

【水资源】

模糊数学综合评判法中指标权重和算法的优选

张 院<sup>1,2</sup>,寇文杰<sup>2</sup>

(1. 北京大学 地球与空间科学学院,北京 100871; 2. 北京市水文地质工程地质大队,北京 100195)

**摘 要:** 以位于永定河东岸某垃圾填埋场地下水监测井的实测数据为基础,利用模糊数学综合评判法中的超标法和聚类权法确定了水质评价指标的权重矩阵,结合相乘相加法、相乘取大法、取小相加法和取小取大法进行了权重与隶属度的模糊运算,与内梅罗指数评价法、单因子评价法进行了对比,结果表明:利用超标法和聚类权法确定指标权重值均具有合理性;模糊运算中相乘相加法和相乘取大法重复考虑了污染物的浓度,结果不甚合理;取小相加法和取小取大法去除了隶属度和权重指标中的重复因素,分别削弱和突出了极值的作用,结果较为合理。  
**关 键 词:** 内梅罗指数评价法;单因子评价法;超标法;聚类权法;模糊数学综合评判法;指标权重;地下水质量评价  
**中图分类号:** TV213.4      **文献标志码:** A      doi:10.3969/j.issn.1000-1379.2015.07.016

地下水质量评价结果取决于监测数据的准确性和评价方法的科学性<sup>[1]</sup>,评价方法的选择是地下水质量评价工作的关键环节,评价方法不同,评价结果往往也会有较大差异。目前,地下水质量评价方法主要有数理统计法、环境水文地质制图法、水质模型法、综合指数法和模糊数学法<sup>[2-6]</sup>。在实际工作中,应根据研究目的和深度选择不同的方法,除模糊数学法外,其他方法均无法描述地下水环境的不确定性、水质分级的模糊性。为解决这一问题,近年来,模糊集理论被引入到水质评价中,为水质评价开辟了新的研究途径。

笔者以位于永定河东岸、北天堂村以东的垃圾填埋场监测井的实测数据为基础,结合不同的复合运算及权重进行了计算,并与内梅罗指数评价法、单因子评价法进行了对比,选出了模糊数学综合评判法的最优复合运算与最优权重。

1 模糊数学综合评判法

模糊数学综合评判法是利用模糊变换和最大隶属度原则,考虑被评价事物相关的各个因素或主要因素,对其进行综合评价的方法<sup>[4]</sup>。该方法应用于地下水综合评价时的一般步骤:①建立因子集;②建立评价集;③建立模糊关系矩阵;④建立权重矩阵;⑤构造模糊数学评判数学模型,确定算法。权重矩阵的确定和模糊评判模型的算法是其中的关键。

1.1 建立模糊关系矩阵

在建立因子集和评价集后,以每个评价因子对评价集的隶属度建立模糊关系矩阵。评价因子集是影响评估对象的各个因子所组成的集合,表示为  $U = \{u_1, u_2, \dots, u_n\}$ ,其中  $u_i (i = 1, 2, \dots, n)$  为影响评价的第  $i$

个因子。评价集是由评估对象的评估结果所组成的集合,可表示为  $V = \{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ ,其中  $V_j (j = 1, 2, \dots, m)$  为评价的第  $j$  个评价等级。按照地下水质量标准 (GB/T 14848—93),评价等级可分为 5 级,即  $m = 5$ 。

确定每一个因子  $u_i$  对评价集  $V$  的隶属程度,以  $r_{ij}$  表示,按照地下水质量标准,  $u_i$  属于第 1 等级时的隶属程度可表示为

$$r_{i1} = \begin{cases} 1 & (u_i \leq S_{i1}) \\ \frac{S_{i2} - u_i}{S_{i2} - S_{i1}} & (S_{i1} < u_i < S_{i2}) \\ 0 & (u_i \geq S_{i2}) \end{cases}$$

$u_i$  属于第 2、3、4 等级时的隶属程度可表示为

$$r_{ij} = \begin{cases} \frac{u_i - S_{i(j-1)}}{S_{ij} - S_{i(j-1)}} & (S_{i(j-1)} < u_i \leq S_{ij}) \\ \frac{S_{i(j+1)} - u_i}{S_{i(j+1)} - S_{ij}} & (S_{ij} < u_i < S_{i(j+1)}; j = 2, 3, 4) \\ 0 & (u_i \leq S_{i(j-1)} \text{ 或 } u_i \geq S_{i(j+1)}) \end{cases}$$

当  $u_i$  属于第 5 等级时的隶属程度可表示为

$$r_{i5} = \begin{cases} 0 & (u_i \leq S_{i4}) \\ \frac{S_{i4} - u_i}{S_{i4} - S_{i5}} & (S_{i4} < u_i \leq S_{i5}) \\ 1 & (u_i > S_{i5}) \end{cases}$$

