



因式分解中的非常“6+1”

卞晓群

因式分解是初中数学运算中的一种重要题型,许多同学在学习了该知识点后都遭遇过分解中的“沙尘暴”,在分解的过程中,我们要注意哪些问题?怎样才能提高分解的正确性?下面让我们一起走进因式分解的演播现场,看看那里的常见错误.

问题一:公式脱轨

【典型错例】分解因式: $a^2-b^2=(a-b)^2$.

【正解】 $a^2-b^2=(a+b)(a-b)$.

【错因分析】本题的错误属于典型的公式混淆,特别是平方差公式和完全平方差公式,常常被许多同学误认为同一个公式.只有把握好公式的结构,才能用准公式.因

此,我们要防止公式使用中的“脱轨现象”,避免类似错误的发生.

问题二:虎头蛇尾

【典型错例】分解因式: $16x^4-1=(4x^2)^2-1^2=(4x^2+1)(4x^2-1)$.

【正解】 $16x^4-1=(4x^2)^2-1^2=(4x^2+1) \cdot (4x^2-1)=(4x^2+1)(2x+1)(2x-1)$.

【错因分析】题目中的因式 $(4x^2-1)$ 仍可以分解为 $(2x+1)(2x-1)$,本题中的错误是因式分解运算中最为常见的错误之一,在进行因式分解的过程中,常常会出现分解因式不彻底现象.我们要学会不断总结归纳,一定要分解到每一个因式都不能再

2. 求代数式的值

例8 已知 $x+y=8$, $xy=12$, 求代数式 $x-y$ 的值.

【分析】若根据已知条件,先求 x 、 y 的值,再求 $x-y$,显得比较困难.但是,涉及两数和或差及其乘积的问题,应优先考虑运用完全平方公式.事实上,只需将 $x+y$ 、 $x-y$ 分别平方,将问题转化为它们的平方即可顺利解决.

解: $\because (x+y)^2=x^2+2xy+y^2$,

$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$,

$\therefore (x-y)^2=(x+y)^2-4xy=8^2-4 \times 12=16$,

$\therefore x-y=\pm 4$.

【点评】解好本题的关键在于完全平方公式的灵活运用,有了 $(x-y)^2=(x+y)^2-4xy$ 这个变形,可顺利沟通 $x-y$ 、 $x+y$ 和 xy 三者之间的关系.

(作者单位:江苏省东台市唐洋镇中学)

分解为止,谨防分解中的“虎头蛇尾”现象.

问题三:拖泥带水

【典型错例】分解因式: $6ab(2x-y)^2-4b^2(2x-y)^2=b(2x-y)^2(6a-4b)$.

【正解】 $6ab(2x-y)^2-4b^2(2x-y)^2=2b(2x-y)^2(3a-2b)$.

【错因分析】多项式 $6ab(2x-y)^2-4b^2(2x-y)^2$ 中含有公因式 $2b(2x-y)^2$,而在上述错误解法中只提取了部分公因式,致使分解结果不彻底,所以在进行因式分解时,务必要注意先检查公因式是否提取“干净”,切勿发生此类提取中的“拖泥带水”现象.

问题四:符号“迷人”

【典型错例】分解因式: $-a+2a^2-a^3$.

原式= $a(-1+2a-a^2)$.

【正解】 $-a+2a^2-a^3=-a(1-2a+a^2)=-a(1-a)^2$.

【错因分析】本题多项式首项系数出现负数,分解时符号处理不到位,致使分解不能继续,所以要注意当多项式的第一项系数是负数时,通常要把“-”号作为公因式的符号进行因式分解,使括号内的第一项的系数是正数,这样才可能避免遭遇“符号迷阵”.

问题五:整体在手

【典型错例】因式分解: $4x^2-4x(y-1)+(y-1)^2$.

原式= $4x^2-4xy+4x+y^2-2y+1$.

【正解】 $4x^2-4x(y-1)+(y-1)^2$
 $= (2x)^2-2 \times 2x \times (y-1) + (y-1)^2$
 $= [2x-(y-1)]^2 = (2x-y+1)^2$.

【错因分析】本题应把因式 $(y-1)$ 看成一个整体,从而利用完全平方公式进行分解.有很多同学在分解因式时,常常不注意整体思想的运用,这种整体思维的“缺位”有时会把分解带入“死胡同”,不少同学无

法下手时就把因式分解做成了整式乘法,所以在分解因式的过程中应特别提防这种“整体意识”的缺位.

问题六:提取为先

【典型错例】因式分解: $4x^2-8x+4=(2x)^2-2 \times 2x \times 2+2^2=(2x-2)^2$.

【正解】 $4x^2-8x+4=4(x^2-2x+1)=4(x-1)^2$.

【错因分析】通常,把一个多项式分解因式,应首先考虑提取公因式,然后再运用公式.我们碰到类似问题时,通常依据三部曲“一提、二公、三止”进行分解,即首先寻找各项是否有公因式可提,然后再看是否能用公式进行分解,最后检查有没有分解到不能分解为止.“谁先谁后”的顺序一定要慎重,本题由于没有先考虑提取公因式4,导致结果 $(2x-2)^2$ 中仍含有公因式,犯了分解不彻底的错误.

问题七:结果回走

【典型错例】因式分解: $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)=(a^2+1)(a+1)(a-1)=(a^2+1)(a^2-1)$.

【正解】 $a^4-1=(a^2+1)(a^2-1)=(a^2+1)(a+1) \cdot (a-1)$.

【错因分析】因式分解是把一个多项式化为几个整式积的形式,即“和差化积”,整式乘法是把几个整式相乘的形式化为一个多项式,即“积化和差”.本题错解中将因式分解和整式乘法两种运算混淆,因此,因式分解切忌“我又回来了”的运算.

总之,因式分解涉及的运算多,运用的技巧广,蕴含的数学思想也很丰富,因此,因式分解就是运算中的综合能力的比拼.在进行因式分解时务必要提防易错点,关注典型问题,找准分解方法,只有对症下药,才能提高分解的正确率.

(作者单位:江苏省东台市新街镇中学)