神奇的概率

毛黎莉

作为初中生,对概率是相当熟悉了,不仅仅是在数学中,而且在生活中,概率都是无所不在的. 正如 19 世纪法国著名数学家拉普拉斯所说:“对于生活中的大部分,最重要的问题实际上只是概率问题.”甚至数学本身,归纳法、类推法和发现真理的首要手段都是建立在概率论的基础之上. 因此,整个人类知识系统是与这一理论相联系的. 同时概率论渗透到现代生活的方方面面. 我们可以在各大商场看到多种多样的促销抽奖活动,随处可见的福利彩票、体育彩票,甚至是路边或是庙会集市中一些所谓的小骗局,其中都用到了概率的知识. 概率展示了生活中一些现象蕴含的神奇规律,解释了那些看似不可思议的现象,这正是概率的神奇之处.

一、神奇的概率

1. 彩票中的概率

以中国体育福利彩票为例来计算一下:买一注彩票,你只需在 0 到 9 的 10 个数字中任意选取 7 个,可以是重复的. 在每一期开奖时有一个专门的摇奖机按顺序随机摇出 7 个标有数字的小球,如果你买的号码与开奖的号码一致,那你就中了特等奖,其奖金最高是 500 万元. 但是,当我们计算这种摇奖方式能产生出多少种不同的情况时,结果竟然是 $10\times10\times10\times10\times10\times10\times10=10\ 000\ 000$ 种! 这就是说,假如你只买了一注彩票,7 个号码按顺序与开奖号码完全一致的机会是一千万分之一,一千万分之一是一个什么样的概念呢? 如果每星期你坚持花 20 元买10 注彩票,那你在每 19230 年中有赢得一次大奖的机会; 即使每星期坚持花 2 000 元买 1 000 注,也大致需要每 192 年才有一次中大奖的机会. 这几乎是单靠人力所不能完成的,获大奖仅是我们期盼的偶然中的偶然事件,即数学上归为小概率事件之列.

举个例子:假如你买 1 注彩票,号码为 0000000,大家也许会笑你是个傻瓜,0000000—中大奖? 可能吗? 其实号码 0000000 和其他任何号码可能中大奖的概率是一样的,都是一千万分之一. 当你意识到 0000000 号码不能中奖时, 也应该明白其他号码中奖其实也一样不可能.

2. 生日概率问题

生日概率问题是比较经典的:以 1 年 365 天计(不考虑闰年因素),在某人群中至少要有两人的生日相同, 那么需要多少人呢?大家不难得到结果:366 人. 只要人数超过 365 人, 就必然会有人生日相同. 但如果一个班有 50 个人,他们中间有人生日相同的概率是多少? 你可能想, 大概 20%到 30%吧. 错,有 97%的可能!我们来算一下:

a:50 个人可能的生日组合是 $365\times365\times365\times\cdots\times365$(共 50 个);

b:50 个人生日都不重复的组合是 $365\times364\times363\times\cdots\times317\times316$(共50个);

P(50 个人生日有重复的概率)$=1-\dfrac{b}{a}$.

这里,50 个人生日全不相同的概率是

$\frac{b}{a}$=0.03,因此 50 个人生日有重复的概率是 1−0.03=0.97=97%.

3. 抓阄体现的概率

抓阄的例子是非常常见的. 参加抓阄抽奖,当然人人都想得奖,这时候该先抽还是后抽,才能让中奖概率提高呢?恐怕很多人都会在这个问题上犯糊涂,我们现在用概率的知识来解决这个问题. 假设有三个阄,其中一个标有“奖”,另两个为空,甲、乙、丙依次从箱中摸出一个,谁最有机会摸到标有“奖”的阄呢?首先,甲的机会是三摸一,所以甲摸到标有“奖”的阄的概率是$\frac{1}{3}$. 乙的机会如何呢?甲没有摸到的概率是$\frac{2}{3}$,然后在这个概率中计算乙摸到的概率(只剩两个阄让乙摸):$\frac{2}{3}\times\frac{1}{2}=\frac{1}{3}$,所以乙摸到标有“奖”的阄的概率是$\frac{1}{3}$. 而丙只有在甲、乙都没有摸到的情况下才可能摸到,所以扣掉甲、乙摸中的概率,就是丙的,其概率是 $1-\frac{1}{3}-\frac{1}{3}=\frac{1}{3}$. 所以,不管先抓后抓,每个人抓到奖的概率是相同的,抓阄是公平的.