式中:  $S_{i1}$ 、 $S_{i4}$ 、 $S_{i5}$ 、 $S_{ij}$  分别为评价因子  $i$  的第 1 个、第 4 个、第 5 个和第  $j$  个评价等级的标准。

收稿日期:2014-11-02  
基金项目:北京市科委 2009 年度科技计划项目 (D09040900 4009004-2)。  
作者简介:张院 (1979—),女,陕西西安人,工程师,硕士研究生,研究方向为地下水资源与环境调查评价。  
E-mail: 309508471@qq.com

$u_i$  的评价结果  $R_i = \{r_{i1}, r_{i2}, r_{i3}, r_{i4}, r_{i5}\}$ , 将所有单因子评价集组成的矩阵  $R$  称为模糊关系矩阵, 表示为

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & \cdots & r_{15} \\ \vdots & & \vdots \\ r_{n1} & \cdots & r_{n5} \end{bmatrix}$$

## 1.2 建立权重矩阵

因子集中每个因子对评价结果的影响程度不同, 因此需要赋予每个评估因子不同的权重, 组成评价因子的权重矩阵  $A$ :

$$A = [a_1 \quad \cdots \quad a_n]$$

指标权重的赋值直接影响评价结果, 根据以往研究成果, 采用聚类权法和超标法<sup>[2]</sup>这两种赋权重的方法进行分析。

### 1.2.1 聚类权法

利用聚类权法确定权重的算式为

$$w_{ij} = u_i / S_{ij}$$

$$a_{ij} = \frac{w_{ij}}{\sum_{i=1}^n w_{ij}}$$

式中:  $w_{ij}$  为第  $i$  个评价因子在第  $j$  个级别的权重;  $a_{ij}$  为第  $i$  个评价因子在第  $j$  个级别的归一化权重。

聚类权法确定的权重综合考虑了地下水监测指标的实测值与标准值, 具有一定的合理性。其方法是对实测值与标准值之比的一种确定方法, 实测值超过标准值越显著, 其指标权重越大。

### 1.2.2 超标法

利用超标法确定权重的算式为

$$w_i = u_i / \left( \frac{1}{5} \sum_{j=1}^5 S_{ij} \right)$$

$$a_i = \frac{w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

式中:  $a_i$  为第  $i$  个评价因子的归一化权重;  $w_i$  为第  $i$  个评价因子的权重。

## 1.3 构造模糊函数

建立权重矩阵和模糊关系矩阵相应的运算关系, 即可得到评价对象属于各评价等级程度的矩阵  $B$ , 公式为

$$B = A \circ R = [b_1 \quad \cdots \quad b_j]$$

式中:  $B$  为综合评判结果;  $\circ$  为模糊运算符号。

模糊函数运算可以分为以下几种类型<sup>[4]</sup>: ①相乘

取大, 即采用矩阵  $A$  的元素分别与矩阵  $R$  各列中对应的元素首先相乘然后取其最大值的办法得出结果, 相乘取大既考虑了隶属度和权重值对评价结果的共同作用, 又突出了极值的作用; ②相乘相加, 即采用矩阵  $A$  的元素分别与矩阵  $R$  各列中对应的元素首先相乘然后求和的办法得出结果, 相乘相加既考虑了隶属度和权重对评价结果的共同作用, 同时又充分利用了所有信息, 但评价指标较多的时候会削弱极值的作用; ③取小取大, 即首先从矩阵  $A$  的元素与矩阵  $R$  各列中对应的元素取小, 然后取其最大值得出结果, 取小取大去除了隶属度和权重指标中的重复因素, 突出了极值的作用; ④取小相加, 即首先从矩阵  $A$  的元素与矩阵  $R$  各列中对应的元素取小, 然后求和得出结果, 取小相加容易掩盖最大污染指标对地下水的影响作用, 造成综合评价结果不合理。

## 2 实例应用

某垃圾填埋场位于永定河东岸、北天堂村以东 150 ~ 400 m 处, 原为多个形状各异、深度不同的采沙坑, 从 1989 年开始陆续进行填埋, 初期填埋场地没有采取任何工程防护措施, 2004 年开始利用简单卫生填埋防护措施填埋垃圾。单个采沙坑占地面积 2 万 ~ 16 万  $m^2$ , 填埋量各不相同。截至 2009 年, 填埋垃圾总量约为 626 万  $m^3$ , 总占地面积为 79.07 万  $m^2$ 。

