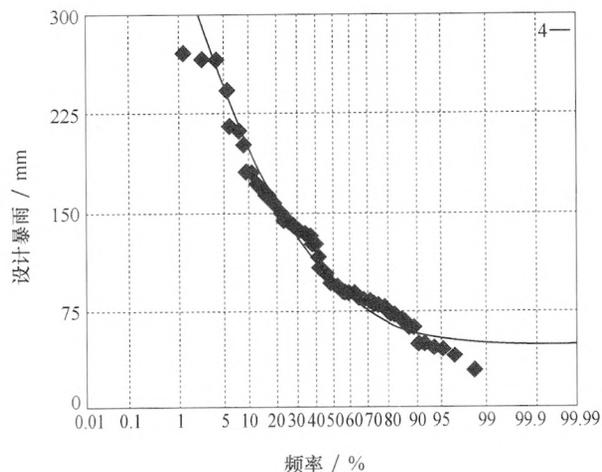


图 1 三家店站设计暴雨频率适线

3.2 线性矩法

根据 1.2 节所述线性矩理论计算三家店站年最大雨量序列的样本线性矩，如表 1 所列。

本文使用线性矩图选择三家店站拟合度较好的单站分布函数，线性矩图法是指利用样本线性矩系数 τ_3 和 τ_4 与分布函数的线性矩系数 τ_3 和 τ_4 的相关程度来判断分布函数的类型，即如果某一分布函数的线性矩系数和样本线性矩系数相一致，则该分布函数为最优分布函数^[8]。三家店站的线性矩图如图 2 所示。

表 1 三家店站年最大降雨量序列样本线性矩

站 点	序列长度/年	$I_1/m^3 \cdot s^{-1}$	τ	τ_3	τ_4
三家店	70	117	0.26	0.21	0.15

通过线性矩图判断，较为符合的分布线型为 LN3 分布，根据 1.3 节所述公式推导 LN3 分布的尺度参数、形状参数和位置参数，进而计算 LN3 分布下不同重现期三家店站的设计暴雨，如表 2 所列。

表 2 三家店站设计暴雨成果

站 点	不同方法	不同重现期设计暴雨/mm				R^2
		20 年一遇	50 年一遇	100 年一遇	500 年一遇	
三家店	矩 法	245	303	345	447	1.21
	线性矩法	224	269	304	429	
不同方法成果差别/%		8	10	11	4	—

本次使用确定性系数 R^2 对比不同方法的适线成果的拟合优度，计算结果如表 2 所列。

由表 2 可知，两种方法计算成果的差别在 15% 以内，其中矩法拟合优度低于线性矩法。本次将矩法和线性矩法的不同曲线拟合成果与实测雨量散点进行比较，如图 3 所示。

本次通过计算不同方法的拟合成果与实测散点的差别来比较不同方法的优劣，经计算，线性矩法与实测值的差距在 0.01% ~ 14.8% 之间，常规矩

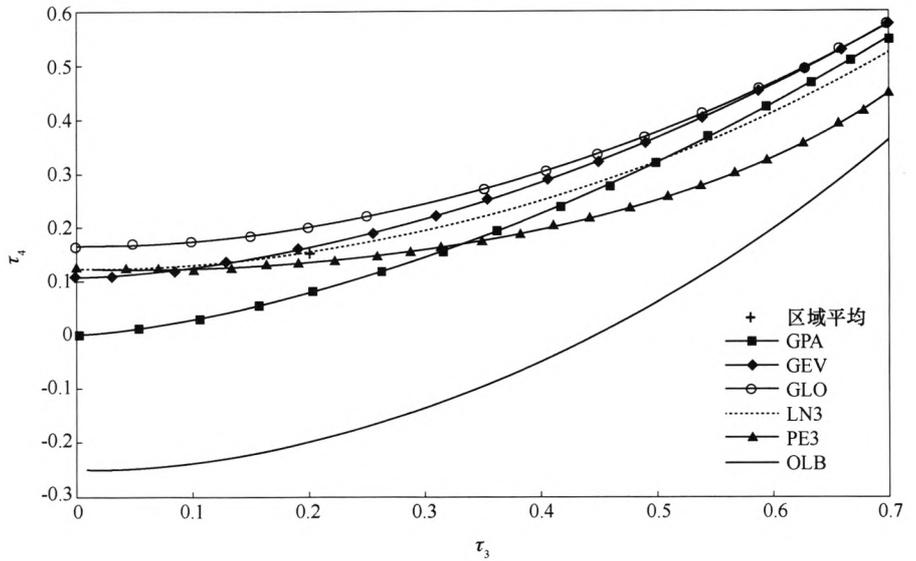


图 2 三家店站线性矩图

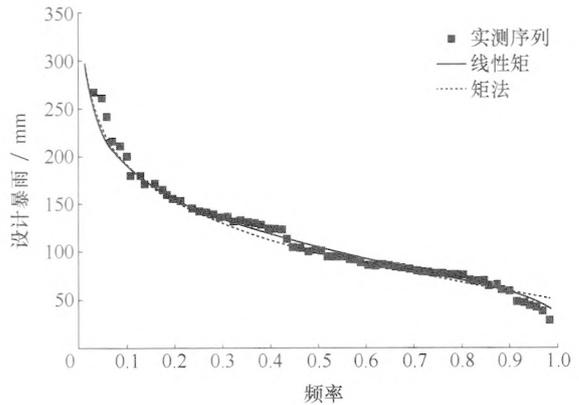


图 3 三家店站不同方法计算曲线拟合程度

法与实测值的差距在 0.02% ~ 21% 之间，因此线性矩法与实测值的拟合程度较高，拟合精度高于常规矩法 6% 左右。尤其是尾部估计成果优越性较高，对于低重现期的设计暴雨计算优越性较高。