二、概率的典型例题

1. 判断确定事件和随机事件的问题

判断下列事件哪些是必然事件,哪些是不可能事件,哪些是随机事件?

(1)抛一石块,下落;

(2)在标准大气压下且温度低于 0℃时,冰融化;

(3)某人射击一次,中靶;

(4)如果$a>b$,那么$a-b>0$;

(5)掷一枚硬币,正面向上;

(6)导体通电后,发热;

(7)从分别标有号数 1,2,3,4,5 的 5 张标签中任取一张,得到 4 号签;

(8)某电话机在 1 分钟内收到 2 次呼叫;

(9)没有水分,种子能发芽;

(10)在常温下,焊锡熔化.

【解析】根据定义,事件(1)、(4)、(6)是必然事件;事件(2)、(9)、(10)是不可能事件;事件(3)、(5)、(7)、(8)是随机事件.

【点评】熟悉必然事件、不可能事件、随机事件的联系与区别,针对不同的问题加以区分.

2. 关于彩票的另一种概率问题

如果某种彩票中奖的概率为 1/1000,那么买 1 000 张彩票一定能中奖吗?请用概率的意义解释.

【解析】不一定能中奖. 因为买 1 000 张彩票相当于做 1 000 次试验,因为每次试验的结果都是随机的,即每张彩票可能中奖也可能不中奖,因此,1 000 张彩票中可能没有一张中奖,也可能有一张、两张乃至多张中奖.

【点评】买 1 000 张彩票,相当于 1 000 次试验,因为每次试验的结果都是随机的,所以做 1 000 次试验的结果也是随机的,也就是说,买 1 000 张彩票有可能没有一张中奖.

人类在对机会性的游戏的研究思考中创立和发展了概率论,并使之成为人类的根本知识之一. 如今,概率论所研究的问题渗透到我们生活的方方面面,概率论揭示了生活中许多现象所蕴涵的神奇规律,运用概率论的知识,我们能对许多看似不可思议的现象,给出令人信服的解释. 这样一门与生活密切结合的学问,在学习中会使同学们从一开始接触就产生一种学寓于乐的好感,易于激发学习概率论乃至整个数学学科的兴趣. 然后,我们要尽可能地将课本上学习的理论与实际生活联系起

“概率”“函数”一家亲

邓厚波

研习 2014 年全国各地中考试卷时，发现概率这个考点跟函数很“亲”. 想想也很有道理，因为概率虽然不难，但它是必考知识点，而函数又是中考重点和热点，所以它们的结合也就成为各地中考命题的一个方向. 下面选取 2014 年中考卷中这类来，更加全面地去理解概率.

小试身手

小颖和小红两位同学在学习“概率”时，做投掷骰子(质地均匀的正方体)实验，他们共做了 60 次实验，实验的结果如下：

朝上的点数	1	2	3	4	5	6
出现的次数	7	9	6	8	20	10

(1) 计算“3 点朝上”的频率和“5 点朝上”的频率.

(2) 小颖说：“根据实验，一次实验中出现 5 点朝上的概率最大.”小红说：“如果投掷 600 次，那么出现 6 点朝上的次数正好是 100 次.”小颖和小红的说法正确吗？为什么？

(3) 小颖和小红各投掷一枚骰子，用列表或画树状图的方法求出两枚骰子朝上的点数之和为 3 的倍数的概率.

参考答案

(1) 3点朝上的频率为$\frac{6}{60}=\frac{1}{10}$；

5点朝上的频率为$\frac{20}{60}=\frac{1}{3}$.

(2) 小颖说法错误，因为出现1，2，3，4，5，6的概率相等，而且此实验的次数太少，试验次数越多各数字出现的频数就越接近相等；小红的说法也是不正确的，因为不确定事件发生具有随机性，所以6点朝上出现的次数不一定是100次.

(3) 列表得：

	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3	4	5	6	7	8
3	4	5	6	7	8	9
4	5	6	7	8	9	10
5	6	7	8	9	10	11
6	7	8	9	10	11	12

∵一共有36种情况，两枚骰子朝上的点数之和为3的倍数的有12种情况；

∴两枚骰子朝上的点数之和为3的倍数的概率是$\frac{12}{36}=\frac{1}{3}$.

(作者单位：江苏省常州市第二十四中学)