### 2.1 评价因子

在垃圾填埋场及周边 40  $km^2$  范围内采集 29 眼地下水监测井的样品, 测试指标共 82 项, 其中地下水质量标准 (GB/T 14848—93) 中涉及的 30 项因子 (总硬度、硫酸盐、氯化物、高锰酸盐指数、氨氮、硝酸盐、亚硝酸盐、氟化物、挥发酚、氰化物、总大肠菌群、溶解性总固体、细菌总数、硫化物、汞、锰、铜、锌、砷、硒、镉、铅、六价铬、全铁、钡、铍、硼、锑、银、镍) 均参与评价<sup>[7]</sup>。

### 2.2 水质评价

采用模糊综合评价法、单指标评价法、内梅罗指数法 3 种方法对地下水质量进行评价, 结果见表 1。

### 2.3 结果分析

#### 2.3.1 单指标评价法

单指标评价法评价结果由污染最严重的指标决定。单指标评价结果表明, 29 眼监测井中有 28 眼井的水质为 V 类, 另 1 眼井水质为 IV 类。

表 1 地下水质量评价结果

采样点序号	超标法				聚类权法				单指标 评价法 评价等级	内梅罗指数法 评价等级
	相乘相 加法评 价等级	相乘取 大法评 价等级	取小相 加法评 价等级	取小取 大法评 价等级	相乘相 加法评 价等级	相乘取 大法评 价等级	取小相 加法评 价等级	取小取 大法评 价等级		
1	I	V	Ⅲ	V	V	V	Ⅲ	V	V	Ⅳ
2	V	V	V	V	V	V	V	V	V	Ⅳ
3	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	V	V	Ⅳ
4	V	V	V	V	V	V	V	Ⅱ	V	Ⅳ
5	V	V	V	V	V	V	V	Ⅱ	V	Ⅳ
6	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	V	V	Ⅳ
7	V	V	V	V	V	V	V	V	V	Ⅳ
8	V	V	V	V	V	V	V	V	V	Ⅳ
9	V	V	V	V	V	V	V	V	V	Ⅳ
10	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
11	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
12	V	V	Ⅱ	V	V	V	Ⅱ	Ⅱ	V	Ⅳ
13	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
14	Ⅲ	V	Ⅲ	Ⅲ/Ⅳ	Ⅱ	V	Ⅱ	V	V	Ⅳ
15	Ⅲ	V	Ⅲ	Ⅲ/Ⅳ	Ⅲ	V	Ⅲ	V	V	Ⅳ
16	V	V	V	V	V	V	V	V	V	Ⅳ
17	V	V	V	V	V	V	Ⅱ	V	V	Ⅳ
18	V	V	V	V	V	V	V	V	V	Ⅳ
19	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅱ	V	V	Ⅳ
20	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	V	Ⅲ	V	V	Ⅳ
21	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
22	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	V	V	Ⅳ
23	Ⅳ	V	Ⅲ	V	Ⅳ	V	Ⅲ	V	V	Ⅳ
24	V	V	V	V	V	V	Ⅱ	V	V	Ⅳ
25	Ⅲ	V	Ⅲ	V	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	V	Ⅳ
26	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
27	V	V	V	V	V	V	V	V	V	V
28	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	Ⅲ	V	Ⅳ
29	Ⅱ	Ⅱ	Ⅲ	Ⅲ/Ⅳ	Ⅱ	Ⅳ	Ⅲ	Ⅳ	Ⅳ	Ⅳ

2.3.2 内梅罗指数法

内梅罗指数法评价结果受极值影响较大,当评价指标较多时,其评价结果由污染最严重的指标决定。内梅罗指数法评价结果表明,该区有 6 眼井水质为 V 类,其余 23 眼井水质为Ⅳ类。

2.3.3 模糊综合评价法

(1)不同权重确定方法的对比。两种确定权重方法的计算结果相差不大,均较为合理,但是有些指标的毒理特性尚未弄清,指标权重仍靠经验及简单计算确定,因此需要在众多的权重确定方法中对各种方法的适用条件及合理性进行细致的分析,以得到合理可信的评价结果。

(2)不同复合运算法的对比。相乘相加法和取小相加法的计算结果与单指标评价法和内梅罗指数评价法的结果相差较大,原因是复合运算削弱了极值的影响,而单指标评价法和内梅罗指数评价法的评价结果主要由最严重的污染指标决定。相乘取大法和取小取大法的计算结果与单指标评价法和内梅罗指数评价法的相近,原因是相乘取大法既考虑了隶属度和权重值对评价结果的共同作用,又突出了极值的作用,取小取大法则既去除了隶属度和权重指标中的重复因素,又