4 结论与建议

对于三家店站的实测年最大日降雨序列，线性矩法在 LN3 分布下的计算成果与常规矩法 P-III 适线成果差别在 15% 以内，其中，线性矩法的拟合精度高于常规矩法 6% 左右。

本文证明了线性矩法在永定河流域三家店站设计暴雨计算中的优越性，今后可应用于其他流域以探讨其广泛适用性。

(下转第 63 页)

整室温、准备茶水、调试好投影、音频、话筒等所需设备；开班前 10 min 工作人员在门口迎接授课老师及学员；培训过程中每 30 min 给授课老师及学员倒一次水；培训过程中，工程部人员随时保障应对设施设备突发状况；培训结束后，工作人员尽快清理教室卫生，清洗消毒杯具，必要时做好室内通风。

(2) 会议会场服务。按照会议负责人预定要求准备适合的会场；根据会议负责人要求准备会场背景(横幅或 PPT 背景)；按要求摆放席位卡及会议所需物品、资料；会议前 30 min，打开会议室门、调整室温、准备茶水，调试好投影、音频、话筒等所需设备；会前 10 min 工作人员在门口迎宾；主席台嘉宾坐定后给嘉宾倒水，并在会议开始后 10 min 内完成所有参会人员倒水；会议过程中每 30 min 倒一次水；会议过程中，工程部人员随时做好调试音响、视频、音频、话筒音量等保障工作，应对设备突发状况；会议结束后，工作人员尽快清理会议室卫生，清洗消毒杯具，必要时做好室内通风。

4 结 语

近年来，中央从全面推进新时期党的建设新的伟大工程，加强党的执政能力建设和先进性建设的

战略高度，对干部教育培训工作作出了一系列部署。无论是从中央大规模培训干部的决策部署，还是水利干部队伍建设的需要，都要求不断加大教育培训力度，完善教育培训机制，切实提高教育培训质量。TS 培训中心作为流域直属的唯一培训机构，也是水利部在长三角地区唯一的培训机构，应充分履行职责，发挥职能，利用所在地区和水利行业的特色优势和资源，事企分离，转变运行模式，不断提升培训管理水平，严格运行成本控制，充分发挥其对水利系统干部职工成长的支撑作用。要科学管理，必须应用工业工程原理和方法，以先进的理念，从组织结构、管理体系、服务标准等方面进行再造，提升培训中心的经营管理水平和综合效益，在全国水利行业人才队伍建设培养方面发挥重要作用，将 TS 培训中心打造成为流域系统乃至全国水利行业人才队伍培养的“加油站”。

参考文献：

- [1] 齐二石. 现代工业工程与管理[M]. 天津: 天津大学出版社, 2007.
- [2] 洪生伟. 标准化工程奠定了我国经济的技术基础:《标准化工程》解读[J]. 中国标准导报, 2008(9): 15-16.

(责任编辑 韩丽宇)

(上接第 58 页)

北京市山区无资料地区的设计洪水目前一般采用推理公式、经验公式进行计算，由于该方法依赖于设计暴雨的输入，且对于流域面积较小地区上述方法存在一定的局限性。而基于线性矩法的区域频率分析可以利用同一水文分区内实测资料相对丰富的站点数据，来推求无资料站点的设计洪水，在提高稀缺资料站点水文设计值计算精度方面具有一定的优越性，因此可以在北京市山区考虑进一步应用。

参考文献：

- [1] Hosking J R M. L-moments: Analysis and estimation of distributions using linear combination of order statistics [J]. J. R. Stat. Soc., Ser. B, 52(2), 1990, 105-124.
- [2] Hosking J R M, Wallis J R. Regional frequency analysis an approach based on L-moments [M]. New York: Cambridge University Press, 1997.

sity Press, 1997.

- [3] 熊立华, 郭生练. L-矩在区域洪水频率分析中的应用[J]. 水力发电, 2003, 29(3): 6-8.
- [4] 黄国如, 陈永勤, 解河海. 东江流域枯水径流的频率分析[J]. 清华大学学报: 自然科学版, 2005, 45(12).
- [5] 杨涛, 陈喜, 杨红卫, 等. 基于线性矩法的珠江三角洲区域洪水频率分析[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2009, 37(6): 615-619.
- [6] 陈元芳, 王庆荣, 沙志贵, 等. 线性矩法在长江中下游区域水文频率计算中的应用[J]. 河海大学学报: 自然科学版, 2002, 31(2): 207-211.
- [7] Greenwood J A, Landwehr J M, Matalas N C, et al. Probability weighted moments: Definition and relation to parameters of several distribution in inverse form [J]. Water Resources Research, 1979 (15): 1049-1054.
- [8] 邵利萍, 许月萍, 江锦红, 等. 无资料小流域不同暴雨频率计算方法的比较[J]. 水文, 2009, 29(3): 36-40.

(责任编辑 韩丽宇)