考虑了极值的作用。

相乘相加法和相乘取大法的第一步均为权重与隶属度的相乘运算,由于权重与隶属度均与指标值的大小相关,运算后则重复考虑了污染物浓度,因此不甚合理。取小相加法和取小取大法的第一步为取小,首先去除了隶属度和权重指标中的重复因素,取小相加法的第二步为相加,削弱了极值的影响;取小取大法的第二步则为取大,突出了极值的作用。

综上所述,取小相加法和取小取大法首先消除了隶属度和权重指标的重复运算,相对较为合理。取小相加法和取小取大法分别起到了削弱极值和突出极值的作用,因此相加法的运算结果与单指标评价法和内梅罗指数评价法的相差较远,而取大法的评价结果则与单指标评价法和内梅罗指数评价法的相近。

3 结 语

(1)利用超标法和聚类权法确定地下水指标权重均较为合理。目前在水质评价中,由于各种指标的毒理特性尚未弄清,因此指标权重仍靠经验及简单计算确定。在众多的权重确定方法中,如何对各种方法的适用条件及合理性进行细致分析,以得到合理可信的

评价结果,应进一步研究。

(2)相乘相加法和相乘取大法重复考虑了污染物的浓度,不甚合理。

(3)取小相加法和取小取大法的第一步为取小,首先去除了隶属度和权重指标中的重复因素。取小相加法的第二步为相加,削弱了极值的影响;取小取大法的第二步为取大,突出了极值的作用。如何选择一种既能显出极值的作用,又不过分突出其对评价结果的影响的方法,是模糊数学评判法进一步研究的问题。

#### 参考文献:

[1] 程继熊,程胜高,张伟.地下水质量评价常用方法的对比分析[J].安全与环境工程,2008,15(2):23-25.

[2] 尹翠琴,金腊华.模糊数学评价法在广州花都区地表水质现状评价中的应用[J].生态科学,2007,26(6):559-563.

[3] 吴东杰,王金生,丁爱中.地下水质量评价中两种确定指标权重方法的比较[J].工程勘察,2006(7):17-22.

[4] 李亚松,张兆吉,费玉红,等.地下水质量综合评价方法优选与分析——以淳沱河冲洪积扇为例[J].水文地质工程地质,2011,38(1):6-10.

[5] 李刚,王萍.地下水环境质量评价方法[J].地下水,1997,19(3):112-115.

[6] 凌敏华,左其亭.水质评价的模糊数学方法及其应用研究[J].人民黄河,2006,28(1):23-25.

[7] 国家技术监督局.GB/T 14848—93 地下水质量标准[S].北京:中国标准出版社,1993.

## Determining Index Weight of Fuzzy Mathematics Comprehensive Evaluation Method and Composite Algorithm Optimization

ZHANG Yuan<sup>1,2</sup>, KOU Wenjie<sup>2</sup>

(1. School of Earth and Space Science, Peking University, Beijing 100871, China;

2. Beijing Institute of Hydrogeology and Engineering Geology, Beijing 100195, China)

**Abstract:** Based on the measured date from landfill groundwater monitoring well located in the east of Yongding River, using fuzzy comprehensive evaluation clustering weight method and exceed the standard method to determine the weight matrix of water quality evaluation, combined with the method do multiplication then do add do multiplication then choice big choice big then do add choice small then choice big, carried out weight and membership grade of fuzzy operation, comparing with the Nemerow index method and single factor index evaluation method, the results show that exceed the standard index and clustering weight method are reasonable; in Fuzzy operation do multiplication then choice big method and do multiplication then do add method repeated consideration the index of concentration, the result is not very reasonable; choice big then do add method and choice small then choice big method remove duplicate elements in index membership grade and weight, weaken and highlights the role of extreme value is relatively reasonable.

**Key words:** Nemerow index method; single factor index evaluation; exceed the standard method; clustering weight method; fuzzy mathematics comprehensive evaluation method; index weight; water quality evaluation

【责任编辑 翟戌亮】

#### [简讯]

### 欢迎关注《人民黄河》认证公众号

为加快新旧媒体融合步伐,更好地满足广大作者和读者对移动投稿、移动阅读的需求,迅速、及时地传播刊物信息,《人民黄河》认证公众号已于7月1日上线试运行。该公众号可实现最新一期目次浏览、投稿、查稿、专家审稿、文章检索等功能。关注此公众号后,系统会根据时间推送刊物最新消息和水利行业相关新闻。试运行期间,欢迎大家对公众号的内容、形式提出意见和建议,以便后期改进。

关注《人民黄河》认证公众号的方法:①直接扫描本条消息下方、杂志封面或杂志社官网(www.rmhh.com.cn)的二维

码;②打开微信,点击“添加朋友”,输入“人民黄河”并搜索,然后点击“关注”。



微信号:RenminHuanghe